Письма в ЖЭТФ, том 50, вып. 1, стр. 10 – 12 *10 июля 1989 г.*

О ТОРМОЖЕНИИ НЕЙТРИНО В МАТЕРИАЛЬНОЙ СРЕДЕ

Д.А.Киржниц, В.В.Лосяков, В.А.Чечин

Найдена универсальная верхняя граница потерь энергии нейтрино в произвольной равновесной среде (предполагаемой для простоты холодной, нерелятивистской, однородной и изотропной), исключающая возможность аномально сильного торможения нейтрино.

Естественный масштаб потерь энергии нейтрино в среде в единицу времени Q определяется "столкновительным пределом"

$$Q_0 = n\int_0^{\omega_0} d\omega\,\omega\, d\sigma/d\omega \ , \tag{1}$$

где σ – сечение рассеяния нейтрино на покоящейся частице среды, $\omega_0 = 2E^2/(2E+m)$ – наибольшая переданная частице энергия, m и n – масса и концентрация частиц среды, E – энергия нейтрино в системе ее покоя.

Важный вопрос о допустимости неравенства $Q \gg Q_0$ далек еще от ясности: имеющимся положительным утверждениям на этот счет противостоит обратная ситуация в случае заряженной частицы, потери которой всегда меньше Q_0 (эффект плотности Ферми [1, 2]). В данной заметке обосновывается отрицательный ответ на поставленный вопрос – и для нейтрино должно выполняться неравенство $Q \lesssim Q_0$.

1. Взаимодействие безмассового двухкомпонентного нейтрино с электроном среды выбирается в стандартном 4-фермионном виде [3]

$$-\frac{G}{\sqrt{2}}\, j^\mu C_a J^a_\mu \ ,$$

где j – $(V-A)$ – ток нейтрино, J^a – векторный $(a=V)$ и аксиальный $(a=A)$ токи электрона, $C_V = 2\sin^2\theta_W \pm {}^1/_2$, $C_A = \pm 1/2$ (верхний знак отвечает электронному, нижний – мюонному нейтрино), θ_W – угол Вайнберга, G – константа Ферми, $\hbar = c = 1$. Аналогично описывается взаимодействие с нуклоном.

Во втором порядке теории возмущений по G

$$Q = \frac{G^2}{4\pi^2 E^2}\int_0^{4E^2} dt \int_0^{1/\bar{\omega}} d\omega\,\omega\, S \ , \tag{2}$$

$$S = \frac{1}{4}\,\mathrm{sp}\,[(1+\gamma_5)\hat{p}\gamma^\mu(\hat{p}-\hat{k})\gamma^\nu]\, C_a C_b\, \mathrm{Im}\, D^{ab}_{\mu\nu} \ , \tag{3}$$

где ω и $-t$ – соответственно нулевая компонента и квадрат переданного среде 4-импульса k_μ, p_μ – 4-импульс нейтрино, $\bar{\omega} = E - t/4E$. Функция Грина электронных токов

$$D^{ab}_{\mu\nu} = i\theta(x_0)\langle [J^a_\mu(x),\ J^b_\nu(0)]\rangle \tag{4}$$

имеет явно ковариантную параметризацию

$$\left.\begin{aligned} D^{aa}_{\mu\nu} &= -R^a_1 g_{\mu\nu} + R^a_2 u_\mu u_\nu + \dots \ , \\ D^{VA}_{\mu\nu} &= D^{AV}_{\mu\nu} = i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} k^\rho u^\sigma R_3/2m \ , \end{aligned}\right\} \ , \tag{5}$$

где $g_{\mu\nu}$ – метрический тензор, u_μ – 4-скорость среды, точки заменяют несущественные из-за поперечности шпура в (3) члены, пропорциональные k_μ или k_ν. В системе покоя среды

$$S = \mathrm{Im}\,\{C_a^2[tR_1^a + (2E^2 - 2E\omega - t/2)R_2^a] + t(2E - \omega)C_V C_A R_3/m\}\ . \qquad (6)$$

Как видно, потери нейтрино зависят от 5-ти характеристик среды $R^a_{1,2}$, R_3 (вместо двух – $R^V_{1,2}$ – для заряженной частицы): из-за несохранения четности важен не только векторный, но и аксиальный отклик среды.

2. Столкновительный предел (1), в котором σ – сечение νe-рассеяния [3], получается из (2), (6) при вычислении (4) в модели свободного электронного газа малой плотности. Выражение (1) не описывает коллективных – в широком смысле этого слова – эффектов среды, вклад которых мал при большой энергии нейтрино $\omega_0 \gg E_0$, где $E_0 \ll m$ – характерная энергия частиц среды, (в области близких соударений),

$$Q = Q_0 \qquad (E \gg (m E_0)^{1/2}). \qquad (7)$$

Это позволяет ограничиться далее рассмотрением области $E \ll m$, где

$$Q_0 = \frac{2G^2 nE^4}{3\pi m}(C_V^2 + 5C_A^2). \qquad (8)$$

В этой области можно опустить в (6) член с R_3, пропорциональный E/m (матрица γ_5 входит в D^{VA} в первой степени).

3. Величины $R^a_{1,2}$, определяющие потери нейтрино с $E \ll m$, имеют следующие свойства. Прежде всего, вводя в (4) промежуточную систему собственных функций гамильтониана среды и учитывая (5), можно убедиться в существовании неравенств

$$(t + \omega^2)\mathrm{Im}R_2^a > t\,\mathrm{Im}R_1^a > 0 \qquad (\omega, t > 0) \qquad (9)$$

Далее, функция Грина (4), исчезая при $x_0 < |\mathbf{x}|$ (релятивистская причинность) аналитична вместе с величинами R в верхней полуплоскости ω при фиксированном t (см. [2]). Это ведет к соотношениям Леонтовича

$$R(\omega, t) = R(\infty, t) + \frac{2}{\pi}\int_0^\infty d\zeta\zeta\,\mathrm{Im}R(\zeta, t)/(\zeta^2 - \omega^2 - i\delta\omega)$$

и к правилам сумм

$$\int_0^\infty d\omega\omega\,\mathrm{Im}R(\omega, t) = \frac{\pi}{2}\alpha(t), \qquad (10)$$

где при $\omega \to \infty$

$$R(\omega, t) = R(\infty, t) - \alpha(t)/\omega^2 + \ldots$$

(простая причинность $R = 0$ при $x_0 < 0$ ведет к аналитичности R по ω при фиксированном $\mathbf{k}$ и к соотношениям Крамерса–Кронига).

4. Ниже будут использованы лишь правила сумм для величин R_2^a, которые определяются вытекающим из (4) уравнением

$$D^{ab} = P^{ab} + e^2 P^{aV} D P^{Vb}, \qquad (11)$$

где P – поляризационный оператор (электронная петля с векторными или аксиальными

вершинами), D – функция Грина фотона в среде, второе слагаемое в (11) описывает поляризацию среды током нейтрино. Отсюда в векторном случае получается выражение

$$R_2^V = \frac{t^2}{4\pi e^2(t+\omega^2)}\left[\frac{t}{(t+\omega^2-\epsilon_t\omega^2)} - \frac{1}{\epsilon_l}\right],$$

описывающее потери заряженной частицы [2]. Здесь ϵ_l (ϵ_t) – продольная (поперечная) диэлектрическая проницаемость среды, имеющая асимптотику $\epsilon_{l,t} = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ при $\omega \to \infty$, где $\omega_p^2 = 4\pi n e^2/m$ – квадрат плазменной частоты электронов среды. В аксиальном случае соответствующая проницаемость имеет ту же асимптотику, а второй член в (11) отсутствует при $E \ll m$ (см. конец разд. 2). Это дает

$$\alpha_2^V = nt^2/[m(t+\omega_p^2)], \qquad \alpha_2^A = nt/m. \tag{12}$$

5. Для определения верхней границы потерь нейтрино будем увеличивать правую часть (2), стремясь свести ее к правилам сумм (10), (12). Усиливая неравенство (9) подстановкой в его левую часть $2\omega E$ вместо ω^2 ($\omega < E$; см. (2)) и комбинируя это неравенство с (6), имеем

$$S < (2E^2 + {}^t/_2)\, C_a^2 \operatorname{Im} R_2^a .$$

Продолжая увеличивать правую часть (2), распространим интегрирование по ω в этой формуле на всю положительную полуось, что и позволит использовать правила сумм.

В итоге верхняя граница потерь нейтрино определится неравенством

$$Q < \frac{2G^2nE^4}{3\pi m}\left[C_V^2\cdot\varphi(\omega_p^2/4E^2) + 5C_A^2\right], \qquad (E \ll m), \tag{13}$$

где функция

$$\varphi(x) = 6\int_0^1 dz z^2(1+z)/(z+x),$$

равная 5 при $x = 0$, монотонно спадает до нуля с ростом x. Осуществляемое этой функцией уменьшение потерь имеет ту же природу, что и эффект плотности для потерь заряженной частицы – подавление средой вклада далеких ($t < \omega_p^2$) соударений (см. (12)).

Неравенства (7), (13) вместе с (8) и позволяют сделать вывод о том, что потери нейтрино меньше или порядка столкновительного предела.

Подробное изложение содержания этой заметки, а также обобщение ее результатов на случай кристаллических, горячих, релятивистских сред будет опубликовано.

Литература

1. *Ферми Э.* Научные труды. М.: Наука, 1972, 2.
2. *Киржниц Д.А.* Письма в ЖЭТФ, 1987, **46**, 244.
3. *Окунь Л.Б.* Лептоны и кварки. М.: Наука, 1981.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5 июня 1989 г.