Письма в ЖЭТФ, том 117, вып. 2, с. 98 – 101

Дальнодействующие многочастичные взаимодействия, индуцируемые обменом нейтрино в веществе нейтронных звезд

М. И. Криворученко[1)]

Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 31 октября 2022 г.
После переработки 2 декабря 2022 г.
Принята к публикации 5 декабря 2022 г.

Силы с большим радиусом действия могут оказывать значительное влияние на уравнение состояния вещества. Нейтрино малой массы генерируют дальнодействующий потенциал за счет обмена нейтринными парами. Обсуждается возможная взаимосвязь между массами нейтрино, определяющими радиус действия двух-нейтринного обменного потенциала, и уравнением состояния нейтронной материи. Показано, что вопреки предыдущим утверждениям термодинамический потенциал, будучи разложенным в ряд по числу взаимодействий нейтрино, обращается в нуль в любом порядке разложения, за исключением двух-частичного взаимодействия. В однопетлевом приближении дальнодействующие многочастичные нейтринные взаимодействия стабильны в инфракрасной области при любой массе нейтрино и не оказывают влияния на уравнение состояния нейтронной материи и стабильность нейтронных звезд.

DOI: 10.31857/S1234567823020027, EDN: odyfwi

Среди фермионов Стандартной модели нейтрино являются самыми легкими частицами. Их массы по меньшей мере на шесть порядков меньше массы любых других заряженных фермионов. Обмен частицами малой массы создает потенциал с большим радиусом действия. Обмен безмассовыми фотонами, например, приводит к кулоновскому потенциалу. Поскольку нейтрино являются фермионами, дальнодействующие двух-частичные силы с их участием могут возникать посредством обмена нейтринными парами [1–5]. Потенциал двух-нейтринного обмена аналогичен потенциалу ван-дер-Ваальса, возникающему при двух-фотонном обмене (см., например, [6]). Слабо взаимодействующие легкие бозоны отлично иллюстрируют возможность значительного влияния слабых сил с большими радиусами действия на уравнение состояния (EoS) нейтронной материи и структуру нейтронных звезд [7, 8].

Фишбах [4] рассмотрел влияние дальнодействующих многочастичных взаимодействий нейтрино на EoS нейтронной материи и пришел к выводу, что вклад нейтринных взаимодействий в EoS расходится в инфракрасной области. Чтобы гарантировать конечность EoS и, в итоге, стабильность нейтронных звезд, он постулировал нижний предел для масс нейтрино в $m \gtrsim 0.4$ эВ. Космологические модели устанавливают ограничение на сумму масс нейтрино 0.13 эВ [9]. Согласно эксперименту КАТРИН по β-распаду трития, верхний предел эффективной массы электронного нейтрино составляет 0.8 эВ [10]. Оценка Фишбаха близка к этим пределам и частично с ними пересекается, что требует более тщательного анализа многочастичных нейтринных взаимодействий в ядерной среде. В связи с экспериментом КАТРИН ограничение на массу нейтрино [4] обсуждается в недавней статье [11].

Абада, Гавела и Пайн [12] обсуждают влияние многочастичных взаимодействий нейтрино с использованием стандартных методов квантовой статистики (см., например, [13]). Авторы подтверждают инфракрасную нестабильность EoS в каждом порядке разложения по числу взаимодействий и, тем не менее, приходят к выводу о том, что общий вклад многочастичных нейтринных взаимодействий в EOS нейтронной материи равен нулю.

В этой статье мы покажем, что, вопреки предыдущим утверждениям [4, 12], многочастичные взаимодействия нейтрино стабильны в инфракрасной области и, более того, их вклады обращаются в нуль в каждом отдельном члене разложения EoS в степенной ряд по плотности нейтронов. Таким образом, структура нейтронных звезд нечувствительна к массе нейтрино.

Эффективный гамильтониан для низкоэнергетического взаимодействия нейтрино и нейтронов генерируется обменом Z-бозоном. Мы рассматриваем случай дираковских нейтрино. После усреднения нейтрального слабого тока кварков по нейтронной

1)e-mail: mikhail.krivoruchenko@itep.ru

волновой функции эффективный гамильтониан принимает вид

$$H_{\mathrm{I}} = -\frac{G_F}{2\sqrt{2}}\int d^3x\,[\bar{\nu}(x)\gamma_\mu(1-\gamma_5)\nu(x)] \times \\ \times [\bar{n}(x)\gamma^\mu(1-g_A\gamma_5)n(x)]\,, \qquad (1)$$

где g_A – аксиальная константа связи нуклонов. Аксиальная составляющая слабого тока, которая указывает направление среднего спина нейтронов, обращается в нуль в неполяризованном веществе, поэтому среднее поле Z-бозона, U, является вектором. Массивное нейтрино взаимодействует с потенциалом U своей левой составляющей. В приближении среднего поля $\langle\bar{n}(x)\gamma^\mu(1-g_A\gamma_5)n(x)\rangle = g^{\mu 0}\rho$. Типичная плотность числа нейтронов равна $\rho \sim 0.4\,\mathrm{fm}^{-3}$, типичный импульс Ферми для нейтронов несколько сотен МэВ, тогда как Z-бозонный потенциал среднего поля равен $U = -G_F\rho/\sqrt{2} \sim -20$ эВ. Мы работаем в приближениях однородной нейтронной материи и плоского пространства Минковского. Эти приближения обоснованы для нейтрино с массами, превышающими обратный радиус нейтронных звезд, т.е. $m \gtrsim 1/R_{\mathrm{s}} \sim 2\times 10^{-11}$ эВ, где $R_{\mathrm{s}} \sim 10$ км.

В дальнейшем понадобятся проекционные операторы $L = (1-\gamma_5)/2$, $R = (1+\gamma_5)/2$ и $P_\pm = (1\pm\boldsymbol{\alpha}\mathbf{n})/2$, где $\boldsymbol{\alpha} = \gamma_0\boldsymbol{\gamma}$ и $\mathbf{n} = \mathbf{q}/|\mathbf{q}|$ – единичный вектор, ориентированный в направлении импульса нейтрино.

Эффективный лагранжиан для нейтрино с массой m принимает вид

$$\mathcal{L}_{\mathrm{eff}}(x) = \bar{\nu}(x)(i\hat{\nabla} - U\gamma_0 L - m)\nu(x). \qquad (2)$$

Функция Грина определяется квадратичной формой эффективного Лагранжиана. В импульсном представлении

$$\hat{S}_F(q,U) = \frac{1}{\hat{q} - U\gamma_0 L - m}. \qquad (3)$$

Изменение термодинамического потенциала, Ω, при включении взаимодействия задается хорошо известным выражением (см., например, [13])

$$\Omega - \Omega_0 = \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda}\langle H_{\mathrm{I}}^\lambda\rangle. \qquad (4)$$

В рассматриваемом случае $H_{\mathrm{I}}^\lambda = \lambda H_{\mathrm{I}}$ – эффективный гамильтониан (1) с масштабированной константой связи. В терминах функции Грина

$$\Omega - \Omega_0 = V\int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda}\lim_{\tau\to -0}\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \times \\ \times e^{-iq_0\tau}(-i)\mathrm{Tr}\left[\lambda U\gamma_0 L\hat{S}_F(q,\lambda U)\right], \qquad (5)$$

где V – нормировочный объем. Это выражение подразумевает гладкий термодинамический предел $V \to \infty$, $\rho = \mathrm{const}$. В реальной ситуации число частиц в звезде конечно, хотя велико. Строго говоря, пропагатор нейтрино следует разложить в ряд по степеням плотности, т.е., по параметру U, и обрезать ряд при $s \sim N \equiv M_\odot/m_n = 1.2\times 10^{57}$, где $M_\odot$ – масса Солнца и m_n – масса нейтрона. Каждое слагаемое, пропорциональное U^s, описывает последовательное рассеяние нейтрино s нейтронами. Если ряд сходится, предел $N \to \infty$ хорошо определен, и разложение в ряд не требуется.

В статьях [4, 12] утверждается, что для безмассовых нейтрино отдельные члены ряда пропорциональны $(UR_{\mathrm{s}})^s$. Если бы это было так, то бесконечный ряд расходился бы, потому что $UR_{\mathrm{s}} \sim 10^{12} \gg 1$. Абада et al. обосновывают переход к пределу $N \to \infty$ возможностью для нейтрино рассеиваться несколько раз на одном и том же нейтроне. Многократное рассеяние с участием одного и того же нейтрона возможно в более высоких порядках петлевого разложения, тогда как авторы [12] работают в однопетлевом приближении. В этом приближении переход к пределу $N \to \infty$ не допускается, если ряд расходится.

Разложим выражение (5) в ряд по U. Интегрирование по λ дает

$$\Omega - \Omega_0 = V\lim_{\tau\to -0}\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4}e^{-iq_0\tau}(-i) \times \\ \times \mathrm{Tr}\left[\sum_{s=1}^{N}\frac{1}{s}\left(U\gamma_0 L\frac{1}{\hat{q}-m}\right)^s\right]. \qquad (6)$$

Соотошения $LR = 0$, $L\gamma_\mu = \gamma_\mu R$ приводят к тождеству

$$\mathrm{Tr}\left[\left(\gamma_0 L\frac{1}{\hat{q}-m}\right)^s\right] = \mathrm{Tr}\left[\left(\frac{\gamma_0\hat{q}}{q^2-m^2}\right)^s R\right]. \qquad (7)$$

В терминах проекционных операторов, определенных выше, $\gamma_0\hat{q} = (q_0 - |\mathbf{q}|)P_+ + (q_0 + |\mathbf{q}|)P_-$. Используя биномиальную формулу для $(\gamma_0\hat{q})^s$ и соотношения $P_+P_- = 0$, $P_\pm^2 = P_\pm$, правая часть уравнения (7) существенно упрощается:

$$\mathrm{Tr}\left[\frac{(q_0-|\mathbf{q}|)^s P_+ + (q_0+|\mathbf{q}|)^s P_-}{(q^2-m^2)^s}R\right]. \qquad (8)$$

Замыкая контур интегрирования по q_0 в верхней половине комплексной плоскости, мы обнаруживаем, что интеграл определяется вычетом в $q_0 = -\sqrt{\mathbf{q}^2+m^2} + i0$. Использование программного пакета символьных вычислений Maple[2)] позволяет

[2)] https://www.maplesoft.com/.

найти вычеты и соответствующие интегралы по импульсному пространству для достаточно больших значений s. Оказывается, что все члены $5 \le s \le 100$ ряда тождественно обращаются в нуль. После регуляризации нейтринной петли слагаемое $s = 2$ становится конечным, тогда как члены $s = 3, 4$ обращаются в нуль. Для $s = 1$ интеграл по бесконечно удаленному контуру в верхней половине q_0-плоскости в точности сокращает вклад вычета при $q_0 = -\sqrt{\mathbf{q}^2 + m^2} + i0$.

После выполнения виковского поворота $q_0 \to i\omega$, предполагая, что предел $\tau \to -0$ перестановочен с интегралом по импульсам, можно дать более общее доказательство. Интеграл по ω проводится в пределах $-\infty < \omega < \infty$. Сферическая координатная система в евклидовом пространстве $(\omega, \mathbf{q})$ определяется соотношениями $\omega = \eta \cos\alpha$, $q_x = \eta \sin\alpha \cos\beta$, $q_y = \eta \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma$ и $q_z = \eta \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$. Углы изменяются в пределах $0 \le \alpha, \beta \le \pi$, $0 \le \gamma \le 2\pi$. Абсолютное значение импульса равно $|\mathbf{q}| = \eta \sin\alpha$. Элемент объема равен $d^4 q = i\eta^3 d\eta \sin^2\alpha d\alpha \sin\beta d\beta d\gamma$. Радиальная переменная η изменяется в интервале $(0, +\infty)$. После интегрирования по углам выражение (8) принимает вид

$$\frac{(-i\eta)^s}{(\eta^2 + m^2)^s} \int 2\cos(\alpha s) \times \sin^2\alpha d\alpha \sin\beta d\beta d\gamma = = -\frac{16\pi(-i\eta)^s}{(\eta^2 + m^2)^s} \lim_{\xi \to s} \frac{\sin(\pi\xi)}{\xi(\xi^2 - 4)}. \tag{9}$$

Все слагаемые в уравнении (6) обращаются в нуль для $5 \le s < +\infty$, поскольку $\sin(\pi s) = 0$ для целых s, и интеграл по переменной η сходится. Существует неопределенность типа $\infty \times 0$ для значений $s = 1, 3, 4$. Расходимость радиального интеграла в ультрафиолетовой области устраняется регуляризацией, после чего слагаемые $s = 1, 3, 4$ обращаются в нуль аналогичным образом.

Слагаемое $s = 2$ стабильно в инфракрасной области, как следует из вида двух-нейтринного потенциала, генерируемого обменом безмассовыми нейтрино [1]:

$$U_{\mathrm{nn}}(r) = \frac{G_F^2}{16\pi^3 r^5}. \tag{10}$$

Дополнительные вклады в потенциал (10) возникают из петель, содержащих заряженные фермионы Стандартной модели на расстояниях, меньших комптоновской длины волны электрона, и из петель, содержащих тяжелые бозоны Стандартной модели на расстояниях, меньших обратной массы Z-бозона.

Верхние границы масс нейтрино [9, 10] заметно ниже эффективного потенциала нейтрино $U = -G_F \rho/\sqrt{2} \sim -20$ эВ. В этих условиях потенциал взаимодействия (10) изменяется в результате захвата нейтрино эффективным потенциалом U с образованием конденсата. В старых нейтронных звездах с температурой около 100 эВ лишь часть связанных уровней нейтрино занята в условиях теплового равновесия с нейтронами. Влияние конденсата нейтрино на EoS нейтронной материи незначительно [12, 14]. Экспериментальные перспективы обнаружения сил двух-нейтринного обмена в присутствии нейтринного фона обсуждаются в работе [15].

Мы рассмотрели многочастичный вклад нейтринных взаимодействий в термодинамический потенциал. Инфракрасные расходимости, обсуждавшиеся ранее в литературе, в действительности отсутствуют в каждом отдельном члене разложения (6) и, таким образом, в сумме. Как следствие, переход к пределу $N \to \infty$ не требуется, и для проведения доказательств достаточно сохранять число частиц большим, но конечным. Все слагаемые в уравнении (6) обращаются в нуль для безмассовых и массивных нейтрино, за исключением двух-частичного взаимодействия, которое пренебрежимо мало. Таким образом, в однопетлевом приближении дальнодействующие многочастичные взаимодействия нейтрино не оказывают влияния на структуру и стабильность нейтронных звезд.

Автор благодарит организаторов астрофизического семинара ИТЭФ, привлекших его внимание к работе [11], участников семинара за интересные обсуждения и Н. В. Лисицыну за помощь в подготовке рукописи.

Работа выполнена при поддержке гранта # 23-22-00307 Российского научного фонда.

1. G. Feinberg and J. Sucher, Phys. Rev. **166**, 1638 (1968).
2. S. D. H. Hsu and P. Sikivie, Phys. Rev. D **49**, 4951 (1994).
3. J. A. Grifols, E. Masso, and R. Toldra, Phys. Lett. B **389**, 563 (1996).
4. E. Fischbach, Ann. Phys. (N.Y.) **247**, 213 (1996).
5. A. Segarra and J. Bernabeu, Phys. Rev. D **101**, 093004 (2020).
6. C. Itzykson and J.-M. Zuber, McGraw-Hill, N.Y. (1980), p. 705.
7. M. I. Krivoruchenko, F. Simkovic, and A. Faessler, Phys. Rev. D **79**, 125023 (2009).
8. D.-H. Wen, B.-A. Li, and L.-W. Chen, Phys. Rev. Lett. **103**, 211102 (2009).
9. T. M. C. Abbott, M. Aguena, A. Alarcon et al. (DES Collaboration), Phys. Rev. D **105**, 023520 (2022).
10. M. Aker, A. Beglarian, J. Behrens et al. (KATRIN Collaboration), Nat. Phys. **18**, 160 (2022).

11. E. Fischbach, D. E. Krause, Q. L. Thien, and C. Scarlett, arXiv:2208.03790v1 [hep-ph] 7 Aug 2022.
12. As. Abada, M. B. Gavela, and O. Pinea, Phys. Lett. B **387**, 315 (1996).
13. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика. Ч. 2. Теория конденсированного состояния. Теоретическая физика, т. IX*, Физматлит, М. (2004), 496 с.
14. A. Yu. Smirnov and F. Vissani, arXiv:9604443v2 [hep-ph] 23 May 1996.
15. M. Ghosh, Yu. Grossman, W. Tangarife, X.-J. Xu, and B. Yu, arXiv:2209.07082v2 [hep-ph] 8 Nov 2022.