Письма в ЖЭТФ, том 54, вып. 10, стр. 566 — 568 25 ноября 1991 г.

КВАНТОВЫЕ ФЛУКТУАЦИИ НЕ РАЗРУШАЮТ ОПТИЧЕСКИЙ СОЛИТОН

Д.Ю.Кузнецов

Физический институт им. П.Н.Лебедева АН СССР
117924, Москва

Поступила в редакцию 3 октября 1991 г.
После переработки 22 октября 1991 г.

Обсуждается поведение оптического солитона в нелинейных волокнах с дисперсией. Исследуется эволюция корреляционной функции четвертого порядка. Показано, что она не зависит от времени. Результат оформлен в виде теоремы о корреляторе, применимой и к другим квантовым системам. Стационарность этого коррелятора доказывает устойчивость солитона. Обсуждаются физические следствия этой устойчивости.

Квантовая задача о распространении квазимонохроматических световых импульсов в нелинейных волокнах с дисперсией может быть переформулирована на языке одномерного газа с локальным взаимодействием частиц (например, [1,2] и цитируемая там литература); в определенном смысле эта задача решается точно. В работе [3] построено распределение по координате среднего значения плотности фотонов в разные моменты времени; из расплывания этой функции сделан вывод о том, что "квантовые флуктуации уничтожают оптический солитон". Цель настоящей работы - анализ этого утверждения и исследование устойчивости квантового солитона.

Прежде всего надо устранить терминологическую путаницу. Если состояние свободной частицы описывается волновым пакетом, то ширина этого пакета рано или поздно начнет увеличиваться. Следует ли в этом случае говорить, что "частица уничтожается"? Здравый смысл подсказывает, что не следует. В противном случае ни одну квантомеханическую частицу нельзя считать стабильной. Уничтожение системы означает, что ее части разлетаются на расстояния, неограниченно возрастающие со временем. Например, молекула уничтожена, если произошла диссоциация. Точно так же говорить об уничтожении солитона можно лишь в том случае, если фотоны, из которых он состоит, могут быть зарегистрированы далеко друг от друга. Поэтому для исследования вопроса о том, разрушается ли квантовый солитон, надо рассмотреть корреляционные функции (корреляторы), которые характеризуют взаимное расположение фотонов в солитоне.

Свет в нелинейном волокне с дисперсией описывается квантовым гамильтонианом

$$H = \int \hat{\phi}_x^+(x)\hat{\phi}_x(x)\,dx + 2\pi c \int \hat{\phi}^+(x)\hat{\phi}^+(x)\hat{\phi}(x)\hat{\phi}(x)\,dx, \tag{1}$$

с δ-коммутирующими операторами поля $\hat{\phi}$; $c = \mathrm{const}$ (см. [1-3]) здесь $\hbar = 1$. Точные решения уравнения Шредингера в виде собственных функций гамильтониана и импульса описаны в [2]:

$$|n,p,t>= \exp(-iE(n,p)t)|n,p>; \quad E(n,p) = np^2 - \frac{c^2}{12}n(n^2-1);$$

$$|n,p>= \frac{1}{\sqrt{n!}}\int f_{n,p}(x_1...x_n)\hat{\phi}^+(x_1)...\hat{\phi}^+(x_n)|0>d^nx; \tag{2}$$

$$f_{n,p}(x_1...x_n) = N_n \exp(ip\sum_i x_i + \frac{c}{2}\sum_{i<j}|x_i - x_j|); \quad N_n = \sqrt{\frac{(n-1)!}{2\pi}}|c|^{(n-1)/2}.$$

Солитонное решение с определенной фазой и амплитудой строится при $c < 0$ в виде линейной комбинации таких решений [2,3]:

$$|\psi_s >= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int g_n(p)|n,p,t > dp. \tag{3}$$

Вид коэффициентов a и g не важен; далее используется лишь, что квантовый солитон (3) построен из связанных состояний $|n,p,t>$.

В [3] обсуждается поведение матричного элемента

$$< \psi_s|\hat{\phi}^+(x)\hat{\phi}(x)|\psi_s > . \tag{4}$$

Его "расплывание" означает, что солитон все хуже локализован в пространстве. Однако этот матричный элемент не характеризует взаимное расположение фотонов. Чтобы понять, стабилен ли солитон, надо рассмотреть коррелятор

$$K(z) = \int < \psi_s| : \hat{I}(x)\hat{I}(x+z) : |\psi_s > dx. \tag{5}$$

Здесь $\hat{I}(x) = \hat{\phi}^+(x)\hat{\phi}(x)$. Можно показать, что $K(0)$ и $\int K(x)dx$ не зависят от времени [4]; однако это не запрещает остальным моментам

$$x^m(t) = \int K(x)x^m dx \tag{6}$$

изменяться и, в частности, расти со временем. Докажем, что моменты (6) есть интегралы движения. Подставим (5) в (6). Введем систему координат, связанную с солитоном, полагая $z = y - x$. Тогда (2), (3) дают:

$$x^m(t) = \sum_n |a_n|^2 \int e^{in(p^2-q^2)t} g_n^*(p)g_n(q)M_n^2(p,q)\, dp\, dq, \tag{7}$$

где

$$M_n^m(p,q) = \frac{|c|^{n-1}}{2\pi n}\int (x-y)^m\, dx\, dy\, dx_1...dx_n\, dy_1...dy_n \times$$
$$\times \exp(-ip\sum_j x_j + iq\sum_j y_j + \frac{c}{2}\sum_{j<k}|x_j - x_k| + \frac{c}{2}\sum_{j<k}|y_j - y_k|)\times$$
$$\times < 0|\hat{\phi}(x_1)...\hat{\phi}(x_n)\hat{\phi}^+(x)\hat{\phi}^+(y)\hat{\phi}(x)\hat{\phi}(y)\hat{\phi}^+(y_1)...\hat{\phi}^+(y_n)|0 > . \tag{8}$$

Коммутационные соотношения позволяют упростить (8):

$$M_n^m(p,q) = \frac{n!}{2\pi}|c|^{n-1}\int (x_1 - x_2)^m\, dx_1...dx_n \exp(-i(p-q)\sum_j x_j + c\sum_{j<k}|x_j - x_k|). \tag{9}$$

Введение новых переменных интегрирования, среди которых есть $X_0 = \sum_j x_j$, показывает, что (9) пропорционально $\delta(p-q)$. Это исключает зависимость (7) от t; так что все моменты (6) - константы. Значит, и сам коррелятор (5) не зависит от времени.

Доказательство не зависит от вида функций $E(n,p), g_n(p)$. Отсюда следует теорема о корреляторе:

Коррелятор интенсивностей не изменяется в процессе эволюции суперпозиции собственных функций числа частиц, гамильтониана и импульса, если собственные значения гамильтониана однозначно определены собственными значениями числа частиц и импульса.

Квантовая устойчивость оптического солитона указывает, что солитон не аннигилирует, увеличивается лишь квантовая неопределенность его координаты, и "расплывается" лишь распределение по этой координате. Отсюда ясно, что можно ожидать от измерений фазы и амплитуды "расплывшегося" по [3] солитона. Регистрация части фотонов, образующих солитон, приведет к редукции волнового пакета; оставшиеся фотоны образуют световой импульс-пакет с хорошо определенной амплитудой поля. Таким образом, теорема о корреляторе запрещает регистрацию удаленных друг от друга групп фотонов, которые можно было бы интерпретировать как продукты аннигиляции солитона.

Выводы. Коррелятор интенсивностей (5) не зависит от времени. Поэтому распределение взаимных расстояний между фотонами солитона (3) сохраняется. Солитон устойчив, "квантовые флуктуации" [3] не уничтожают его. Расплывание матричного элемента (4) означает лишь рост квантовой неопределенности положения центра массы солитона. Теорема о корреляторе может иметь самостоятельное значение.

Мне помогли В.А.Андреев, А.В.Белинский, R.M.Herman, Y.Lai; я благодарен им за дискуссии.

---

1. Lai Y., Haus H., Phys. Rev. A, 1989, 40, 844.
2. Lai Y., Haus H., Phys. Rev. A, 1989, 40, 854.
3. Белинский А.В., Письма в ЖЭТФ, 1991, 53, 73.
4. Белинский А.В., Частное сообщение.