

# Оптимизация достоверности считывания квантового состояния оптического кубита в ионе иттербия $^{171}\text{Yb}^+$

Н. В. Семенин<sup>\*+1)</sup>, А. С. Борисенко<sup>\*+</sup>, И. В. Заливако<sup>\*</sup>, И. А. Семериков<sup>\*</sup>, К. Ю. Хабарова<sup>\*\*+</sup>,  
Н. Н. Колачевский<sup>\*\*×</sup>

<sup>+</sup>Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет), 141701 Долгопрудный, Россия

<sup>\*</sup>Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

<sup>×</sup>Российский квантовый центр, 121205 Москва, Россия

Поступила в редакцию 20 сентября 2021  
После переработки 21 сентября 2021 г.  
Принята к публикации 22 сентября 2021 г.

Рассмотрена схема детектирования состояния оптического кубита в ионе иттербия  $^{171}\text{Yb}^+$ , построенная на основе лазерной системы для охлаждения. Получены аналитические выражения для достоверности считывания с учетом засветки. Произведена численная оптимизация параметров эксперимента для достижения минимальной ошибки считывания. Обнаружена верхняя граница достоверности, равная 99.4%, связанная с переходным процессом в начале измерительной процедуры. Приведены характерные значения параметров детектирования, обеспечивающие достаточную близость к максимальному значению.

DOI: 10.31857/S123456782120009X

**1. Введение.** Прогресс в области создания лазерных источников, более совершенных методов лазерного охлаждения [1–4], а также создания ионных ловушек Пауля с низким уровнем нагрева [5] и возможностью реконфигурации захваченных ионных кристаллов [6] привел к растущему интересу к ультрахолодным ионам как с точки зрения фундаментальной физики, так и прикладных областей. Ионы, например, лежат в основе одних из самых точных оптических атомных часов [7], используются для поиска дрейфа фундаментальных констант и проверки других фундаментальных теорий [8–10], а также являются одной из наиболее перспективных платформ для создания квантовых вычислителей и симуляторов [6, 11–13]. Причиной тому являются ярко выраженные квантовые свойства одиночных ионов, сильное кулоновское взаимодействие захваченных частиц друг с другом, что обеспечивает удобный способ их квантового перепутывания, а также удобство удержания и перемещения заряженных частиц при помощи переменных и статических электрических полей.

Ион  $^{171}\text{Yb}^+$  сегодня является одним из наиболее распространенных ионов в области стандартов частоты как микроволнового [14], так и оптически-

го диапазона [15–17], а также лежит в основе многих прототипов квантовых вычислителей [6, 11]. Это определяется его электронной структурой, в которой присутствует как удобный микроволновый переход на частоте 12.6 ГГц, позволяющий эффективно кодировать квантовую информацию и служить частотной опорой, так и два узких оптических перехода на длинах волн 435 нм (E2) и 467 нм (E3), которые могут служить для тех же целей. При этом, лазерные источники для охлаждения и считывания квантового состояния этого иона, а также для возбуждения указанных выше переходов, являются относительно простыми и доступны коммерчески. С точки зрения квантовых вычислений большинство современных исследователей используют именно микроволновый переход между сверхтонкими компонентами основного состояния иона в качестве кубита, в то время как в области метрологии активно используются как микроволновый, так и оба упомянутых оптических перехода.

Наша группа ведет исследование квадрупольного перехода  $^2S_{1/2}(F = 0, m_F = 0) \rightarrow ^2D_{3/2}(F = 2, m_F = 0)$  в ионе  $^{171}\text{Yb}^+$  на длине волны 435 нм и имеющего естественную ширину 3 Гц. В частности, был разработан транспортируемый оптический стандарт частоты на данном переходе [17], а также предложено кодирование квантовой информации в

<sup>1)</sup>e-mail: semeninnv@gmail.com

нем [18] и проведены первые эксперименты по осуществлению однокубитных операций. При этом одной из важных экспериментальных процедур, необходимых как для реализации квантового вычислителя, так и часов, является считывание состояния иона после возбуждения этого перехода [19]. Обычно достоверность считывания оптических кубитов превышает достоверность микроволновых кубитов за счет отсутствия вклада нерезонансных эффектов [20], однако в данном ионе ряд нерезонансных эффектов тем не менее может приводить к дополнительным ошибкам этой операции, что обуславливает важность исследования данного процесса. Достоверность этой операции вносит вклад как в общую достоверность результата выполнения квантового алгоритма в случае квантового компьютера (особенно при наличии в алгоритме промежуточных измерений [21]), так и в стабильность сигнала оптического стандарта частоты.

В данной работе мы теоретически исследуем достоверность процедуры считывания состояния оптического кубита на квадрупольном переходе в ионе  $^{171}\text{Yb}^+$  в зависимости от различных параметров эксперимента, таких как эффективность сбора фотонов, время считывания, уровень паразитной засветки, определяем достижимые при разумных параметрах значения ошибок, а также вычисляем фундаментальный предел достоверности этой операции, проистекающий из особенностей процедуры считывания в этом ионе. Нами был расширен формализм исследования достоверности считывания, описанный в [22], что позволило учесть также явления засветки, а также ошибки, возникающие в начальный момент установления равновесной населенности уровней, вносящие существенный вклад в итоговую достоверность.

Полученные результаты верны не только для оптического кубита на ионе иттербия, но и для более сложных методов кодирования квантовой информации, например – оптического кудита [23] на базе квадрупольного перехода в этом ионе. Процедура считывания такого кудита практически идентична считыванию кубита, за исключением того, что она повторяется несколько раз с приложением дополнительных промежуточных лазерных импульсов.

**2. Теоретическая модель.** Оптический кубит в ионе иттербия основан на квадрупольном оптическом переходе  $^2S_{1/2}(F=0) \rightarrow ^2D_{3/2}(F=2)$  с длиной волны 435 нм. Процедура детектирования состояния представлена на схеме уровней (рис. 1). Охлаждающий лазерный пучок с длиной волны 369 нм имеет две частотные компоненты, связывающие сверхтон-

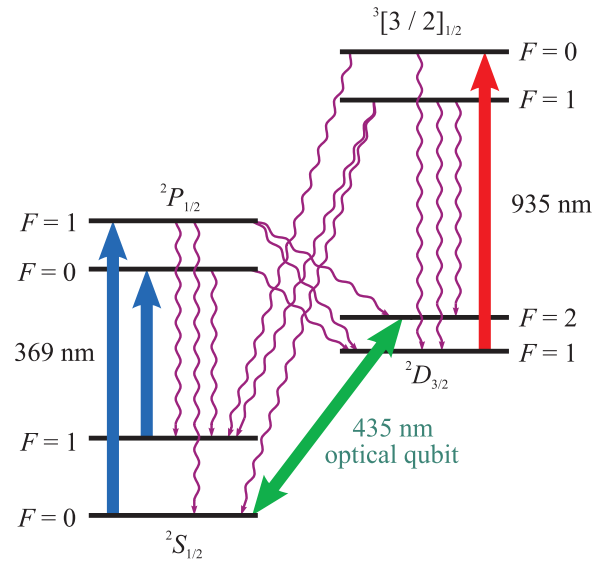


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема детектирования состояния кубита в ионе  $^{171}\text{Yb}^+$ . Волнистые линии обозначают разрешенные спонтанные переходы

кие уровни состояний  $^2S_{1/2}$  и  $^2P_{1/2}$ . Перекачивающий пучок с длиной волны 935 нм связывает состояния  $^2D_{3/2}(F=1)$  и  $^3[3/2]_{1/2}(F=0)$  для предотвращения заселения уровня  $^2D_{3/2}(F=1)$ . Если кубит в начале процедуры считывания находился в состоянии  $^2S_{1/2}$ , ион начнет эффективно рассеивать фотоны с длиной волны 369 нм. В случае же, если кубит был в состоянии  $^2D_{3/2}$ , рассеяние происходить не будет. Поэтому нижнее и верхнее состояния кубита называются соответственно светлым (bright) и темным (dark). Фотоны флуоресценции во время этой операции собираются некоторой оптической системой и регистрируются при помощи высокочувствительного детектора, после чего на основании количества обнаруженных фотонов принимается решение о результате измерения. Это чаще всего делается обычным сравнением зарегистрированного количества фотонов с некоторым пороговым значением – дискриминатором.

Дальнейшее описание динамики процесса детектирования основано на формализме скоростных уравнений. Такое рассмотрение справедливо в том случае, когда когерентными эффектами можно пренебречь. В частности, образование лямбда-схем из магнитных подуровней перехода  $^2S_{1/2}(F=1) \rightarrow ^2P_{1/2}(F=0)$  приводит в общем случае к возникновению эффекта когерентного пленения населенности между ними и, соответственно, снижению эффективности охлаждения и сигнала флуоресценции. По этой причине в экспериментах с данным ионом он обычно находится в магнитном поле с индукцией около

5 Гс, которое дестабилизирует суперпозиционные состояния и подавляет когерентные эффекты [24, 25]. Будем считать, что это условие выполнено. Помимо этого, примем предположение о равномерном распределении интенсивности волны лазеров по всем поляризациям.

Пусть ион изначально находится в светлом состоянии  ${}^2S_{1/2}(F = 0)$ . В дальнейшем для краткости будем обозначать термы и их сверхтонкие компоненты символами  $L$  и  $L(F)$  соответственно, где  $L$  и  $F$  взяты из соответствующих стандартных обозначений. Рассмотрим ситуации, в которых ион из светлого состояния самопроизвольно переходит в темное, что приводит к возникновению ошибок считывания. Установление равновесия в системе после приложения лазерных полей можно рассмотреть в два этапа. Первый этап – взаимодействие с охлаждающим лазером, в результате которого практически вся населенность переносится на уровни  $S(1)$  и  $P(0)$  за время порядка  $1/\Gamma_P$ , где  $\Gamma_P$  – ширина уровня  $P$ . В главном порядке на данном этапе пренебрежем распадом в состояние  $D$ , который происходит с относительной вероятностью  $\alpha_P = 0.5\%$ , а также нерезонансными переходами. Это приближение справедливо, если параметр насыщения охлаждающего пучка сравним с единицей. Поскольку состояние  $P(1)$  является единственным сверхтонким уровнем терма  $P$ , с которого разрешен переход в темное состояние  $D(2)$ , а его населенность на данном этапе сначала меняется от нуля до некоторого предельного значения, затем снова падает до нуля за счет распада в  $S(1)$ , существует конечная вероятность по окончании первого этапа оказаться в темном состоянии. Вероятности переходов между сверхтонкими уровнями  $F \rightarrow F'$  выражаются через полную вероятность перехода  $J \rightarrow J'$  по формуле [26]

$$\Gamma_{FF'} = (2F' + 1)(2J + 1) \begin{Bmatrix} J & F & I \\ F' & J' & 1 \end{Bmatrix}^2 \Gamma_{JJ'}, \quad (1)$$

где  $I = 1/2$  – спин ядра изотопа  ${}^{171}\text{Yb}$ . С учетом (1) вышеупомянутая вероятность представляется в виде

$$p_{bd} = \frac{5}{6} \alpha_P \Gamma_P \int_0^{+\infty} \rho_{P(1)}(t) dt, \quad (2)$$

где под  $\rho_{L(F)}$  подразумевается населенность уровня  $L(F)$ . Для вычисления этого интеграла достаточно записать скоростное уравнение для суммарной населенности  $S(0)$  и  $P(1)$ :

$$\dot{\rho}_{P(1)} + \dot{\rho}_{S(0)} = -\frac{2}{3} \Gamma_P \rho_{P(1)} \quad (3)$$

и проинтегрировать его по времени с учетом граничных условий  $\rho_{P(1)}(0) = \rho_{P(1)}(+\infty) = \rho_{S(0)}(+\infty) = 0$ ,  $\rho_{S(0)}(0) = 1$ :

$$-1 = -\frac{2}{3} \Gamma_P \int_0^{+\infty} \rho_{P(1)}(t) dt, \quad (4)$$

отсюда

$$p_{bd} = \frac{5}{4} \alpha_P. \quad (5)$$

Второй этап – установление равновесия в циклической системе уровней  $S(1)$ ,  $P(0)$ ,  $D(1)$  и  $[3/2](0)$  с учетом перекачивающего излучения. Скоростные уравнения для этого случая имеют вид:

$$\dot{\rho}_{S(1)} = \Gamma_{UV} \left( \rho_{P(0)} - \frac{\rho_{S(1)}}{3} \right) + (1 - \alpha_P) \Gamma_P \rho_{P(0)} + (1 - \alpha_{[3/2]}) \Gamma_{[3/2]} \rho_{[3/2](0)}; \quad (6)$$

$$\dot{\rho}_{P(0)} = \Gamma_{UV} \left( \frac{\rho_{S(1)}}{3} - \rho_{P(0)} \right) - \Gamma_P \rho_{P(0)}; \quad (7)$$

$$\dot{\rho}_{D(1)} = \Gamma_{IR} \left( \rho_{[3/2](0)} - \frac{\rho_{D(1)}}{3} \right) + \alpha_P \Gamma_P \rho_{P(0)} + \alpha_{[3/2]} \Gamma_{[3/2]} \rho_{[3/2](0)}; \quad (8)$$

$$\dot{\rho}_{[3/2](0)} = \Gamma_{IR} \left( \frac{\rho_{D(1)}}{3} - \rho_{[3/2](0)} \right) - \Gamma_{[3/2]} \rho_{[3/2](0)}. \quad (9)$$

Коэффициенты  $1/3$  учитывают статвеса состояний с  $F = 1$ . В данных уравнениях  $\Gamma_{[3/2]}$  – ширина уровня  $[3/2]$ ,  $\alpha_{[3/2]} = 1.8\%$  – относительная вероятность перехода  $[3/2] \rightarrow D$ , а скорости накачки  $\Gamma_{UV}$  и  $\Gamma_{IR}$  определяются следующими формулами:

$$\Gamma_{UV} = \Gamma_P \frac{s_{UV}}{3} \frac{(\Gamma_P/2)^2}{(\Gamma_P/2)^2 + \delta_{UV}^2}, \quad (10)$$

$$\Gamma_{IR} = \alpha_{[3/2]} \Gamma_{[3/2]} \frac{s_{IR}}{3} \frac{(\Gamma_{[3/2]}/2)^2}{(\Gamma_{[3/2]}/2)^2 + \delta_{IR}^2}, \quad (11)$$

где  $s_{UV}$ ,  $s_{IR}$  – параметры насыщения охлаждающего и перекачивающего пучков соответственно,  $\delta_{UV}$ ,  $\delta_{IR}$  – их отстройки от центра линии. Коэффициенты  $1/3$  учитывают равномерное распределение интенсивности лазерных полей по поляризациям. В равновесии при нулевых отстройках населенности уровней  $S(1)$  и  $D(1)$ , в приближении  $\alpha_P, \alpha_{[3/2]} \ll 1$ , равны

$$\rho_{S(1)} = \frac{9 + 3s_{UV}}{9 + 4s_{UV} + \varepsilon}, \quad (12)$$

$$\rho_{D(1)} = \frac{\varepsilon}{9 + 4s_{UV} + \varepsilon}, \quad (13)$$

где  $\varepsilon$  – поправка на перекачивающее излучение, равная

$$\varepsilon = 9 \frac{\alpha_P}{\alpha_{[3/2]}} \frac{\Gamma_P}{\Gamma_{[3/2]}} \frac{s_{UV}}{s_{IR}}. \quad (14)$$

Потеря иона из основного цикла осуществляется через нерезонансно заселяющиеся состояния  $P(1)$  и  $[3/2](1)$ , населенность которых можно получить из формул (10) и (11), подставив отстройки, равные сверхтонким расщеплениям соответствующих термов ( $\Delta_P$  и  $\Delta_{[3/2]}$ ), и воспользовавшись приближениями  $\Delta_P \gg \Gamma_P$ ,  $\Delta_{[3/2]} \gg \Gamma_{[3/2]}$ :

$$\rho_{P(1)} = \rho_{S(1)} \frac{\Gamma_{UV}}{\Gamma_P} \left( \frac{\Gamma_P}{2\Delta_P} \right)^2, \quad (15)$$

$$\rho_{[3/2](1)} = \rho_{D(1)} \frac{\Gamma_{IR}}{\Gamma_{[3/2]}} \left( \frac{\Gamma_{[3/2]}}{2\Delta_{[3/2]}} \right)^2. \quad (16)$$

Скорость ухода из цикла тогда будет равна

$$\begin{aligned} \gamma_b &= \frac{5}{6} (\alpha_P \Gamma_P \rho_{P(1)} + \alpha_{[3/2]} \Gamma_{[3/2]} \rho_{[3/2](1)}) = \\ &= \frac{5}{6} \frac{\alpha_P \Gamma_P s_{UV}}{9 + 4s_{UV} + \varepsilon} \left[ (3 + s_{UV}) \left( \frac{\Gamma_P}{2\Delta_P} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 3\alpha_{[3/2]} \left( \frac{\Gamma_{[3/2]}}{2\Delta_{[3/2]}} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Теперь пусть ион изначально находится в темном состоянии  $D(2)$ . Существует два механизма ухода иона из него. Первый из них – нерезонансное возбуждение уровня  $[3/2](1)$  с последующим уходом в основной цикл. Этот процесс происходит со скоростью

$$\Gamma_{IR} \left( \frac{\Gamma_{[3/2]}}{2(\Delta_{[3/2]} + \Delta_D)} \right)^2. \quad (18)$$

Второй механизм – прямой квадрупольный распад, происходящий со скоростью  $\Gamma_Q$ . Таким образом, для скорости распада темного состояния получаем

$$\gamma_d = \Gamma_Q + \frac{s_{IR}}{3} \alpha_{[3/2]} \Gamma_{[3/2]} \left( \frac{\Gamma_{[3/2]}}{2(\Delta_{[3/2]} + \Delta_D)} \right)^2. \quad (19)$$

Пусть полная эффективность сбора фотонов равна  $\eta$ , а время детектирования –  $\tau_D$ . В модели экспоненциального распада состояния статистика фотонов для темного ( $p_d(n)$ ) и светлого ( $p_b(n)$ ) состояний была найдена в [22]. Модификация этой статистики с учетом (5) имеет вид:

$$\begin{aligned} p_d(n) &= e^{-\alpha_d \lambda_0} \left[ \delta_n + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha_d}{(1 - \alpha_d)^{n+1}} I(n + 1, (1 - \alpha_d) \lambda_0) \right], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} p_b(n) &= \frac{5}{4} \alpha_P p_d(n) + \left( 1 - \frac{5}{4} \alpha_P \right) \left[ \frac{e^{-(1+\alpha_b)\lambda_0} \lambda_0^n}{n!} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha_b}{(1 + \alpha_b)^{n+1}} I(n + 1, (1 + \alpha_b) \lambda_0) \right], \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\lambda_0 \propto \tau_D$  – среднее количество собранных фотонов на длине волны охлаждающего лазера для случая, когда ион все время  $\tau_D$  находится в основном цикле,  $\alpha_b = \gamma_b \tau_D / \lambda_0$ ,  $\alpha_d = \gamma_d \tau_D / \lambda_0$ , а функция  $I$  – нормализованная нижняя неполная гамма-функция, равная по определению

$$I(z, a) = \frac{1}{\Gamma(z)} \int_0^a t^{z-1} e^{-t} dt. \quad (22)$$

В присутствие засветки, статистика которой принимается пуассоновской со средним  $\lambda_{DC} \propto \tau_D$ , итоговая статистика будет представлять собой свертку:

$$p'_d(n) = \sum_{m=0}^n p_d(m) \frac{e^{-\lambda_{DC}} \lambda_{DC}^{n-m}}{(n-m)!}, \quad (23)$$

аналогичная формула верна и для светлого состояния. Для выражений (20) и (21) эта свертка принимает вид

$$\begin{aligned} p'_d(n) &= e^{-\alpha_d \lambda_0} \left[ \frac{e^{-\lambda_{DC}} \lambda_{DC}^n}{n!} + \frac{\alpha_d e^{-\alpha_d \lambda_{DC}}}{(1 - \alpha_d)^{n+1}} \times \right. \\ &\quad \left. \times Q(n + 1, (1 - \alpha_d) \lambda_{DC}, (1 - \alpha_d)(\lambda_{DC} + \lambda_0)) \right], \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} p'_b(n) &= \frac{5}{4} \alpha_P p'_d(n) + \\ &+ \left( 1 - \frac{5}{4} \alpha_P \right) \left[ \frac{e^{-(1+\alpha_b)\lambda_0 - \lambda_{DC}} (\lambda_{DC} + \lambda_0)^n}{n!} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha_b e^{\alpha_b \lambda_{DC}}}{(1 + \alpha_b)^{n+1}} \times \right. \\ &\quad \left. \times Q(n + 1, (1 + \alpha_b) \lambda_{DC}, (1 + \alpha_b)(\lambda_{DC} + \lambda_0)) \right], \end{aligned} \quad (25)$$

где функция  $Q$  определяется как

$$Q(z, a, b) = \frac{1}{\Gamma(z)} \int_a^b t^{z-1} e^{-t} dt. \quad (26)$$

На практике для определения состояния иона, в котором он находился перед началом процесса детектирования, подсчитывается количество фотонов, зарегистрированных за время измерения  $\tau_D$ , и сравнивается с дискриминатором – пороговым числом  $D$  собранных фотонов, выше которого состояние классифицируется как светлое, в противном случае – как темное. Тогда теоретическая достоверность корректной идентификации начального состояния кубита выражается формулой

$$F_d = \sum_{n=0}^D p'_d(n) \quad (27)$$

для темного состояния и

$$F_b = 1 - \sum_{n=0}^D p'_b(n) \quad (28)$$

для светлого. Окончательные выражения после подстановки (24) и (25) принимают вид

$$F_d = e^{-\alpha_d \lambda_0} \left[ e^{\alpha_d \lambda_0} \tilde{Q}(D+1, \lambda_{DC} + \lambda_0) + \frac{e^{-\alpha_d \lambda_{DC}}}{(1 - \alpha_d)^{D+1}} \times \right. \\ \left. \times Q(D+1, (1 - \alpha_d) \lambda_{DC}, (1 - \alpha_d)(\lambda_{DC} + \lambda_0)) \right], \quad (29)$$

$$F_b = 1 - \frac{5}{4} \alpha_P F_d - \left( 1 - \frac{5}{4} \alpha_P \right) \left[ \tilde{Q}(D+1, \lambda_{DC}) - \frac{e^{\alpha_b \lambda_{DC}}}{(1 + \alpha_b)^{D+1}} \times \right. \\ \left. \times Q(D+1, (1 + \alpha_b) \lambda_{DC}, (1 + \alpha_b)(\lambda_{DC} + \lambda_0)) \right], \quad (30)$$

где

$$\tilde{Q}(z, a) = \frac{1}{\Gamma(z)} \int_a^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt. \quad (31)$$

**3. Численная оптимизация параметров считывания.** Среднее число считанных фотонов за время  $\tau_D$  пропорционально населенности уровня  $P_0$ :

$$\lambda_0 = \eta \tau_D \Gamma_P \rho_{P(0)} = \eta \tau_D \Gamma_P \frac{s_{UV}}{9 + 4s_{UV} + \varepsilon}. \quad (32)$$

Отсюда находим  $\alpha_b$  и  $\alpha_d$ :

$$\alpha_b = \frac{5}{6} \frac{\alpha_P}{\eta} \left[ (3 + s_{UV}) \left( \frac{\Gamma_P}{2\Delta_P} \right)^2 + 3\alpha_{[3/2]} \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{\Gamma_{[3/2]}}{2\Delta_{[3/2]}} \right)^2 \right], \quad (33)$$

$$\alpha_d = \frac{9 + 4s_{UV} + \varepsilon}{\eta \Gamma_P s_{UV}} \left[ \Gamma_Q + \frac{s_{IR}}{3} \alpha_{[3/2]} \Gamma_{[3/2]} \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{\Gamma_{[3/2]}}{2(\Delta_{[3/2]} + \Delta_D)} \right)^2 \right]. \quad (34)$$

Засветку будем характеризовать коэффициентом засветки  $N$ , равным отношению  $\lambda_{DC}/\lambda_0$ :

$$\lambda_{DC} = N \lambda_0. \quad (35)$$

Поскольку оба количества фотонов пропорциональны времени детектирования,  $N$  от него не зависит.

Численные значения атомных параметров:

$$\Gamma_P = 2\pi \cdot 19.6 \text{ МГц}, \quad \Gamma_{[3/2]} = 2\pi \cdot 4.2 \text{ МГц}; \\ \alpha_P = 0.5 \cdot 10^{-2}, \quad \alpha_{[3/2]} = 1.8 \cdot 10^{-2}; \\ \Delta_P = 2\pi \cdot 2.105 \text{ ГГц}, \quad \Delta_{[3/2]} = 2\pi \cdot 4.2 \text{ ГГц}; \\ \Gamma_Q = 2\pi \cdot 3.02 \text{ Гц}, \quad \Delta_D = 2\pi \cdot 0.86 \text{ ГГц}.$$

Для характерных значений параметров насыщения  $s_{UV}, s_{IR} = 1$  и эффективности считывания  $\eta = 10^{-3}$  выражения (33) и (34) равны соответственно

$$\alpha_b = 4 \cdot 10^{-4}, \quad \alpha_d = 4 \cdot 10^{-3}. \quad (36)$$

Результаты численной оптимизации, изложенной далее, слабо зависят от параметров насыщения (при условии, что они не слишком малы), поэтому в дальнейшем примем их значения постоянными и равными  $s_{UV}, s_{IR} = 1$ .

Общая достоверность считывания равна минимальной из двух достоверностей (29), (30) и достигает оптимального значения при их равенстве:

$$F_d = F_b. \quad (37)$$

Данное уравнение можно численно решить относительно  $\tau_D$  при фиксированном  $D$ , а затем максимизировать  $F_d$  или  $F_b$  по  $D$  при оптимальном времени  $\tau_D(D)$ , либо, что то же самое, минимизировать ошибку  $1 - F_{b(d)}$ . Существование оптимального значения  $D$  при конечной засветке следует из рис. 2, на

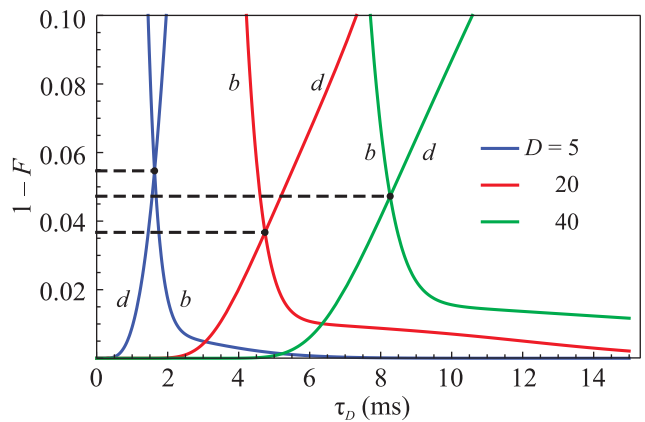


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость ошибки считывания от  $\tau_D$  при различных значениях  $D$ . Буквы  $b$  и  $d$  указывают на графики для светлого и темного состояний соответственно. Точки пересечения графиков – оптимальные ошибки

котором видна немонотонная зависимость оптимальной (по  $\tau_D$ ) ошибки от  $D$ . При построении взяты следующие значения параметров:  $\eta = 10^{-3}, N = 0.3$ .

Таким образом можно для каждого  $\eta$  и  $N$  выбрать оптимальную пару  $(\tau_D, D)$  и вычислить минимальную для данного набора параметров величину  $1 - F$ . Результаты оптимизации представлены на рис. 3–5.

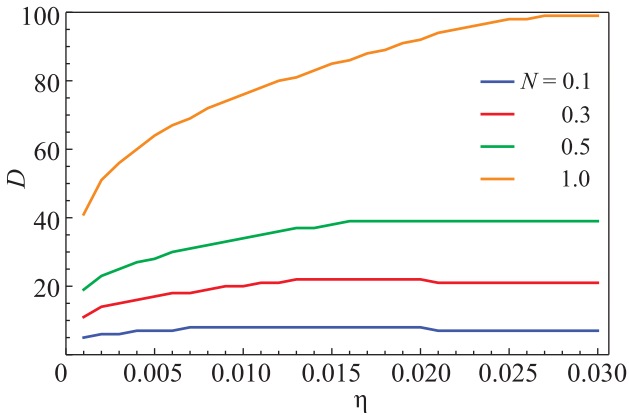


Рис. 3. (Цветной онлайн) Оптимальные значения порога дискриминатора

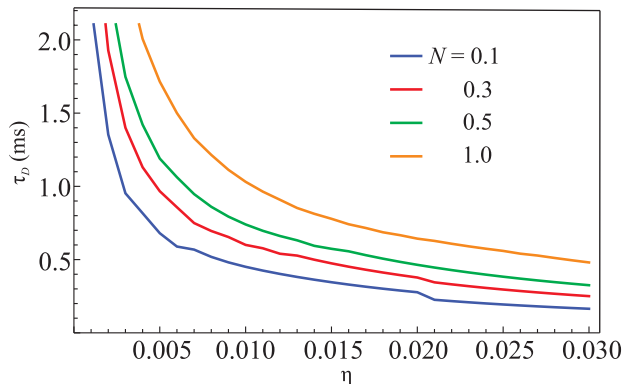


Рис. 4. (Цветной онлайн) Оптимальные значения времени детектирования

Из графиков на рис. 3, 4 следует особенность, заключающаяся в том, что при повышении  $\eta$  оптимальный порог дискриминатора выходит на постоянное значение, зависящее только от  $N$ , а время детектирования уменьшается таким образом, чтобы оно компенсировало увеличение  $\eta$ , и среднее количество собранных фотонов оставалось примерно постоянным. При увеличении уровня засветки монотонно увеличивается как порог дискриминатора, так и оптимальное время, что находится в согласии с тем рассуждением, что при увеличении  $\lambda_{DC}$  необходимо большее время детектирования, чтобы “разнести” пики распределения на уровнях  $\lambda_{DC}$  и  $\lambda_{DC} + \lambda_0$  для темного и светлого состояний соответственно (см. слагаемые вида распределения Пуассона в формулах (24)

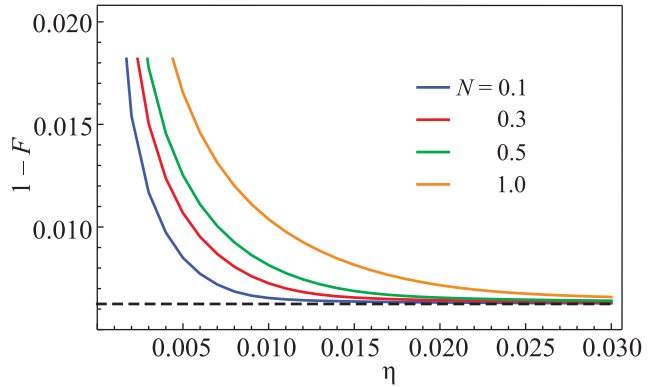


Рис. 5. (Цветной онлайн) Оптимальные значения ошибки детектирования. Пунктирной линией обозначен уровень  $p_{bd} = 0.6\%$

и (25)), и, следовательно, больший порог дискриминатора.

Анализ графиков на рис. 5 позволяет указать на два момента. Первый – существование верхней границы оптимальной достоверности, соответствующей вероятности  $p_{bd}$ . Таким образом, при данной схеме считывания эта вероятность представляет собой фундаментальное ограничение. Второй момент – эта граница достигается достаточно быстро в терминах эффективности сбора в стандартных условиях засветки (при уровне засветки  $N = 0.5$  и эффективности сбора  $\eta = 1\%$  ошибка составляет  $0.8\%$  при граничном значении  $p_{bd} = 0.6\%$ ). Однако и при больших засветках ошибка остается на уровне меньше процента, если эффективность сбора больше процента.

**4. Заключение.** В данной работе было проанализировано, что несмотря на небольшое естественное время жизни верхнего кубитного состояния и нерезонансные процессы, возможно достижение достоверности считывания оптического кубита на квадрупольном переходе в ионе иттербия больше  $99\%$  при разумных параметрах эксперимента. Было также показано, что при данной технике считывания, повсеместно используемой сегодня в оптических часах на этом переходе, а также в экспериментах по квантовым вычислениям на оптическом кубите, на начальном этапе процедуры происходит нежелательное накачивание светлого состояния в темное, что определяет предельную достижимую достоверность считывания в  $99.4\%$ . При необходимости дальнейшего увеличения достоверности эту проблему можно решить, например, переводя перед считыванием населенность из уровня  ${}^2S_{1/2}(F = 0)$  в  ${}^2S_{1/2}(F = 1)$  при помощи микроволнового импульса методом быстрого адиабатического прохода (rapid adiabatic passage), что не накладывает каких-либо серьезных требо-

ваний на стабильность частоты и амплитуды прикладываемого поля и не сильно усложняет установку. Также эти результаты могут использоваться для оценки достоверности считывания не только кубита, но и кудита на базе данного перехода.

Оптимизация и исследование зависимости достоверности от различных параметров эксперимента были выполнены А.С.Борисенко при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта # 20-32-90020. Разработка теоретической модели процедуры считывания была осуществлена остальными соавторами при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках гранта # 19-12-00274.

1. R. Lechner, C. Maier, C. Hempel, P. Jurcevic, B.P. Lanyon, T. Monz, M. Brownnutt, R. Blatt, and C.F. Roos, *Phys. Rev. A* **93**, 1 (2016).
2. L.A. Akopyan, I.V. Zalivako, K.E. Lakhmanskiy, K.Y. Khabarova, and N.N. Kolachevsky, *JETP Lett.* **112**, 585 (2020).
3. J.S. Chen, K. Wright, N.C. Pisenti, D. Murphy, K.M. Beck, K. Landsman, J.M. Amini, and Y. Nam, *Phys. Rev. A* **102**, 43110 (2020).
4. M.K. Joshi, A. Fabre, C. Maier, T. Brydges, D. Kiesenhofer, H. Hainzer, R. Blatt, and C.F. Roos, *New J. Phys.* **22**, 103013 (2020).
5. M. Niedermayr, K. Lakhmanskiy, M. Kumph, S. Partel, J. Edlinger, M. Brownnutt, and R. Blatt, *New J. Phys.* **16** (2014).
6. J.M. Pino, J.M. Dreiling, C. Figgatt, J.P. Gaebler, S.A. Moses, M.S. Allman, C.H. Baldwin, M. Foss-Feig, D. Hayes, K. Mayer, C. Ryan-Anderson, and B. Neyenhuis, *Nature* **592**, 209 (2021).
7. S.M. Brewer, J.S. Chen, A.M. Hankin, E.R. Clements, C.W. Chou, D.J. Wineland, D.B. Hume, and D.R. Leibbrandt, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 1 (2019).
8. T. Rosenband, D.B. Hume, P.O. Schmidt et al. (Collaboration), *Science* **319**, 1808 (2008).
9. R. Lange, N. Huntemann, J.M. Rahm, C. Sanner, H. Shao, B. Lipphardt, C. Tamm, S. Weyers, and E. Peik, *Phys. Rev. Lett.* **126**, 11102 (2021).
10. V.A. Dzuba, V.V. Flambaum, M.S. Safronova, S.G. Porsev, T. Pruttivarasin, M.A. Hohensee, and H. Häffner, *Nat. Phys.* **12**, 465 (2016).
11. K. Wright, K.M. Beck, S. Debnath et al. (Collaboration), *Nat. Commun.* **10**, 1 (2019).
12. J. Zhang, G. Pagano, P.W. Hess, A. Kyprianidis, P. Becker, H. Kaplan, A.V. Gorshkov, Z.X. Gong, and C. Monroe, *Nature* **551**, 601 (2017).
13. I. Pogorelov, T. Feldker, C.D. Marciniak et al. (Collaboration), *PRX Quantum* **2**, 1 (2021).
14. P.D.D. Schwindt, Y.Y. Jau, H. Partner, A. Casias, A.R. Wagner, M. Moorman, R.P. Manginell, J.R. Kellogg, and J.D. Prestage, *Rev. Sci. Instrum.* **87**, 053112 (2016).
15. T. Schneider, E. Peik, and C. Tamm, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 230801 (2005).
16. N. Huntemann, C. Sanner, B. Lipphardt, C. Tamm, and E. Peik, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 063001 (2016).
17. I.A. Semerikov, K.Y. Khabarova, I.V. Zalivako, A.S. Borisenko, and N.N. Kolachevsky, *Bull. Lebedev Phys. Inst.* **45**, 337 (2018).
18. I.V. Zalivako, I.A. Semerikov, A.S. Borisenko, M.D. Aksenov, K.Y. Khabarova, and N.N. Kolachevsky, *JETP Lett.* **114**, 53 (2021).
19. B.I. Bantysh, A.Y. Chernyavskiy, and Y.I. Bogdanov, *JETP Lett.* **111**, 512 (2020).
20. T.P. Harty, D.T. Allcock, C.J. Ballance, L. Guidoni, H.A. Janacek, N.M. Linke, D.N. Stacey, and D.M. Lucas, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 2 (2014).
21. J.P. Gaebler, C.H. Baldwin, S.A. Moses, J.M. Dreiling, C. Figgatt, M. Foss-Feig, D. Hayes, and J.M. Pino, *Suppression of mid-circuit measurement crosstalk errors with micromotion* (2021), URL <http://arxiv.org/abs/2108.10932>.
22. M. Acton, K.A. Brickman, P.C. Haljan, P.J. Lee, L. Deslauriers, and C. Monroe, *Quantum Information and Computation* **6**, 465 (2006).
23. P.J. Low, B.M. White, A.A. Cox, M.L. Day, and C. Senko, *Phys. Rev. Research* **2**, 033128 (2020).
24. S. Ejtemaee, R. Thomas, and P.C. Haljan, *Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics* **82**, 1 (2010).
25. D.J. Berkeland and M.G. Boshier, *Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics* **65**, 13 (2002).
26. I.I. Sobelman, *Atomic spectra and radiative transitions*, Springer Science & Business Media, Berlin (2012).