

# Температурная вращающаяся волна в тонком слое воды

И. В. Керкелица<sup>+</sup>, Л. М. Мартюшев<sup>+\*1)</sup>

<sup>+</sup>Уральский федеральный университет, 620002 Екатеринбург, Россия

<sup>\*</sup>Институт промышленной экологии Уральского отделения РАН, 620219 Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 3 февраля 2023 г.

После переработки 9 марта 2023 г.

Принята к публикации 9 марта 2023 г.

Конвективное движение воды в небольшом цилиндрическом контейнере, дно и боковые стенки которого нагреты и поддерживаются при постоянной температуре, а с верхней поверхности происходит теплоотвод, численно исследуется. На границе вода–воздух задается условие прилипания жидкости, моделирующее влияние тонкой адсорбционной пленки. Для этой системы впервые обнаружена температурная волна, вращающаяся параллельно поверхности с угловой скоростью  $0.06 \pm 0.02$  рад/с. Эта волна является высокомодовой и, имея частоту порядка 0.1 Гц, наблюдается в очень небольшом диапазоне размеров контейнера и температуры.

DOI: 10.31857/S1234567823070078, EDN: jtstoq

**1. Введение.** В тонких слоях жидкости с открытой верхней поверхностью при равномерном подгреве снизу наблюдаются различные конвективные структуры, наиболее известными и исследованными из которых являются ячейки и роллы [1–3]. В случае когда, нагрев снизу не равномерен, а на поверхности возможно интенсивное испарение, движение жидкости и, как следствие, структуры, может быть значительно разнообразнее [4–11]. Очевидна научная и технологическая важность подобных процессов, особенно если в качестве жидкости выступает вода. Несмотря на продолжительные исследования подобных процессов, новая структура, так называемая древовидная, была недавно обнаружена экспериментально [12, 13]. Исследование происходило в небольшом контейнере (диаметр контейнера около 90 мм, толщина слоя воды 6–15 мм) с температурой дна и стенок 28–47 °С. Свободная поверхность ячейки граничила с воздухом при комнатных условиях. Попытки математического моделирования подобных структур с использованием классической системы уравнений тепломассопереноса, дополненной граничными условиями, учитывающими термокапиллярную конвекцию, обнаружили отсутствие не только количественного, но и качественного соответствия с результатами эксперимента [13]. Анализ результатов расчетов [13–15], а также данные работ [7, 16, 17], позволили высказать гипотезу, что обнаруженное несоответствие связано с наличием на поверхности тонкой адсорбционной примесной пленки, присутствующей

как на природной, так и дистиллированной воде. Подобная пленка изменяет движение жидкости вблизи поверхности, а, следовательно, оказывает влияние и на весь теплообмен рассматриваемой системы.

В работах [13–17] предложено моделировать данную пленку с помощью простейшего граничного условия – условия прилипания на поверхности. Однако, как показал расчет для исследованной геометрии, использование данного граничного условия не привело к получению древовидных структур – структуры оказывались в основном ячеисто-подобными [14, 15]. Вместе с тем в процессе расчетов было обнаружено интересное численное решение: возникновение в горизонтальной плоскости воды изменения температуры в виде волны, вращающейся с постоянной угловой скоростью относительно центра контейнера. Важно отметить, что температура стенок и дна была задана одинаковой и постоянной, а на верхней поверхности осуществлялся теплообмен с внешней средой постоянной температуры и влажности. Подобное решение классической задачи тепломассопереноса при рассмотренных граничных условиях ранее в литературе не описывалось. Действительно, спиралевидные вращающиеся волны удавалось наблюдать при учете либо термокапиллярного переноса, либо свободного скольжения на верхней границе, однако при этом задавались существенно более изощренные граничные условия (контейнер в виде цилиндрического кольца определенных размеров с различной температурой боковых стенок либо цилиндрический контейнер со специальным образом

<sup>1)</sup>e-mail: leonidmartushev@gmail.com

неравномерно нагреваемым дном (см. [10] и ссылки в этой работе). Таким образом, исследование обнаруженного необычного решения [14, 15] важно в связи с тем, что граничное условие, при котором наблюдается вращающаяся волна существенно более простое и распространенное для процессов, наблюдаемых в природе. Подробное численное исследование данного модельного решения явилось целью настоящей работы.

**2. Математическая модель и особенности ее численной реализации.** Для описания конвекции в контейнере цилиндрической формы с высотой  $d$  и радиусом основания  $r$  используется стандартная математическая модель тепломассопереноса несжимаемой вязкой жидкости в приближении Буссинеска [18, 19]:

$$\nabla \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \mu \nabla \nabla \tau + \mathbf{g} \rho (1 - \beta(T - T_0)), \quad (2)$$

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) T \right) = \nabla (\lambda \nabla T), \quad (3)$$

где  $\mathbf{u}$  – вектор скорости,  $p$  – давление,  $t$  – время,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $C_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $\rho$  – постоянная справочная плотность жидкости при некоторой температуре  $T_0$  (обычно выбираемой в середине исследуемого температурного диапазона),  $T$  – текущая температура,  $\beta$  – температурный коэффициент расширения,  $\mu$  – динамическая вязкость,  $\tau$  – тензор вязких напряжений ( $\tau_{ji} = [\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i]$ ),  $g$  – ускорение свободного падения.

На верхней поверхности ячейки задается суммарный тепловой поток  $Q$ , включающий потоки за счет конвекции, испарения и излучения [13–15]:

$$Q = h(T_S - T_\infty) + \Delta H_{\text{vap}} \dot{m} + \varepsilon \sigma (T_S^4 - T_\infty^4), \quad (4)$$

где  $T_\infty$  и  $T_S$  – температура окружающей среды и поверхности,  $h$  – коэффициент теплоотдачи от поверхности испарения за счет естественной конвекции воздуха,  $\Delta H_{\text{vap}}$  – энтальпия парообразования воды,  $\dot{m}$  – массовый расход,  $\varepsilon$  – степень черноты,  $\sigma$  – постоянная Стефана–Больцмана. Явные полуэмпирические выражения для  $h$ ,  $\dot{m}$ , используемые в расчете, можно найти в [13, 15]. Уменьшение массы жидкости из-за испарения в модели не рассматривается (оно учитывается лишь при расчете суммарного теплового потока).

На нижней и боковой поверхности контейнера задается постоянная температура  $T_w$ . Начальная температура жидкости предполагалась равной  $T_\infty$ , а начальная скорость жидкости считалась нулевой.

Условие прилипания (no-slip) задается на всех границах жидкости ( $\mathbf{u} = 0$ ). Выбор условия прилипания на верхней границе является простейшим способом описания наличия пленки на поверхности воды [13–17]. Предполагается, что эта пленка полностью покрывает верхнюю поверхность жидкости и теплоотвод через нее происходит согласно уравнению (4), полуэмпирические коэффициенты в котором учитывают наличие пленки, всегда присутствующей в обычных условиях на поверхности воды. Верхняя поверхность жидкости считается недеформируемой, горизонтальной и плоской (т.е. образующимися искажениями границы, в частности, из-за конвекции жидкости, пренебрегается).

Численное моделирование проводилось в пакете Comsol Multiphysics 6.0, использующем для численного решения метод конечных элементов. Элементы выбраны тетраэдрические. Общее число элементов расчетной сетки находилось в диапазоне от  $4.5 \cdot 10^5$  до  $9 \cdot 10^5$  в зависимости от толщины и диаметра исследуемого слоя воды. Шаг по времени при расчетах варьировался от  $10^{-1}$  до  $10^{-4}$  с. Такая дискретизация выбиралась исходя из компромисса между точностью вычислений и временных затрат на расчет. Погрешность рассчитанных скоростей и температуры составляла не более 1%.

Расчет модели (1)–(4) происходил в течение 720 с. Это время существенно превышает время, в течение которого тепловой поток и средняя температура на поверхности жидкости стабилизируются ( $\sim 300$ – $420$  с). Известные справочные теплофизические параметры чистой воды использовались при моделировании жидкости [13]. Для верификации полученных основных результатов расчета модели (1)–(4) дополнительно проводилось тестирование в прикладном пакете программ ANSYS FLUENT, как известно, использующем абсолютно другой метод численного расчета – метод конечных объемов. Результаты тестов совпадали с очень хорошей точностью.

**3. Общая морфологическая диаграмма. Область нахождения температурной волны.** Результаты расчета структур в зависимости от размера цилиндрического контейнера показаны на рис. 1. Можно выделить три основных типа структур на поверхности контейнера с размерами вблизи значений  $d = 0.7$  см и  $r = 3$  см.

Первая группа – это роллы (рис. 2). Они занимают левую и нижнюю часть диаграммы (рис. 1). Роллы образуются вертикальными вихрями, в которых жидкость движется от боковых границ контейнера вдоль поверхности, в центре опускается, а затем возвращается обратно вдоль дна. Может наблю-

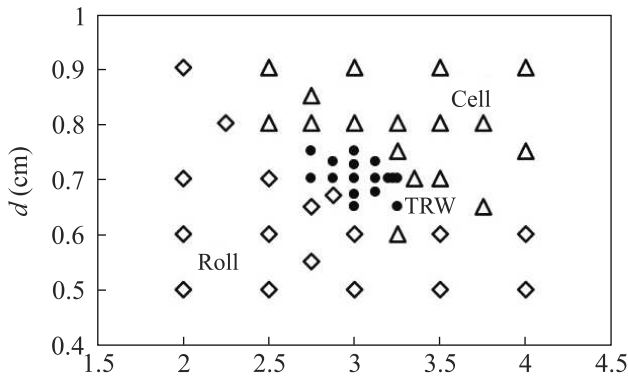


Рис. 1. Морфологическая диаграмма рассчитанных структур. Каждый символ соответствует проведенному расчету. Ролло-подобные структуры обозначены ромбами, ячейко-подобные – треугольниками, волнопо-добные (температурные вращающиеся волны, TRW) – закрашенными точками.  $T_w = 45^\circ\text{C}$ ,  $T_\infty = 25^\circ\text{C}$

даться как один симметричный ролл (рис. 2а), так и несколько (рис. 2б). Данные структуры достаточно стабильны и практически не видоизменяются во времени.

Вторая группа – это ячейки (рис. 3). Они занимают правую и верхнюю часть диаграммы (рис. 1). Здесь конвективное движение воды происходит более сложно: жидкость двигается вблизи поверхности от боковой стенки к центру и начинает опускаться вдоль многочисленных ветвей (стенок), достаточно хаотически расположенных и пересекающихся. Вблизи дна жидкость в основном движется к боковым стенкам. Даже когда система приходит в стационарное состояние по средним теплофизическим характеристикам, ветви, образующие ячейки, могут изменяться по длине и ширине, исчезать и возникать, а также пересекаться, создавая между собой временные конвективные ячейки (это продемонстрировано на рис. 3а, б).

Третья группа – это температурные вращающиеся волны (*temperature rotating wave*, TRW), визуально напоминающие температурный вихрь (рис. 4). Эти структуры занимают очень небольшую область в центре диаграммы (см. рис. 1). Ветви “вихря” могут быть немного загнуты как по ходу горизонтального вращения, так и против. Движение жидкости вблизи поверхности происходит от стенок к центру. В центре, а также вдоль ветвей вихря, холодные слои опускаются ко дну. У дна жидкость двигается от центра контейнера к стенкам (рис. 4, 5а). Волна вращается со средней угловой скоростью  $(6 \pm 2) \cdot 10^{-2}$  рад/с, имеет частоту примерно  $(7 \pm 2) \cdot 10^{-2}$  Гц (рис. 5б) и волновое число, равное 8 (в редких случаях 6, 7 и 9)

(рис. 4). Связь между угловой частотой и волновым числом является линейной.

“Вращение” температурного поля в горизонтальном направлении является следствием самоорганизации обычных термогравитационных вихрей, благодаря которой в ячейке возникает температурная волна (рис. 5). Наблюдаемое можно считать именно волной, а не вихрем, поскольку вращение температурного поля происходит вдоль поверхности ячейки с конечной скоростью, хотя сама жидкость не перемещается вдоль поверхности в связи с используемым граничным условием. Скорость TRW значительно меньше имеющегося вихревого движения жидкости в объеме ячейке. Действительно, согласно расчетам, в плоскостях, перпендикулярных поверхности жидкости, соответствующие компоненты ротора скорости жидкости имеют значения, распределенные в диапазоне от  $-2.1$  до  $2.0$  1/с, а для плоскостей параллельной поверхности компоненты ротора находятся в диапазоне от  $-0.2$  до  $0.2$  1/с (имеются в виду плоскости, отстоящие от поверхности не менее доли миллиметра). Это соответствует локальным угловым скоростям вращающихся вихрей в вертикальной плоскости до  $6$  рад/с (среднее значение около  $2$  рад/с), а в горизонтальной до  $0.6$  рад/с (среднее значение около  $0.2$  рад/с). Здесь, также очень важно отметить, что приведенные значения угловых скоростей жидкости имеют не только при условиях, соответствующих TRW структурам (рис. 4), но и для роллов (рис. 2) и ячеек (рис. 3). Как следствие, с точки зрения скорости движения жидкости в изучаемом контейнере все структуры, представленные на рис. 1, тождественны.

Температурная вращающаяся волна наблюдается не только вблизи поверхности, но и практически на всю глубину контейнера, хотя с глубиной становится менее выраженной. Стоит отметить, что вращение волны не при всех расчетах устойчиво существует после установления постоянной теплоотдачи с поверхности контейнера: в ряде расчетов (особенно вблизи границы с другими областями, см. рис. 1) наблюдалась смена типа структур на короткие промежутки времени длительности около  $20$ – $60$  с.

Обнаруженная температурная вращающаяся волна является очень необычным явлением для используемых граничных условий. Для более подробного ее исследования были проведены дополнительные расчеты.

#### 4. Параметры, влияющие на возникновение волны.

4.1. *Температура.* Этот параметр является крайне важным. Действительно, если на дне и стенках слоя  $T_w = 45^\circ\text{C}$ , то вращающаяся волна

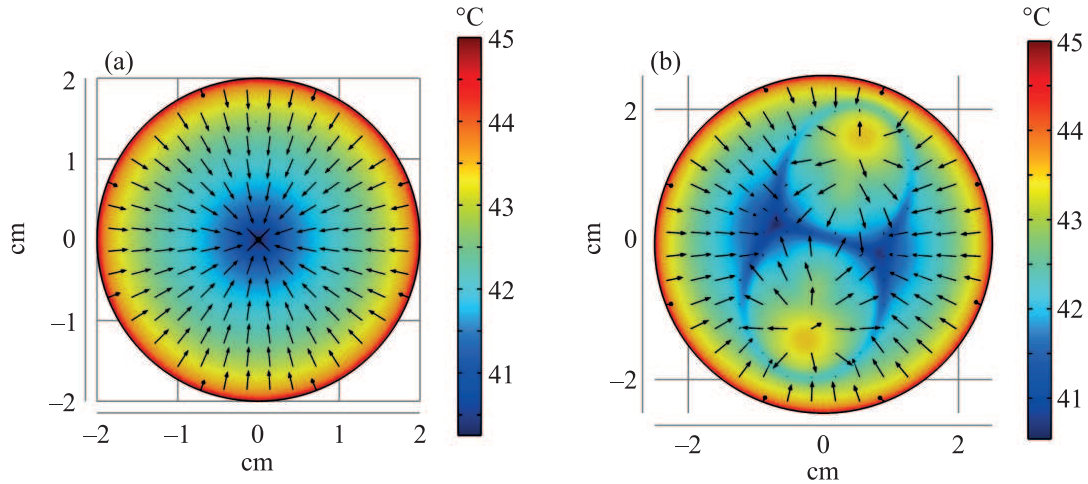


Рис. 2. (Цветной онлайн) Роллы (вид сверху на контейнер с водой). (a) –  $r = 2$  см,  $d = 0.6$  см; (b) –  $r = 2.5$  см,  $d = 0.5$  см. Стрелками указано направление движения жидкости на расстоянии 0.1 см от поверхности.  $T_w = 45$  °С,  $T_\infty = 25$  °С

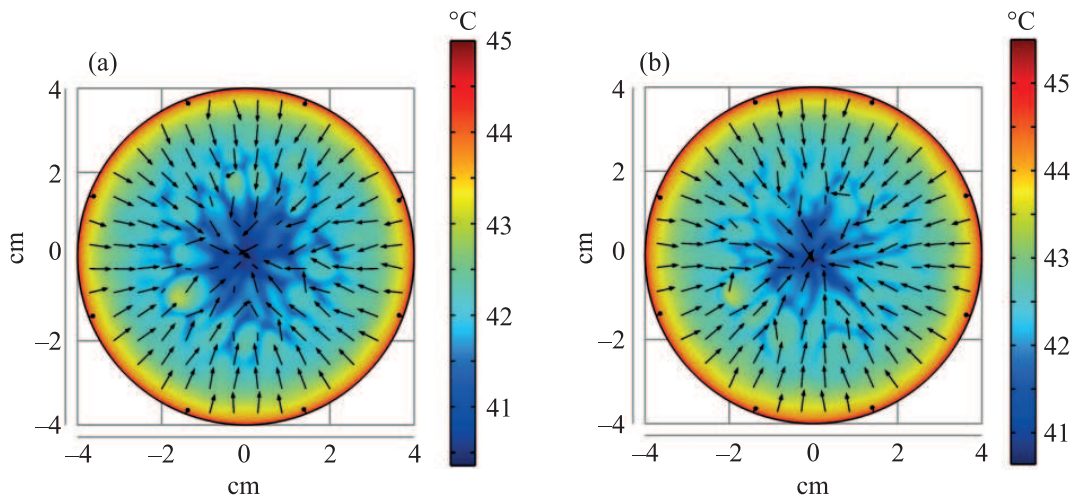


Рис. 3. (Цветной онлайн) Ячейки (вид сверху на контейнер с водой). (a) – Время расчета 700 с; (b) – время расчета 720 с. Стрелками указано направление движения жидкости на расстоянии 0.1 см от поверхности.  $r = 4$  см,  $d = 0.75$  см,  $T_w = 45$  °С,  $T_\infty = 25$  °С

наблюдается при размерах контейнера вблизи значений  $r = 3$  см,  $d = 0.7$  см (рис. 4). Однако, если не меняя контейнер с водой, уменьшать температуру  $T_w$  до 40 °С, то волнообразная структура постепенно перестраивается в роллы (рис. 6а, б). Если же увеличить температуру  $T_w$  до 50 °С, то уже начинают формироваться ячеистые структуры (рис. 6с, д). Расчеты показывают, что изменение  $T_w$  приводит к уменьшению области существования волновых структур, представленной на морфологической диаграмме (рис. 1), вплоть до исчезновения (см. рис. 7). Если температуру стенок не изменять,  $T_w = 45$  °С, а изменить температуру окружающей среды  $T_\infty$  вблизи  $T_\infty = 25$  °С, то это также приводит к уменьшению и небольшому смещению центра области существования волн (рис. 8). Так при  $T_\infty = 20$  °С

центр области сместился чуть левее и ниже (сравни рис. 1 и рис. 8а), а для  $T_\infty = 30$  °С – чуть правее и ниже (сравни рис. 1 и рис. 8б). Несмотря на столь значительное влияние температуры на область существования волн, скорость ее вращения достоверно при этом не изменяется.

**4.2. Влажность.** Изменение этого параметра во всей возможной области значений не влияло ни на область, ни на скорость вращения волн.

**4.3. Влияние теплоотвода с поверхности.** Общий тепловой поток с поверхности жидкости в случае контейнера размеров:  $r = 3$  см,  $d = 0.7$  см и температур  $T_w = 45$  °С,  $T_\infty = 25$  °С оказывается равным примерно 900 Вт/м<sup>2</sup>. Этот теплоотвод состоит из потоков энергии благодаря испарению (83 %), конвекции (16 %) и излучению (1 %). Как показал расчет,

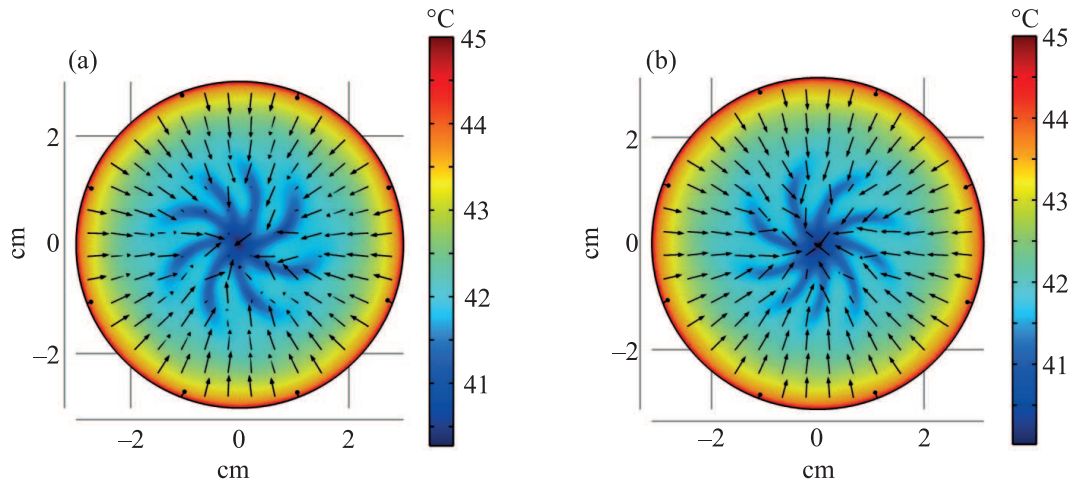


Рис. 4. (Цветной онлайн) Температурные вращающиеся волны (TRW) (вид сверху на контейнер с водой). (a) –  $r = 3.0$ ,  $d = 0.7$  см; (b) –  $r = 3.0$  см,  $d = 0.67$  см. Стрелками указано направление движения на расстоянии 0.1 см от поверхности.  $T_w = 45^\circ\text{C}$ ,  $T_\infty = 25^\circ$

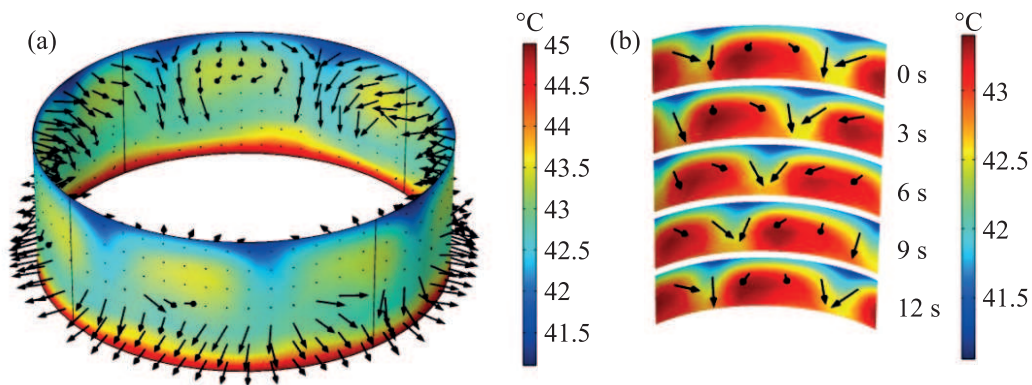


Рис. 5. (Цветной онлайн) Температурные вращающиеся волны (вид в вертикальном сечении). Стрелками указано направление движения жидкости. (a) – Сечение в виде кольца радиусом 1 см; (b) – верхняя часть (высотой 0.25 см) четверти кольца, представленного на (a) в различные интервалы времени.  $r = 3$  см,  $d = 0.7$  см,  $T_w = 45^\circ$ ,  $T_\infty = 25^\circ\text{C}$

если исключить из теплоотвода испарение или конвекцию, то температурная волна исчезает. Исключение потока излучения не оказывает влияние на существование вращающейся волны.

*4.4. Наличие неоднородного градиента температуры.* Важным условием образования волны, является одновременный нагрев как стенок, так и дна контейнера. Если сохранять нагретым лишь дно, а стенки оставить при температуре окружающей среды (либо наоборот: стенки нагревать, а дно оставлять при температуре окружающей среды), то никаких волн не образуется: температурное распределение достаточно равномерно изменяется от центра к краям контейнера (соответственно, в первом случае в центре температура выше, а во втором случае – ниже).

**5. Заключение.** В результате численного моделирования нагрева воды в небольшом цилиндрическом контейнере обнаружено, что в достаточно узкой области размеров и температур наблюдается температурная волна, вращающаяся с постоянной угловой скоростью. Существенным условием ее появления является условие прилипания жидкости на верхней поверхности, а также неоднородность нагрева (наличие как вертикального, так и горизонтального температурного градиента). Важной особенностью обнаруженной вращающейся температурной волны, является то, что она создается не периодически действующими источниками тепла, а стационарно нагретой границей, приводящей к сложному взаимодействию конвективных вихрей, которые самоорганизуются, генерируют



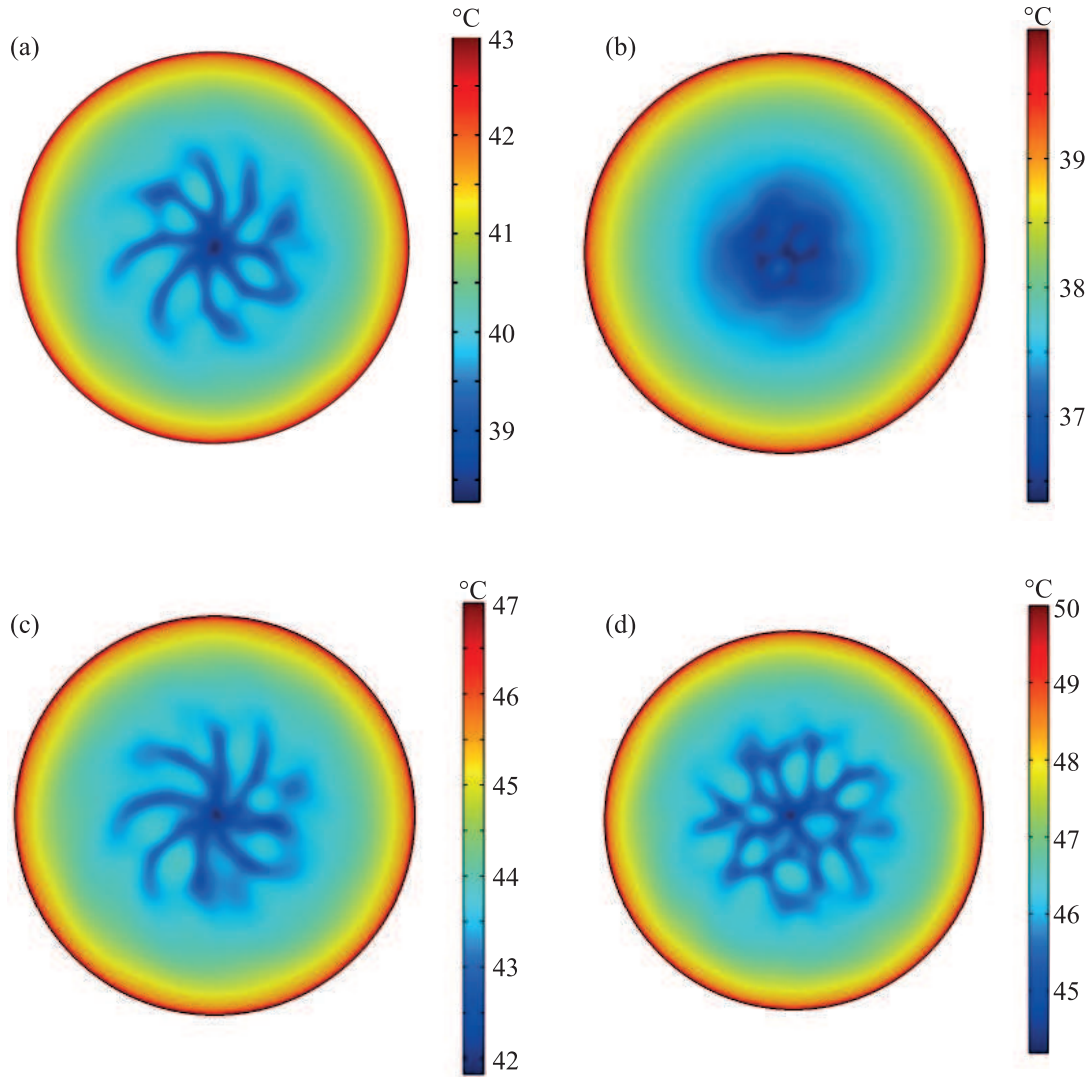


Рис. 6. (Цветной онлайн) Формы структур на поверхности испарения при изменении температуры нагрева  $T_w$ . (a) –  $T_w = 43\text{ }^\circ\text{C}$ ; (b) –  $T_w = 40\text{ }^\circ\text{C}$ ; (c) –  $T_w = 47\text{ }^\circ\text{C}$ ; (d) –  $T_w = 50\text{ }^\circ\text{C}$ .  $r = 3\text{ cm}$ ,  $d = 0.7\text{ cm}$ ,  $T_\infty = 25\text{ }^\circ\text{C}$

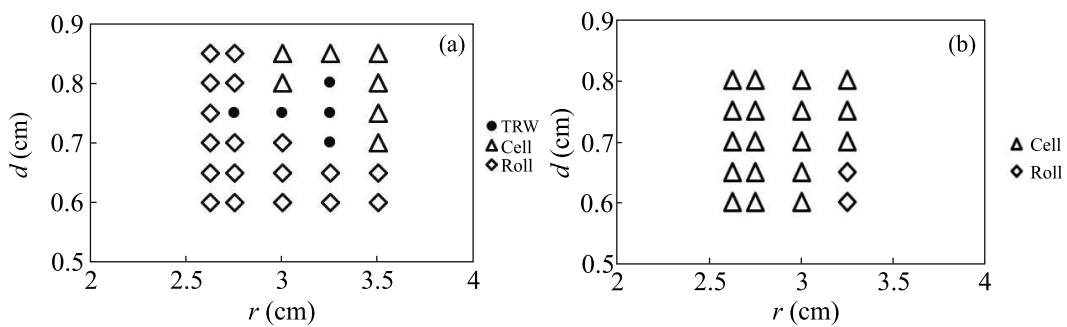


Рис. 7. Морфологическая диаграмма рассчитанных структур вблизи области наблюдения температурных вращающихся волн. Каждый символ соответствует проведенному расчету. (a) –  $T_w = 40\text{ }^\circ\text{C}$ ; (b) –  $T_w = 50\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_\infty = 25\text{ }^\circ\text{C}$

волну. Обнаруженное волновое поведение требует подтверждения в экспериментах на воде с

различными адсорбирующимися на поверхности примесями.

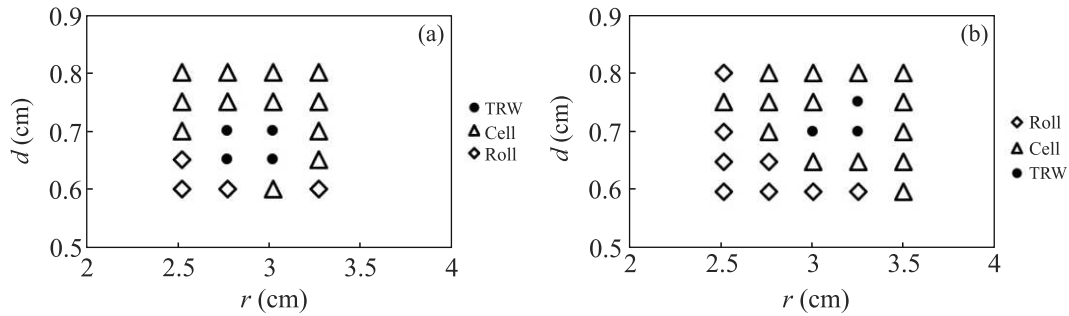


Рис. 8. Морфологическая диаграмма рассчитанных структур вблизи области наблюдения температурных вращающихся волн. Каждый символ соответствует проведенному расчету. (a) –  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ ; (b) –  $T_\infty = 30^\circ\text{C}$ ,  $T_w = 45^\circ\text{C}$

Теоретическая модель возникновения волны для системы, схожей с представленной (капля жидкости, находящаяся одновременно в горизонтальном и вертикальном градиентах температуры, которые устанавливаются самопроизвольно и саморегулируются благодаря теплообмену с поверхностью, включающего испарение) рассматривается в [20]. В этой работе сделана попытка аналитически описать эксперименты с обнаруженным волнообразным движением, представленные в [21] (см. также [22, 23]). Представленная теория смогла дать качественное описание явления. Наша система отличается от рассмотренной тем, что вместо условия Марангони на верхней границе используется условие отсутствия скольжения. Таким образом, возможным теоретическим направлением развития настоящей работы может быть модернизация модели [20] и ее аналитический анализ. Это позволит лучше понять вопрос о масштабируемости обнаруженного явления и о его распространности в окружающем нас мире.

Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке в рамках научного гранта #FEUZ-2023-0013.

1. F. H. Busse, Rep. Prog. Phys. **41**, 1929 (1978).
2. A. V. Getling, *Bénard–Rayleigh Convection: Structures and Dynamics*, World Scientific (1998).
3. M. F. Schatzl and G. P. Neitzel, Annu. Rev. Fluid Mech. **33**, 93 (2001).
4. W. G. Spangenberg and W. R. Rowland, Phys. Fluids **4**, 743 (1961).
5. K. B. Katsaros, W. T. Liu, J. A. Businger, and J. E. Tillman, J. Fluid Mech. **83**, 311 (1977).
6. R. J. Volino and G. B. Smith, Exp. Fluids **27**, 70 (1999).

7. K. A. Flack, J. R. Saylor, and G. B. Smith, Phys. Fluids **13**, 3338 (2001).
8. K. E. Torrance, J. Fluid Mech. **96**, 477 (1979).
9. A. I. Mizev, J. Appl. Mech. Tech. Phys. **45**(4), 486 (2004).
10. M. C. Navarro, A. M. Mancho, and H. Herrero, Chaos **17**, 023105 (2007).
11. A. Sukhanovskii, A. Evgrafova, and E. Popova, Physica D **316**, 23 (2016).
12. D. A. Rusova and L. M. Martyushev, AIP Conf. Proc. **2174**, 020162 (2019).
13. L. M. Martyushev, D. A. Rusova, and K. V. Zvonarev, Phys. Fluids **34**, 053112 (2022).
14. I. V. Kerekelitsa, K. V. Zvonarev, and L. M. Martyushev, AIP Conf. Proceed. **2466**, 070007 (2022).
15. K. V. Zvonarev, D. A. Rusova, and L. M. Martyushev, Phys. Fluids **34**, 123114 (2022).
16. N. A. Vinnichenko, Y. Y. Plaksina, K. M. Baranova, A. V. Pushtaev, and A. V. Uvarov, Environ. Fluid Mech. **18**, 1045 (2018).
17. Y. Rudenko, N. Vinnichenko, Y. Plaksina, A. V. Push-taev, and A. V. Uvarov, J. Fluid Mech. **944**, A35 (2022).
18. D. J. Tritton, *Physical Fluid Dynamics*, Van Nostrand Reinhold Co., N.Y. (1977).
19. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics*, 2nd ed., Course of Theoretical Physics, v. 6, Pergamon Press, Oxford (1987).
20. G. Karapetsas, O. K. Matar, P. Valluri, and K. Sefiane, Langmuir **28**, 11433 (2012).
21. K. Sefiane, J. R. Moffat, O. K. Matar, and R. V. Craster, App. Phys. Lett. **93**, 074103 (2008).
22. С. В. Филатов, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, Письма в ЖЭТФ **111**(10), 653 (2020).
23. А. А. Гаврилина, Л. Ю. Бараш, ЖЭТФ **159**(2), 359 (2021).