Письма в ЖЭТФ, том 117, вып. 5, с. 332 – 336

Декомпозиция статического потенциала в $SU(3)$ глюодинамике

В. Г. Борняков[1)], *И. Е. Кудров*

Федеральное государственное бюджетное учреждение Институт физики высоких энергий имени А. А. Логунова Национального исследовательского центра “Курчатовский институт”, 142281 Протвино, Россия

Поступила в редакцию 3 февраля 2023 г.
После переработки 3 февраля 2023 г.
Принята к публикации 6 февраля 2023 г.

После фиксации максимальной абелевой калибровки в решеточной $SU(3)$ глюодинамике мы раскладываем неабелево калибровочное поле на абелево поле, созданное абелевыми монополями, и модифицированное неабелево поле с удаленными монополями. Затем мы вычисляем соответствующие статические потенциалы в фундаментальном представлении и показываем, что сумма этих потенциалов аппроксимирует неабелевый статический потенциал с хорошей точностью на всех рассматриваемых расстояниях. Проводится сравнение с другими способами разложения.

DOI: 10.31857/S1234567823050026, EDN: pwqwkd

1. Введение. Мы численно исследуем решеточную $SU(3)$ глюодинамику в максимальной абелевой калибровке (МАК) и рассматриваем декомпозицию решеточного калибровочного поля $U_\mu(x) \in SU(3)$

$$U_\mu(x) = U_\mu^{\rm mod}(x) U_\mu^{\rm mon}(x), \tag{1}$$

где $U_\mu^{\rm mon}(x)$ – компонента калибровочного поля, создаваемая абелевыми монополями (определение будет дано позже) и $U_\mu^{\rm mod}(x)$ – соответственно, компонента без монополей, которую мы называем модифицированным калибровочным полем. Под модификацией мы понимаем удаление абелевых монополей.

Этот вид разложения изучался ранее в $SU(2)$ глюодинамике в работе [1]. Было показано, что в то время как монопольная компонента $U_\mu^{\rm mon}(x)$ воспроизводит линейную часть статического потенциала, безмонопольная компонента $U_\mu^{\rm mod}(x)$ создает чисто кулоновский потенциал, и их сумма обеспечивает хорошее приближение исходного статического потенциала на всех расстояниях:

$$V(R) \approx V_{\rm mod}(R) + V_{\rm mon}(R). \tag{2}$$

Недавно в работе [2] было показано, что это приближение становится лучше, когда шаг решетки уменьшается, указывая на возможность того, что соотношение (2) становится точным в континуальном пределе. Также было показано, что (2) удовлетворяется и в $SU(2)$ КХД. В настоящей работе мы расширяем исследование разложения (1) на более реалистичный случай – $SU(3)$ глюодинамику.

Хорошо известно [3–7], что после выполнения абелевой проекции в МАК [8, 9], абелево натяжение струны, полученное из абелева статического потенциала очень близко к неабелеву натяжению струны. Это наблюдение, подтвержденное в глюодинамике и в КХД, подтверждает концепцию абелевой доминантности (обзор см., например, [10–12]). Далее было обнаружено [5, 13, 14], что так называемый монопольный статический потенциал также имеет натяжение струны, близкое к неабелеву. Эти наблюдения согласуются с предположением, что монопольные степени свободы ответственны за конфайнмент [15, 16].

Интересный вопрос заключается в том, какова роль других, т.е. безмонопольных, степеней свободы. Результаты, полученные в $SU(2)$ глюодинамике, позволяют предположить, что они ответственны за кулоновскую часть статического потенциала как на малых, так и на больших расстояниях. Это говорит о том, что если на малых расстояниях $U_\mu^{\rm mod}(x)$ дает пертурбативный вклад в статический потенциал, то на больших расстояниях он дает непертурбативный вклад.

Следует отметить, что калибровочно ковариантное разложение было введено в работах [17] и [18] и развито далее в работах [19–24], см. обзор [25]. Численные результаты, демонстрирующие аналоги абелевой доминантности и монопольной доминантности в рамках этого подхода были получены в [26]. Было бы интересно проверить, работает ли разложение на монопольные и безмонопольные компоненты в этом подходе.

Разложение, отличное от уравнения (1), было рассмотрено в $SU(3)$ глюодинамике после фиксации МАК [7]. Использовалось обычное разложение калибровочного поля на абелевы и недиагональные компоненты:

[1)]e-mail: vitaly.bornyakov@ihep.ru

$$U_\mu(x) = U_\mu^{\rm offd}(x) U_\mu^{\rm Abel}(x) \qquad (3)$$

и было проверено соответствующее разложение для статического потенциала:

$$V(R) \approx V_{\rm offd}(R) + V_{\rm Abel}(R). \qquad (4)$$

Мы сравним наши результаты для декомпозиции (4) с результатами из работы [7] в разделе 3.

Разложение, подобное (2) для статического потенциала в максимальной центральной калибровке,

$$V(R) \approx V_{\rm cent}(R) + V_{\rm mod,cent}(R), \qquad (5)$$

соответствующее разложению калибровочного поля на центральную и модифицированную (безвихревую) компоненты:

$$U_\mu(x) = U_\mu^{\rm mod,cent}(x) U_\mu^{\rm cent}(x), \qquad (6)$$

было впервые проверено в решеточной $SU(2)$ глюодинамике [1] и недавно изучено в решеточной КХД [27]. Мы прокомментируем эти численные результаты позже в разделе 3.

2. Декомпозиция калибровочного поля. Мы рассматриваем решеточную $SU(3)$ глюодинамику после фиксации МАК. Мы используем определение МАК, введенное для решеточной $SU(N)$ теории в [28] и позже уточненное для $SU(3)$ группы в [29]. МАК фиксируется путем максимизации функционала

$$F = \frac{1}{8\,V}\sum_{x,\mu}\Big[|U_\mu^{(11)}(x)|^2 + |U_\mu^{(22)}(x)|^2 + |U_\mu^{(33)}(x)|^2 - 1\Big] \qquad (7)$$

относительно локальных калибровочных преобразований $g(x)$ решеточного калибровочного поля,

$$U_\mu(x) \to U_\mu^g(x) = g(x)^\dagger U_\mu(x) g(x+\hat\mu). \qquad (8)$$

Для фиксации калибровки был использован алгоритм имитированного отжига с тремя случайными калибровочными копиями. Этот алгоритм был впервые использован для фиксации МАК в случае $SU(2)$ глюодинамики [5] и затем был распространен на $SU(3)$ группу в [30]. Детали реализации алгоритма имитированного отжига в случае калибровочной группы $SU(3)$ можно найти в работе [31]. Для функционала F мы получили среднее значение $\langle F\rangle = 0.73388(1)$, которое можно сравнить со значением $\langle F\rangle = 0.7322(2)$, приведенным в [7, 32]. Чем больше значение максимизированного функционала, тем лучше фиксация калибровки. Разница в $\langle F\rangle$ обусловлена эффектами грибовских копий и подразумевает, что различие между нашими результатами и результатами из работы [7] для калибровочно зависимых величин, таких как абелево натяжение струны, может быть существенным, как подробно обсуждается в [31].

Абелева проекция означает разложение (3) неабелева решеточного калибровочного поля $U_\mu(x) \in \in SU(3)$ на абелево поле $U_\mu^{\rm Abel}(x) \in U(1)\times U(1)$ и неабелево поле $U_\mu^{\rm offd}(x) \in SU(3)/U(1)\times U(1)$. Абелево поле $U_\mu^{\rm Abel}(x)$ определяется как

$$U_\mu^{\rm Abel}(x) = {\rm diag}\left(u_\mu^{(1)}(x), u_\mu^{(2)}(x), u_\mu^{(3)}(x)\right), \qquad (9)$$

где

$$u_\mu^{(a)}(x) = e^{i\theta_\mu^{(a)}(x)} \qquad (10)$$

с

$$\theta_\mu^{(a)}(x) = \arg\,(U_\mu(x))_a - \frac{1}{3}\sum_{b=1}^{3}\arg(U_\mu(x))_b\,\big|_{\rm mod\ 2\pi} \qquad (11)$$

такой, что

$$\theta_\mu^{(a)}(x) \in [-\frac{4}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi]\,. \qquad (12)$$

Это определение абелевой проекции $u_\mu(x)$ максимизирует выражение $|{\rm Tr}\left(U_\mu^\dagger(x) u_\mu(x)\right)|^2$ [33]. Абелевы калибровочные поля, в свою очередь, могут быть разложены на монопольную (сингулярную) и фотонную (обычную) компоненты:

$$\theta_\mu^{(a)}(x) = \theta_\mu^{(a)\,\rm mon}(x) + \theta_\mu^{(a)\,ph}(x). \qquad (13)$$

Монопольная компонента определяется следующим образом [34]:

$$\theta_\mu^{(a)\,\rm mon}(x) = 2\pi\sum_y D(x-y)\partial_\alpha^- m_{\alpha\mu}^{(a)}(y), \qquad (14)$$

где целые числа $m_{\mu\nu}^{(a)}(x)$ обозначают сингулярную часть абелевого плакета (дираковский плакет), ∂_α^- – обратная решеточная производная, а $D(x)$ обозначает решеточный кулоновский пропагатор. Тогда $U_\mu^{\rm mon}(x)$, введенная в (1), определяется как

$$U_\mu^{\rm mon}(x) = {\rm diag}\left(e^{i\theta_\mu^{(1)\,\rm mon}(x)}, e^{i\theta_\mu^{(2)\,\rm mon}(x)}, e^{i\theta_\mu^{(3)\,\rm mon}(x)}\right). \qquad (15)$$

3. Декомпозиция статического потенциала. Мы вычислили $R\times T$ прямоугольные вильсоновские петли $W(R,T)$, $W_{\rm mon}(R,T)$ и $W_{\rm mod}(R,T)$ с использованием решеточных калибровочных полей $U_\mu(x)$, $U_\mu^{\rm mon}(x)$, $U_\mu^{\rm mod}(x)$, введенных выше. Для вычисления соответствующих статических потенциалов $V(R)$, $V_{\rm mon}(R)$ и $V_{\rm mod}(R)$ была использована процедура сглаживания [35]. Вычисления проводились с решеточным действием Вильсона при $\beta = 6.0$ на решетках 24^4 с использованием 5000 статистически независимых конфигураций решеточного калибровочного поля. Шаг решетки при таком значении голой константы связи определяется значением $a/r_0 = 0.186(4)$ [36], где $r_0 = 0.5$ Фм называется параметром Зоммера. На рисунке 1 и в табл. 1

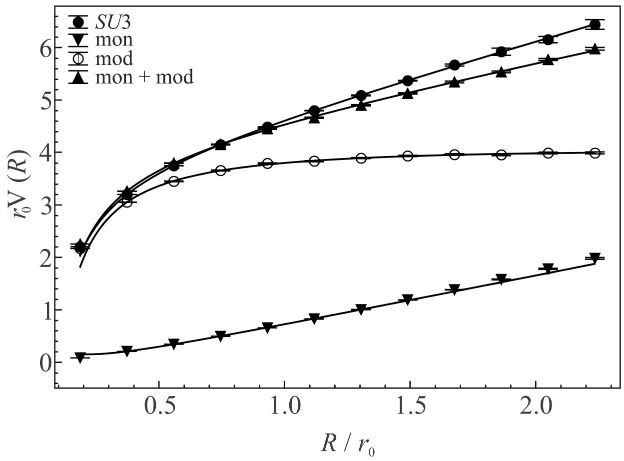

Рис. 1. Сравнение неабелевого потенциала $V(R)$ (заполненные кружки) с суммой $V_{\mathrm{mod}}(R) + V_{\mathrm{mon}}(R)$ (заполненные треугольники) для $\beta = 6.0$. $V_{\mathrm{mod}}(r)$ (пустые кружки) и $V_{\mathrm{mon}}(r)$ (заполненные перевернутые треугольники) также изображены. Сплошные кривые показывают подгонку к корнелльскому потенциалу $V_0 + \alpha/R + \sigma R$

Таблица 1. Параметры потенциала, полученные фитированием функцией $V_0 + \alpha/R + \sigma R$

Потенциал	σr_0^2	α	$r_0 V_0$
$V(R)$	1.34(2)	−0.34(1)	3.61(2)
$V_{\mathrm{mon}}(R)$	0.99(1)	0.09(1)	−0.36(2)
$V_{\mathrm{mod}}(R)$	0	−0.42(1)	4.22(1)
$V_{\mathrm{mon}}(R) + V_{\mathrm{mod}}(R)$	0.94(1)	−0.39(1)	3.98(2)

представлены наши результаты. Видно, что аналогично $SU(2)$ глюодинамике [2], монопольный потенциал $V_{\mathrm{mon}}(R)$ почти идеально линейный с небольшой кривизной на малых расстояниях, в то время как модифицированный потенциал $V_{\mathrm{mod}}(R)$ хорошо описывается кулоновским потенциалом. Также видно, что соотношение (2) справедливо на всех расстояниях с наиболее существенным расхождением около 10 % на больших расстояниях. Очевидно, что это расхождение в основном связано с довольно низким наклоном $V_{\mathrm{mon}}(R)$. Как мы уже упоминали, в $SU(2)$ глюодинамике было обнаружено, что с уменьшением шага решетки согласие в (2) улучшается существенно. В будущем это следует проверить в $SU(3)$ глюодинамике.

Далее мы переходим к нашим результатам для разложения (4), предложенного в работе [7]. Эти результаты представлены на рис. 2. На этом рисунке

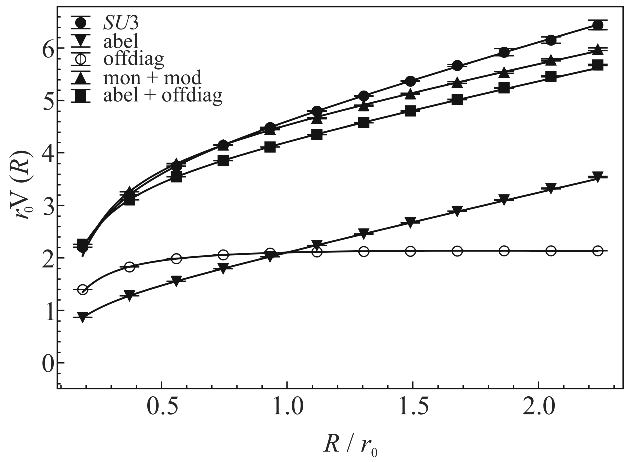

Рис. 2. Сравнение неабелева потенциала $V(R)$ (заполненные кружки) с суммой $V_{\mathrm{mod}}(R) + V_{\mathrm{mon}}(R)$ (заполненные треугольники) и суммой $V_{\mathrm{Abel}}(R) + V_{\mathrm{offd}}(R)$ (заполненные квадраты). Также изображены $V_{\mathrm{offd}}(r)$ (заполненные перевернутые треугольники) и $V_{\mathrm{Abel}}(r)$ (пустые кружки). Сплошные кривые показывают подгонку к корнелльскому потенциалу

мы сравниваем исходный потенциал $V(R)$ с разложениями (2) и (4). Можно видеть, что разложение (2) явно работает лучше. Оба разложения должны быть проверены в пределе нулевого шага решетки. В любом случае, наши результаты явно противоречат заключению, сделанному в работе [7], что разложение (4) удовлетворяется очень хорошо уже при $\beta = 6.0$. Сравнивая наши результаты, представленные в данной работе, с результатами, полученными на решетках 16^4, мы обнаружили, что эффекты конечного объема малы и не могут быть причиной отличия наших результатов от результатов работы [7]. Следует отметить, что в работе [7] использовалась несколько иная процедура абелевой проекции, но, как утверждалось в работе [37], различия между этими двумя процедурами абелевой проекции пренебрежимо малы. Таким образом, мы понимаем, что причиной полученного расхождения с результатами работы [7] является разница в качестве фиксации калибровки. В прошлом было показано, что эффекты грибовских копий для калибровочно неинвариантных величин могут быть весьма существенными [31, 37].

Далее мы хотим сделать замечание о декомпозиции (5). Впервые это соотношение было изучено в [1] с использованием прямой центральной калибровки в $SU(2)$ глюодинамике. Был сделан вывод, что это разложение выполняется с существенно меньшей точностью, чем разложение (2), прежде всего, из-за малого значения натяжения струны, обеспечиваемого центральной вихревой компонентой. Для решения проблемы низкого натяжения струны, полученного после центральной проекции, был сформулирован новый подход к определению центральной калибровки и успешно применен к $SU(2)$ глюодинамике в работе [38]. Недавно это разложение было изучено в решеточной КХД с легкими кварками [27]. Было обнаружено, что в этой теории натяжение струны в центральной проекции находится в очень хорошем согласии с физическим натяжением струны. С другой стороны, модифицированная компонента $U_\mu^{\mathrm{mod,cent}}(x)$ создает статический потенциал, который не совместим с кулоновским потенциалом. Таким образом, разложение (5) не работает на малых расстояниях.

4. Выводы. Есть несколько предложений по разложению калибровочного поля на компоненты, описывающие (в основном) либо инфракрасную, либо ультрафиолетовую физику. К ним относятся калибровочно ковариантная декомпозиция Чо [17–24], два разложения в МАК – уравнения (1) и (3) и одно разложение в максимальной центральной калибровке (6). В этой работе мы расширили наше исследование разложения в МАК на монопольную и модифицированную (безмонопольную) компоненты в $SU(2)$ глюодинамике и $SU(2)$ КХД [2] на случай $SU(3)$ глюодинамики. Мы представили наши результаты для одного значения шага решетки, чтобы продемонстрировать, что разложение работает достаточно хорошо. Наши результаты, полученные в [2] для $SU(2)$ глюодинамики, дают надежду, что разложение (1) будет работать еще лучше, когда шаг решетки будет уменьшен.

Наши результаты для другого разложения в МАК, (3), противоречат результатам из работы [7] и также показывают, что разложение (1) работает лучше. Есть еще одна причина считать разложение (1) лучше мотивированным физически, чем разложение (3). Разложение (1) отделяет монопольную компоненту $U_\mu^{\mathrm{mon}}(x)$, которая отвечает за линейную часть статического потенциала, а также за нарушение киральной симметрии. Модифицированная (безмонопольная) компонента $U_\mu^{\mathrm{mod}}(x)$ дает чисто кулоновский потенциал, который согласуется с исходной кулоновской частью как на малых, так и на больших расстояниях. В то же время в разложении (3) кулоновская часть распределяется неестественным образом между двумя компонентами: абелевой и недиагональной.

Очевидно, что изучение обоих разложений для разных значений шага решетки необходимо для того, чтобы понять их судьбу в пределе нулевого шага решетки (континуальном пределе). Это тема нашей будущей работы.

Компьютерное моделирование проводилось на Центральном Linux-кластере Федерального государственного бюджетного учреждения Институт физики высоких энергий имени А.А. Логунова Национального исследовательского центра “Курчатовский институт” (Протвино) и Linux-кластере Курчатовского комплекса теоретической и экспериментальной физики Национального исследовательского центра “Курчатовский институт” (Москва).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант # 20-02-00737 А.

1. V. G. Bornyakov, M. I. Polikarpov, G. Schierholz, T. Suzuki, and S. N. Syritsyn, Nucl. Phys. B Proc. Suppl. **153**, 25 (2006); arXiv:hep-lat/0512003 [hep-lat].
2. V. G. Bornyakov, I. Kudrov, and R. N. Rogalyov, Phys. Rev. D **105**(5), 054519 (2022); arXiv:2101.04196 [hep-lat].
3. T. Suzuki and I. Yotsuyanagi, Phys. Rev. D **42**, 4257 (1990).
4. S. Hioki, S. Kitahara, S. Kiura, Y. Matsubara, O. Miyamura, S. Ohno, and T. Suzuki, Phys. Lett. B **272**, 326 (1991); Erratum ibid.: Phys. Lett. B **281**, 416 (1992).
5. G. S. Bali, V. Bornyakov, M. Muller-Preussker, and K. Schilling, Phys. Rev. D **54** (1996) 2863.
6. V. Bornyakov and M. Muller-Preussker, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **106**, 646 (2002).
7. N. Sakumichi and H. Suganuma, Phys. Rev. D **90**(11), 111501 (2014).
8. A. S. Kronfeld, M. L. Laursen, G. Schierholz, and U. J. Wiese, Phys. Lett. B **198**, 516 (1987).
9. G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **190**, 455 (1981).
10. M. N. Chernodub and M. I. Polikarpov, in *Confinement, Duality and Non-perturbative Aspects of QCD*, Plenum Press, Cambridge (1998), p. 387; hep-th/9710205.
11. R. W. Haymaker, Phys. Rept. **315**, 153 (1999).
12. J. Greensite, Prog. Part. Nucl. Phys. **51**, 1 (2003).
13. H. Shiba and T. Suzuki, Phys. Lett. B **333**, 461 (1994).
14. J. D. Stack, S. D. Neiman, and R. J. Wensley, Phys. Rev. D **50**, 3399 (1994).

15. G. 't Hooft, in *High Energy Physics*, ed. by A. Zichichi, EPS International Conference, Palermo (1975).
16. S. Mandelstam, Phys. Rep. **23**, 245 (1976).
17. Y. M. Cho, Phys. Rev. D **21**, 1080 (1980); doi:10.1103/PhysRevD.21.1080.
18. Y. S. Duan and M. L. Ge, Sinica Sci. **11**, 1072 (1979).
19. L. Faddeev and A. J. Niemi, Phys. Rev. Lett. **82**, 1624 (1999).
20. L. D. Faddeev and A. J. Niemi, Nucl. Phys. B **776**, 38 (2007).
21. S. V. Shabanov, Phys. Lett. B **458**, 322 (1999).
22. S. V. Shabanov, Phys. Lett. B **463**, 263 (1999).
23. K. I. Kondo, T. Murakami, and T. Shinohara, Prog. Theor. Phys. **115**, 201 (2006).
24. S. Kato, K. I. Kondo, T. Murakami, A. Shibata, T. Shinohara, and S. Ito, Phys. Lett. B **632**, 326 (2006).
25. K. I. Kondo, S. Kato, A. Shibata, and T. Shinohara, Phys. Rept. **579**, 1 (2015).
26. S. Kato, K. I. Kondo, and A. Shibata, Phys. Rev. D **91**(3), 034506 (2015).
27. J. C. Biddle, W. Kamleh, and D. B. Leinweber, Phys. Rev. D **106**(5), 054505 (2022); doi:10.1103/PhysRevD.106.054505; arXiv:2206.00844 [hep-lat].
28. A. S. Kronfeld, G. Schierholz, and U. J. Wiese, Nucl. Phys. B **293**, 461 (1987).
29. F. Brandstater, U. J. Wiese, and G. Schierholz, Phys. Lett. B **272**, 319 (1991).
30. V. Bornyakov, G. Schierholz, and T. Streuer, Nucl. Phys. B Proc. Suppl. **106**, 676 (2002); doi:10.1016/S0920-5632(01)01813-8; arXiv:hep-lat/0111018 [hep-lat].
31. V. G. Bornyakov, H. Ichie, Y. Koma, Y. Mori, Y. Nakamura, D. Pleiter, M. I. Polikarpov, G. Schierholz, T. Streuer, H. Stüben, and T. Suzuki, Phys. Rev. D **70**, 074511 (2004); doi:10.1103/PhysRevD.70.074511; arXiv:hep-lat/0310011 [hep-lat].
32. H. Ohata and H. Suganuma, Phys. Rev. D **102**(1), 014512 (2020).
33. V. G. Bornyakov, M. N. Chernodub, H. Ichie, Y. Koma, Y. Mori, Y. Nakamura, M. I. Polikarpov, G. Schierholz, A. A. Slavnov, H. Stüben, T. Suzuki, P. V. Uvarov, and A. I. Veselov, Phys. Rev. D **71**, 114504 (2005); doi:10.1103/PhysRevD.71.114504; arXiv:hep-lat/0401014 [hep-lat].
34. J. Smit and A. van der Sijs, Nucl. Phys. B **355**, 603 (1991).
35. M. Albanese, F. Costantini, G. Fiorentini et al. (APE), Phys. Lett. B **192**, 163 (1987).
36. S. Necco and R. Sommer, Nucl. Phys. B **622**, 328 (2002).
37. J. D. Stack, W. W. Tucker, and R. J. Wensley, Nucl. Phys. B **639**, 203 (2002); doi:10.1016/S0550-3213(02)00537-0; arXiv:hep-lat/0110196 [hep-lat].
38. R. Golubich and M. Faber, Particles **3**(2), 444 (2020).