

# СТИМУЛЯЦИЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ КВАЗИЧАСТИЧНЫМ ТОКОМ В МНОГОСЛОЙНЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ТУННЕЛЬНЫХ СТРУКТУРАХ

A.B.Зайцев

*Институт радиотехники и электроники АН СССР  
103907, Москва*

Поступила в редакцию 31 октября 1991 г.

Для двухбарьерной туннельной структуры  $S_hISIS_h$ , состоящей из сверхпроводников  $S_{(h)}$  с существенно отличающимися (равновесными) критическими температурами ( $T_{c0} \ll T_c^h$ ) найдена зависимость щели  $\Delta$  в  $S$  от напряжения  $V$  на структуре. Показано, что: 1) в области  $eV < 2(\Delta_h + \Delta_0)$  щель может подрастать до значений порядка равновесной  $\Delta_0 \sim T_{c0}$ ; 2) при  $T > T_{c0}$  решение для  $\Delta$  оказывается двузначной функцией  $V$  и  $T$ ; 3) в области  $eV < 2(\Delta_h - \Delta_0)$  с понижением  $T$  может происходить три фазовых перехода при температурах  $T_{c1} > T_{c2} > T_{c3}$ . Неоднозначность решения приводит к особенностям на зависимости квазичастичной и джозефсоновской компонент тока от  $V$  и от  $T$ .

Недавно в эксперименте<sup>1</sup> при пропускании квазичастичного тока через туннельную структуру  $S_hISIS_h$  ( $S_{(h)}$  - сверхпроводник, имеющий равновесную критическую температуру  $T_{c0} \ll T_c^h$ ,  $I$  - слой изолятора) наблюдалась существенная стимуляция сверхпроводимости в  $S$  при температурах  $T > T_{c0}$ . Возможность такой стимуляции качественно обсуждалась еще в работе<sup>2</sup>, в которой отмечалось, что она происходит вследствие экстракции квазичастиц из  $S$ , имеющей место при некоторых напряжениях. Теоретический анализ, проведенный в настоящей работе, показал, что в случае достаточно малых прозрачностей барьеров (реализующихся в эксперименте), при которых эффект близости несущественен, в рассматриваемой структуре, в диапазоне  $eV < 2(\Delta_h + \Delta_0)$  щель в  $S$  может подрастать до значений порядка равновесной  $\Delta_0$ , соответствующей  $T = 0$  ( $\Delta_h$  - щель в сверхпроводнике  $S_h$ ). При этом  $\Delta$  оказывается двузначной функцией  $V$  и  $T$ . Показано, что для каждого  $V < 2(\Delta_h + \Delta_0)/e$  могут существовать от одного до трех значений  $T_{cm}(m = 1 \div 3)$ : два максимальных определяют интервал  $T_{c1} \leq T \leq T_{c2}$ , в котором существует решение, исчезающее в крайних точках скачком (фазовый переход первого рода), и третье (если оно существует) соответствует фазовому переходу второго рода. Мы обсудим интересные особенности квазичастичной и джозефсоновской компонент тока, обусловленные такой зависимостью  $\Delta$  от напряжения и температуры.

При описании рассматриваемой структуры, как и в<sup>3,4</sup> будем исходить из системы уравнений для квазиклассических функций Грина<sup>5,6</sup>, сшивка которых на барьерах осуществляется с помощью граничных условий<sup>7</sup>. Будем предполагать, что реализуется грязный предел: длина свободного пробега  $1 \ll d, \xi$ , где  $d$  - толщина  $S$ -слоя. При этом можно получить уравнение для проинтегрированной по углам матричной гриновской функции  $\langle \overset{\vee}{G} \rangle = G^{\vee}$ <sup>6</sup> и граничного условия для нее<sup>8</sup>, из которых, предполагая, что  $d \ll \xi$  легко получить уравнение для  $\overset{\vee}{G} \equiv \overset{\vee}{G}(t, t')$  (электрический потенциал сверхпроводника  $S$  полагаем равным нулю)

$$i\hbar \overset{\vee}{\tau}_z \partial \overset{\vee}{G} / \partial t + i\hbar \partial \overset{\vee}{G} / \partial t' \overset{\vee}{\tau}_z - \overset{\vee}{\Delta}(t) \overset{\vee}{G} + \overset{\vee}{G} \overset{\vee}{\Delta}(t') + \overset{\vee}{\Sigma} \overset{\vee}{G} - \overset{\vee}{G} \overset{\vee}{\Sigma} = 0, \quad (1)$$

$$\overset{\vee}{G}^2(t, t') \equiv \int dt_1 \overset{\vee}{G}(t, t_1) \overset{\vee}{G}(t_1, t') = \overset{\vee}{\delta}(t - t'), \quad (2)$$

где  $\overset{\vee}{\Sigma} = i\epsilon_1 \overset{\vee}{G}_1 + i\epsilon_2 \overset{\vee}{G}_2 + \overset{\vee}{\Sigma}_{ph}$ ,  $\epsilon_j = \hbar D_j v_F / 4d$ ,  $D_j$  - усредненный по углам (с определенным весом<sup>8,3,4</sup>) коэффициент прозрачности,  $\overset{\vee}{G}_{1(2)}$  - гриновская функция сверхпроводника  $S_h$  слева (справа) от  $S$ , которую предполагаем равновесной (что обеспечивается, малостью  $D_j$  и большой толщиной  $S_h$ -слоев),  $\overset{\vee}{\Sigma}_{ph}$  - собственно энергетическая матрица, определяемая электрон-фононным взаимодействием в  $S$ ,  $\overset{\vee}{\Delta}(t)$  - матрица параметра порядка<sup>6</sup>. Отметим, что размеры структуры в направлении поперечном к току предполагаем достаточно малыми (в частности по сравнению с длиной энергетической релаксации), поэтому пространственная неоднородность отсутствует. Зная гриновскую функцию  $\overset{\vee}{G}$  на основании граничного условия легко найти выражение для тока через  $j$ -ый барьер, имеющий сопротивление  $R_j$  ( $j = 1, 2$ )

$$I_j(t) = (\pi/8eR_j)(-1)^j \text{Tr} \hat{f}_z [\hat{G}_j^R \hat{G} + \hat{G}_j \hat{G}^A - \hat{G}^R \hat{G}_j - \hat{G} \hat{G}_j^A](t, t). \quad (3)$$

Прежде чем переходить к изучению влияния неравновесности на  $\Delta$ , остановимся очень кратко на другом факторе - эффекте близости, который уже в равновесных условиях стимулирует сверхпроводимость в  $S$ . Благодаря этому эффекту при  $T > T_{c0}$  через рассматриваемую структуру может протекать сверхток<sup>8,3,9</sup>, связь которого с разностью фаз параметра порядка на структуре  $\varphi$  при  $V = 0$  определяется выражением<sup>9</sup> (в случае  $R_1 = R_2$ )

$$eRI_s(\varphi) = \sin \varphi 2\pi T \sum_{n>0} (\epsilon_b f_h(\omega_n) + \tilde{\Delta}) f_s(\omega_n) / \varsigma_n. \quad (4)$$

Здесь  $\tilde{\Delta} \cos(\varphi/2) = \Delta$ , а  $\tilde{\Delta}$  удовлетворяет уравнению

$$[\ln(T/T_{c0}) + 2\pi T \sum_{n \geq 0} (1/\omega_n - 1/\varsigma_n)] \tilde{\Delta} = \epsilon_b 2\pi T \sum_{n \geq 0} f_s(\omega_n) / \varsigma_n, \quad (5)$$

где  $\varsigma_n = \{[\omega_n + \epsilon_b g_h(\omega_n)]^2 + [\epsilon_b f_h(\omega_n) + \tilde{\Delta}]^2 \cos^2(\varphi/2)\}^{1/2}$ ,  $\omega_n = \pi T(2n+1)$ ,  $g_h(\omega)$  и  $f_h(\omega)$  - температурные гриновские функции сверхпроводника  $S_h$ ,  $\epsilon_b = \hbar D v_F / 2d$ . Формулы (5,6) позволяют в принципе найти зависимость  $I_s(\varphi)$  для любых  $T$  при произвольном соотношении между  $\epsilon_b$  и  $T_{c0}$ <sup>9</sup>. Здесь мы ограничимся случаем малых прозрачностей  $\epsilon_b \ll T_{c0}$ , при  $T - T_{c0} \gg \epsilon_b$ , для которого имеем  $I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi$ , где

$$eI_c(T)R = \epsilon_b [F_2(T) + F_1^2(T) / \ln(T/T_{c0})], \quad F_j(T) = 2\pi T \sum_{n \geq 0} f_s^j(\omega_n) / \omega_n. \quad (5')$$

Из (5') следует, что при  $\epsilon_b \ll T_{c0}$  сверхток мал:  $I_c(T) \ll I_c(0)$ . Мала при этом и щель  $\Delta_g = (\tilde{\Delta} + \epsilon_b) \cos(\varphi/2) \ll \Delta_0$ , а температура сверхпроводящего перехода равна  $T_{c0}$ .

Ситуация существенно меняется при наличии напряжения из-за неравновесности функции распределения  $f(\epsilon)$ . При обсуждении этого случая мы будем рассматривать область  $T > T_{c0}$  и предполагать, что выполнено соотношение

$$T_c^h \gg T_{c0} \gg \epsilon_b \quad (6)$$

позволяющее пренебречь эффектом близости<sup>1)</sup> Наиболее интересные эффекты при этом проявляются в области напряжений  $V \gg \epsilon_b/e$ , в которой можно пренебречь осциллирующей частью функции распределения (а также гриновских функций  $\hat{G}^{(R,A)}$  и параметра порядка), а для стационарной ее части  $\bar{f}(\epsilon)$  из (1) получить уравнение ( $R_1 = R_2$ )

$$\nu_h(\epsilon_+)[n(\epsilon_+) - \bar{f}(\epsilon)] + \nu_h(\epsilon_-)[n(\epsilon_-) - \bar{f}(\epsilon)] = \tau_b I_{ph}, \quad (7)$$

где  $\nu_h(\epsilon) = |\epsilon|\theta(|\epsilon| - \Delta_h)/(\epsilon^2 - \Delta_h^2)^{1/2}$  - плотность состояний сверхпроводника  $S_h$ ,  $\epsilon_{\pm} = \epsilon \pm eV/2$ ,  $n(\epsilon) = \text{th}(\epsilon/2T)$ ,  $\tau_b = \hbar/\epsilon_b$  - характерное время, определяемое туннельными процессами,  $I_{ph}$  - интеграл столкновений с фононами<sup>5,6</sup>. В силу условия (6) из уравнения самосогласования<sup>5,6</sup> имеем следующее уравнение для  $\Delta$

$$\int_0^\infty d\epsilon [\bar{f}(\epsilon)\theta(|\epsilon| - \Delta)/(\epsilon^2 - \Delta^2)^{1/2} - n(\epsilon)/\epsilon] = \ln(T/T_{c0}). \quad (8)$$

Наиболее просто решение (7) находится для случая, когда характерное время неупругой релаксации  $\tau_{in} \gg \tau_b$ , в котором

$$\bar{f}(\epsilon) = [\nu_h(\epsilon_+)n(\epsilon_+) + \nu_h(\epsilon_-)n(\epsilon_-)]/[\nu_h(\epsilon_+) + \nu_h(\epsilon_-)] + n(\epsilon)\theta(\Delta_h - |\epsilon_+|)\theta(\Delta_h - |\epsilon_-|). \quad (9)$$

Из (7, 8) можно найти уравнение для  $\delta = \Delta/\Delta_0$ , которое принимает особенно простой вид в области  $T \ll T_c^h$ :

$$[\ln((u^2 - \delta^2)^{1/2} + |u|) - \tilde{v}(\delta, u)]\theta(|u| - \delta) + \ln(\delta)\theta(\delta - |u|) = 0, \quad (10)$$

где  $u = (eV - 2\Delta_h)/2\Delta_0$ ,

$$\tilde{v}(\delta, u) = \begin{cases} \int_0^{(u^2 - \delta^2)^{1/2}} dx \text{th}(\beta x)/(x^2 - \delta^2)^{1/2}, & u < 0, \\ (\pi/2) - (2u/\delta)\text{arctg}[\delta/(u + (u^2 - \delta^2)^{1/2})], & u > 0, \end{cases}$$

Здесь  $\beta = \Delta_0/2T$ . Из (10) легко видеть, что при  $|u| < 1$  существует не зависящее от  $V$  решение  $\delta = 1$ , а также решения (отличающиеся лишь в области  $u < 0$ ), которые находились численно и представлены для трех температур на рис. 1. Интересна температурная зависимость  $\Delta$  при фиксированном напряжении, показанная для двух значений  $V$  на вставке к рис. 1. Мы видим, что при некоторой критической температуре эти решения исчезают скачком (фазовый переход первого рода). Температурная область существования решений ограничивается критическими температурами, зависимость которых от  $V$ , найденная численно для случая  $\tau_{in} \gg \tau_b$ , показана на рис. 2.

Неоднозначность зависимости  $\Delta(V)$  приводит к интересным особенностям на вольт-амперной характеристике (ВАХ)  $I(V)$  в области напряжений вблизи  $2\Delta_h(T)/e$ . Из (3) для зависимости  $I(V)$  при  $eV \gg \epsilon_b$  получается следующее выражение

$$I(V) = \frac{1}{2eR} \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon [\bar{f}(\epsilon) - n(\epsilon - eV/2)]\nu_h(\epsilon - eV/2)\nu(\epsilon), \quad (11)$$

<sup>1)</sup> Влияние эффекта близости на свойства различных двухбарьерных структур на основе используемого здесь микроскопического подхода изучалось в работах<sup>3,4,8,9</sup>

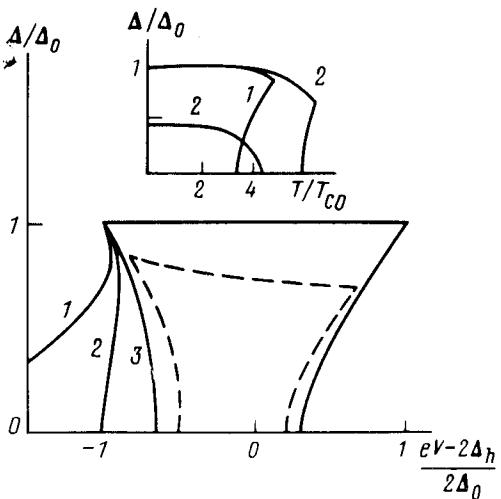


Рис.1

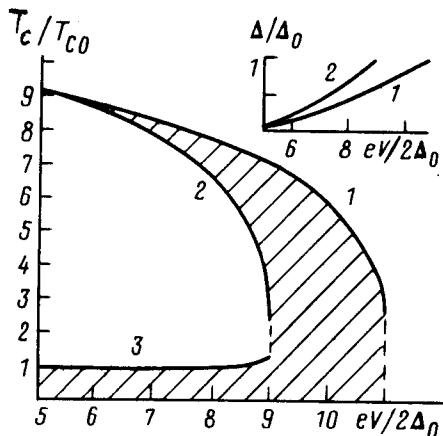


Рис.2

Рис. 1. Зависимость параметра порядка от напряжения при  $\tau_{in} \gg \tau_b$ ,  $T_{c0} = 0,1T_c^h$  для различных температур: 1 -  $t = T/T_{c0} = 1$ ; 2 -  $t = 1,2$ ; 3 -  $t = 2$ ; пунктиром показана зависимость соответствующая  $t = 2$  при  $\tau_{in} = \tau_b$ ; на вставке показана температурная зависимость щели при двух значениях  $u = (eV - 2\Delta_h(0))/2\Delta_0$ : 1 -  $u = -0,5$ ; 2 -  $u = 0,5$

Рис. 2. Зависимости  $T_c$  от напряжения для случая  $\tau_{in} \gg \tau_b$ ,  $T_{c0} = 0,1T_c^h$ , определяющие область существования решения для  $\Delta$  (заштрихована на рисунке). На вставке показаны зависимости  $\Delta(T_c)$ , соответствующие кривым 1 и 2; 3 - соответствует  $\Delta(T_c) = 0$

где  $\nu(\epsilon) = |(\epsilon)|\theta(|\epsilon| - \Delta)/(\epsilon^2 - \Delta^2)^{1/2}$ . Особенno простой результат следует из (11) в случае  $\tau_{in} \gg \tau_b$  при  $T \ll T_c^h$ , в котором его зависимость от  $u = (eV - 2\Delta_h(0))/2\Delta_0$  определяется выражением ( $|u| \sim 1$ )

$$eI(V)R/\Delta_0 = \sqrt{(T_c^h/T_{c0})}\sqrt{u}[2,132\theta(u-1) + Y(\delta(u)/u)\theta(u-\delta(u))\theta(1-u)], \quad (12)$$

где

$$Y(x) = 2 \int_x^1 dy [(1+y)^{1/2} - (1-y)^{1/2}] / (y^2 - x^2)^{1/2}$$

$\delta(u)$  - решение уравнения (10). Таким образом, в случае когда энергетическая релаксация несущественна при низких температурах (с точностью до экспоненциально малых членов) ток равен нулю при  $u < 0$ . Для качественного понимания влияния энергетической релаксации на величину  $\Delta$  и ток достаточно подставить решение (8) для  $\bar{f}(\epsilon)$ , полученное с использованием упрощенного выражения для интеграла столкновений:  $I_{ph} = [\bar{f}(\epsilon) - \text{th}(\epsilon/2T)]/\tau_{in}$ . Найденные в результате такой подстановки решения для  $\Delta$  и ВАХ при  $\tau_{in} = \tau_b$  и  $T = 2T_{c0}$  показаны на рис.1 и 3. Мы видим, что вследствие неоднозначности зависимости  $\Delta(V)$  оказывается неоднозначной и функция  $I(V)$ , которая имеет участки с отрицательной проводимостью  $\sigma = dI/dV$ , соответствующие убывающим с ростом  $V$  решениям для  $\Delta$ . Отметим, что кривой 2 на рис.3 в режиме с заданным током соответствует гистерезис и скачки напряжения при  $I = I(V_{1,2})$ , где  $V_{1(2)} = 2(\Delta_h \mp \Delta(V_{1(2)})/e$ . Найденная форма ВАХ соответствует случаю  $R_1 = R_2$  при  $T_{c0}, T \ll T_c^h$ . В эксперименте последнее условие не было сильным, а сопротивления барьера отличались

поэтому (в режиме с заданным током) наблюдалась лишь особенность на ВАХ в виде ступеньки при  $V = 2(\Delta_h - \Delta(V))/e$ . Отметим, что представленная в <sup>1</sup> температурная зависимость  $\Delta$  показывает, что в согласии с нашими выводами щель исчезает скачком. Как уже отмечалось, при некоторых  $V$  могут происходить два фазовых перехода первого рода, которые должны сопровождаться скачкообразным изменением  $I$  как функции  $T$  при фиксированном  $V$ . В связи с этим представляет интерес экспериментальное изучение такой зависимости.

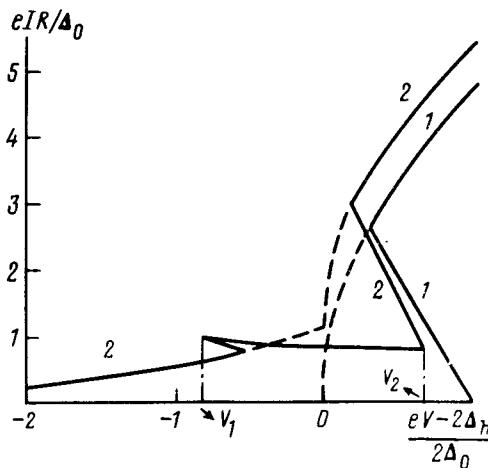


Рис. 3. Зависимости тока от напряжения вблизи  $eV = 2\Delta_h$  при  $T = 2T_{c0} = 0,2T_c^h$ :  $1-\tau_{in} \gg \tau_b$ ;  $2-\tau_{in} = \tau_b$ . Кривой 2 в режиме с заданным током соответствуют скачки напряжения, происходящие с увеличением (уменьшением) тока при  $I = I(V_1)$  ( $I = I(V_2)$ ). Пунктир соответствует зависимости  $I(V)$  при  $\Delta = 0$ , т.е. ВАХ  $S_hINIS_h$ -структурь (N - нормальный металл)

Наряду с квазичастичной через структуру протекает и осциллирующая (при не зависящем от времени  $V$ ) джозефсоновская компонента тока. Мы не будем здесь приводить выражение для нее, а отметим лишь принципиальные моменты. С возникновением щели в интервале  $|eV - 2\Delta_h| < 2\Delta_0$  (при  $T > T_{c0}$ ) происходит резкое возрастание джозефсоновской компоненты тока, пренебрежимо малой при остальных напряжениях и изменение частоты ее осцилляций с  $\omega_s = 2eV/\hbar$  на вдвое меньшую (при одинаковых барьерах), что может быть зафиксировано при наблюдении джозефсоновских ступенек. Таким образом, при  $T > T_{c0} \gg \epsilon_b$  рассматриваемая структура представляет собой слабую связь, в которой практически отсутствует стационарный, но проявляется нестационарный эффект Джозефсона.

Работа поддерживается научным советом по проблеме ВТСП и выполнена в рамках проекта N42 государственной программы "Высокотемпературная сверхпроводимость".

1. Blamire M.G., Krik E.C.G., Evets J.E., Klapwijk T.M., Phys. Rev. Lett., 1991, 66, 220.
2. Parmenter R.A., Phys. Rev. Lett., 1961, 7, 274.
3. Zaitsev A.V., Ovsyannikov G.A., In: Intern. Superc. Electr. Conf., Tokio, Japan, 1989, p.150.

4. Зайцев А.В., Письма в ЖЭТФ, 1990, 51, 35.
5. Элиашберг Г.М., Письма в ЖЭТФ, 1971, 34, 1254.
6. Ларкин А.И., Овчинников Ю.Н., ЖЭТФ, 1975, 41, 960.
7. Зайцев А.В., ЖЭТФ, 1984, 86, 1742.
8. Куприянов М.Ю., Лукичев В.Ф., ЖЭТФ, 1978, 94, 139.
9. Zaitsev A.V., Int. Conf. on HTSC and Localisation Phenomena, (Moscow, 1991), Abstracts, Section J, N8.