

# Эффект разделения киральностей в кварк-глюонной плазме

З. В. Хайдуков<sup>1)</sup>

Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия

Институт теоретической и экспериментальной физики, Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”,  
117259 Москва, Россия

Поступила в редакцию 23 марта 2023 г.

После переработки 11 апреля 2023 г.

Принята к публикации 11 апреля 2023 г.

Получено выражение для эффекта разделения киральностей в кварк-глюонной плазме при помощи метода полевых корреляторов путем разложения по уровням Ландау.

DOI: 10.31857/S1234567823100014, EDN: kkleza

**Введение.** Знаковым открытием явилось экспериментальное обнаружение на релятивистском коллайдере тяжелых ионов нового состояния вещества – кварк-глюонной плазмы (КГП) [1]. По свойствам эта новая фаза оказалась близка к сильно взаимодействующей, почти идеальной непрозрачной жидкости [2], хотя ранние теоретические работы утверждали [3], что должен возникнуть почти не взаимодействующий газ, состоящий из кварков и глюонов. Впоследствии решеточное моделирование [4] позволило понять, что в квантовой хромодинамике с  $(2 + 1)$  ароматами фазовый переход из адронной материи в новое состояние является кроссовером и происходит в диапазоне температур от 140 до 200 МэВ при нулевом барионном химическом потенциале. При этом КГП остается сильно взаимодействующей и при существенно больших температурах [4]. Для исследования свойств кварк-глюонной плазмы большое значение имеют эффекты, которые можно наблюдать экспериментально. К ним относится, например, эффект разделения киральностей (ЭРК) [5, 6], который заключается в возникновении аксиального тока, направленного вдоль внешнего магнитного поля в присутствии химического потенциала в равновесии. В оригинальной работе [5] вывод о существовании эффекта был получен для не взаимодействующих фермионов и в рамках эффективной теории. Для аксиального тока в безмассовом случае было получено выражение:

$$j^{5z} = \frac{e^2 \mu}{2\pi^2} B^z. \quad (1)$$

На данный момент общепринятым считается утверждение о том, что взаимодействие существенным образом влияет на ЭРК. Поэтому нас будет интересо-

вать возможность существования эффекта разделения киральностей в кварк-глюонной плазме, а точнее то, насколько сильное взаимодействие подавляет этот эффект. Все вычисления будут проделаны в рамках метода полевых корреляторов (МПК), который позволяет хорошо описать свойства как адронной фазы КХД, так и КГП [7–13].

**Метод полевых корреляторов.** Из-за сильного взаимодействия описание кварк-глюонной плазмы требует использования непертурбативных методов в дополнение к суммированию пертурбативных рядов. Мы остановим наше внимание на методе полевых корреляторов при конечных температурах во внешнем магнитном поле. Полное описание данного подхода можно найти в цикле работ [7–13]. Здесь мы опишем логику построения данного метода. Глюонное поле разбивается на пертурбативную ( $a_\mu$ ) и непертурбативную ( $A_\mu$ ) части. Предполагается, что вторая удовлетворяет определенным условиям и должна учитываться точно, первая может быть учтена в рамках теории возмущений. В непертурбативной части выделяется цветоэлектрическая ( $E_i(x)$ ) и цветомагнитная компоненты ( $B_i(x)$ ). Для них можно ввести квадратичные по напряженностям корреляторы вида<sup>2)</sup>:

$$\begin{aligned} & \frac{g^2}{N_c} \langle \text{Tr} E_i(z)(z) W(z, z') E_j(z') W^+(z, z') \rangle = \\ & = \delta_{ij} \left[ D^E(u) + D_1^E(u) + u_4^2 \frac{\partial^2 D_1^E}{\partial u^2} \right] + u_i u_j \frac{\partial D_1^E}{\partial u^2}, \quad (2) \end{aligned}$$

<sup>2)</sup> Коррелятор вида  $\langle W E W B \rangle$  обращается в нуль при решеточном моделировании и мог бы привести к проблеме с симметриями.

<sup>1)</sup> e-mail: khaidukov.zv@phystech.edu

$$\frac{g^2}{N_c} \langle \text{Tr} H_i(z)(z) W(z, z') H_j(z') W^+(z, z') \rangle = \delta_{ij} \left[ D^E(u) + D_1^E(u) + u_4^2 \frac{\partial^2 D_1^E}{\partial u^2} \right] - u_i u_j \frac{\partial D_1^H}{\partial u^2}, \quad (3)$$

где  $u = z - z'$ ,  $N_c$  – количество цветов,  $g$  – константа связи,  $W(z, z')$  – петля Вильсона, которая соединяет точки  $z, z'$ . При нулевых температурах скалярная функция  $D^E(x)$  приводит к возникновению закона площадей между цветовыми зарядами (натяжение струны задается в виде  $\sigma_E = \frac{1}{2} \int D^E(u) d^2u$ ,  $u = |x - y|$ ).

При температурах 160 МэВ и выше основную роль играют  $D_1^E(x)$  (не приводящий к конфаинменту) и  $D^H(x)$ , в то время как  $D^E(x)$  обращается в нуль. Первый отвечает за возникновение аналога линии Полякова, второй приводит к возникновению непертурбативной дебаевской массы [14]. В области перехода конфаинмент-деконфаинмент, а также при существенно более высоких температурах основными степенями свободы, которые вносят вклад в термодинамические потенциалы в рамках МПК, являются кварки и глюоны, которые движутся во внешних непертурбативных цветных полях. Их вклады можно учесть по отдельности, так называемое “приближение одиночной линии”. В первом приближении мы можем пренебречь рождением частиц [7, 9, 11, 12], что фактически приводит к описанию системы при помощи одночастичного базиса состояний.

Исходя из всего вышесказанного, мы можем написать:

$$\Omega = \Omega_q + \Omega_{gl}. \quad (4)$$

Из Омега-потенциала можно получить все термодинамические характеристики системы: давление, плотность энергии и т.д. Следуя [10]

$$P = 2N_c \int_0^\infty \frac{ds}{s} \sum_{n=1,2,3} (-1)^{n+1} G^n(s),$$

$$G^n(s) = \int (Dz) \exp(-K - sm_q^2) \langle \text{tr} W(C) \rangle_A,$$

где  $K = \frac{1}{4} \int_0^s \left( \frac{dz_\mu}{d\tau} \right)^2$ ,  $m_q$  – масса кварка,  $W(C)$  – петля Вильсона, определяемая путем  $C$ , усреднение производится по внешним непертурбативным полям  $A$ ,  $N_c = 3$ . В интересующей нас области температур происходит факторизация петель Вильсона [10]:

$$\langle \text{tr} W(C_n) \rangle_A = \langle L_n \rangle \langle \text{tr} W_{3d} \rangle. \quad (5)$$

$\langle L_n \rangle$  – “Поляковская линия”, которая возникает при  $n$ -кратном обороте вокруг компактного направ-

ления,  $\langle W_{3d} \rangle$  – пространственная проекция петли Вильсона. С учетом этого:

$$G^n(s) = G_4^n(s) S_3(s), \quad (6)$$

$$G_4^n(s) = \frac{1}{2\sqrt{4\pi s}} \exp\left(-\frac{n^2}{4T^2 s} - sm_q^2\right) \langle L_n \rangle. \quad (7)$$

Здесь  $S_3(s)$  3-х мерная функция Грина, построенная вдоль пространственного замкнутого пути, которая учитывает цветомагнитное взаимодействие между кварками:

$$S_3(s) = \int D^3 z \exp(-K_{3d}(s)) \langle W_{3d} \rangle = M_D^2. \quad (8)$$

Что касается  $\langle L_n \rangle$ , то для температур меньше 1 ГэВ можно показать, что выполняется приближенное соотношение:

$$\langle L_n \rangle = \langle L \rangle^n. \quad (9)$$

Здесь  $L$  – соответствует однократному обороту и задается через потенциал взаимодействия цветовых зарядов:

$$L = \exp\left(-\frac{V_1(\infty, T)}{2T}\right). \quad (10)$$

Возникает искушение интерпретировать основной вклад сильного взаимодействия (он возникает за счет  $D_1^E$ ) просто как постоянную нулевую компоненту калибровочного потенциала, однако, в выражение для аналога “Поляковской линии” входит величина:

$$V_1(r, T) = \int_0^{T^{-1}} d\nu (1 - \nu T) \int_0^r \zeta d\zeta D_1^E(\sqrt{\zeta^2 + \nu^2}). \quad (11)$$

Эта зависимость показывает, что значение потенциала в “Поляковской линии” возникает из нелокального выражения.

Магнитное поле приводит к формированию уровня Ландау. Данное утверждение в случае сильного взаимодействия является не очевидным и требует отдельного обоснования. Но в рамках решеточного моделирования [15] было показано, что можно совершенно четко утверждать, что существует нулевой уровень Ландау, и что этот уровень обладает определенной проекцией спина. Поэтому мы сфокусируемся на учете вклада нулевого уровня. Это совершенно оправданное упрощение, поскольку в [5] было показано, что, в случае, если все остальные уровни двукратно вырождены, он единственный дает вклад в ЭРК. Мы также будем полагать, что все высшие уровни Ландау являются двукратно вырожденными.

Влияние внешнего однородного магнитного поля в интеграле по траекториям приводит к замене выражения для фазового объема и энергии [10]:

$$\frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \rightarrow \frac{dp_z}{2\pi} |e_q B_z|,$$

$$E_{n_\perp}^\sigma(B) = \sqrt{p_z^2 + (\epsilon_{n_\perp}^\sigma)^2}, \quad (12)$$

$$(\epsilon_{n_\perp}^\sigma)^2 = |e_q B_z|(2n_\perp + 1 - \sigma) + M^2, \quad (13)$$

$$M^2 = \frac{M_D^2}{4} + m_q^2, \quad \sigma = \sigma^z \frac{e_q}{|e_q|}, \quad \sigma^z = \pm 1, \quad (14)$$

$$M_D^2 = c_s^2 g^4(T) T^2, \quad c_s = 0.566, \quad (15)$$

$$g^{-2}(T) = 2b_0 \ln(T/L_s) + \frac{b_1}{b_0} \ln(2 \ln(T/L_s)), \quad (16)$$

$$b_0 = \frac{\frac{11N_c}{3} - \frac{2N_f}{3}}{16\pi^2},$$

$$b_1 = \frac{\frac{34}{3}N_c^2 - \left(\frac{13}{3}N_c - \frac{1}{N_c}\right)N_f}{(16\pi^2)^2}.$$

В этих формулах  $L_s = 0.104T_c$ ,  $T_c = 160$  МэВ. Выражение для дебаевской массы  $M_D$  возникает непертурбативным образом (8) и в МПК выражается через пространственное натяжение струны [14],  $g^2(T)$  – бегущая константа связи в двухпетлевом приближении. В итоге выражение для давления можно записать в виде:

$$P_q^f = \frac{N_c |e_q B| T}{\pi^2} \sum_{n_\perp, \sigma} \sum_{n=1}^{\infty} I, \quad (17)$$

$$I = \frac{(-1)^{n+1}}{n} L^n \sqrt{(\epsilon_{n_\perp}^\sigma)^2 + m_q^2} K_1 \left( \frac{n}{T} \sqrt{(\epsilon_{n_\perp}^\sigma)^2 + m_q^2} \right).$$

Полное давление получается при помощи суммирования по всем ароматам. Такое представление наиболее удобно для вычисления ЭРК, поскольку позволяет выделить вклад низшего уровня Ландау и вычислить его термодинамические характеристики. Химический потенциал может быть введен при помощи  $A'_0 = A_0 + \mu$  и приводит в (17) к замене:

$$L^n \rightarrow L^n \cosh \left( \frac{\mu n}{T} \right). \quad (18)$$

**Вычисление аксиального тока.** Сосредоточимся на вычислении вклада низшего уровня Ландау<sup>3)</sup>. В киральном базисе:

$$j^{5z} = \psi^\dagger \gamma^0 \gamma^z \gamma^5 \psi = \psi_L^\dagger \sigma^z \psi_L + \psi_R^\dagger \sigma^z \psi_R. \quad (19)$$

Если фермионы являются собственными состояниями  $\sigma^z \psi_{R/L} = \pm \psi_{R/L}$  с одинаковыми собственными значениями, выражение переписывается:

$$j^{5z} = \pm (\psi_L^\dagger \psi_L + \psi_R^\dagger \psi_R) = j^0. \quad (20)$$

<sup>3)</sup>Мы не рассматриваем вопрос о влиянии магнитного поля на линию Полякова, поскольку в области, которая доступна для экспериментальной проверки, этот вопрос неактуален.

В случае нулевого уровня Ландау это приводит к соотношению:

$$\langle j^{5z} \rangle_{B,T} = \pm \langle j_0 \rangle_{LLL,T,\mu}. \quad (21)$$

А значит, мы можем воспользоваться известным термодинамическим соотношением:

$$V^{-1} \frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \Big|_{LLL,V,T} = - \langle j^0 \rangle_{T,V} \quad (22)$$

и получить выражение для ЭРК:

$$\langle j^{5z} \rangle_{T,V} = \mp N_c T \frac{e_q B_z}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \mu} (\chi(\mu) + \chi(-\mu)), \quad (23)$$

$$\chi(\mu) = \int \frac{dp_z}{2\pi} \ln \left( 1 + \exp \left( \frac{\tilde{\mu} - E_{n_\perp}^\sigma(B)}{T} \right) \right), \quad (24)$$

$$\tilde{\mu} = \mu - V_1(\infty, T)/2. \quad (25)$$

Здесь  $E_{n_\perp}^\sigma(B)$  задается (12),  $V_1(\infty, T)$  определен в (11). Результаты вычисления для низшего уровня Ландау приведены на рис. 1. На графике мы нормировали результат вычисления аксиального тока на коэффициент  $(\mu B N_c \sum_{i=u,d,s} q_i^2)^{-1}$ ,  $i$  соответствует аромату кварков, для  $\mu$  мы взяли 10 МэВ. Мы также отметили коэффициент для невзаимодействующей теории  $(\frac{1}{2\pi^2})$ .

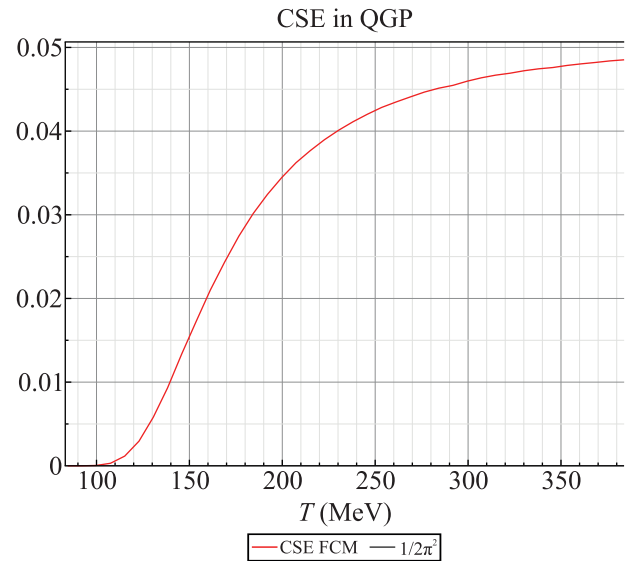


Рис. 1. (Цветной онлайн) Величина аксиального тока в ЭРК с нормировочным коэффициентом  $(\mu B N_c \sum_{i=u,d,s} q_i^2)^{-1}$

С точки зрения МПК этот результат понимается достаточно просто: при физических массах кварков в адронной фазе КХД ЭРК сильно подавлен, поскольку энергия любого возбуждения связана с энер-

гией натяжения струны, которое значительно больше температуры и выбранного нами химического потенциала. Основной вклад в термодинамическое описание в области перехода конфаймент-деконфаймент  $T = 140\text{--}200$  МэВ вносит “Поляковская линия”, которая растет очень быстро и, как следствие, обеспечивает быстрый рост основных термодинамических потенциалов. При температурах выше 300 МэВ “Поляковская линия” мало отлична от единицы, и основной эффект связан с влиянием непертурбативной дебаевской массы, которая ведет себя как  $M_D^2 \sim g^4(T)T^2$ . В фермионном распределении она всегда делится на квадрат температуры, а значит, ее влияние определяется четвертой степенью константы связи и коэффициентом в выражении (15).

**Обсуждение и заключение.** Нами получено выражение для эффекта разделения киральностей в методе полевых корреляторов при помощи разложения по уровням Ландау и учете вклада нулевого уровня. Было показано, что аксиальный ток, направленный вдоль оси  $z$ , равен плотности заряда на низшем уровне Ландау. Это свойство остается верным и в случае присутствия сильного взаимодействия. Наши результаты были получены наиболее наглядным способом, но все вычисления также могут быть проделаны при помощи формулы линейного отклика, которую удобнее использовать, например, при вычислении кирального вихревого эффекта в кварк-глюонной плазме. Это связано со сложностями распространения МПК на КГП с вращением. Несомненным достоинством данного метода является сведение задачи вычисления аксиального тока к вычислению производной термодинамического потенциала для низшего уровня. Это обстоятельство позволяет утверждать, что в случае точного описания термодинамики даже на уровне “совпадения теоретических кривых с экспериментом”<sup>4)</sup> мы получаем корректный количественный ответ для ЭРК. К сожалению, рассмотрение вкладов высших уровней Ландау в данном случае требует более подробного изучения, поскольку наше предположение о двукратном вырождении уровней с одной стороны приводит к заключению о равенстве нулю вклада от высших уровней, с другой – может оказаться чересчур оптимистичным, поскольку взаимодействия могут при-

водить к перемешиванию уровней Ландау. Учет этих вкладов мы оставляем для дальнейшего изучения. Также было бы интересно сравнить полученные нами результаты с результатами, которые были получены в рамках недавней работы [16].

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда # 21-12-00237 и при поддержке гранта Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС” # 22-1-3-59-1.

1. K. Adcox, S.S. Adler, S. Afanasiev et al. (Collaboration), Nucl. Phys. A **757**, 184 (2005).
2. R. Pasechnik and M. Sumera, Universe **3**, 7 (2017).
3. J. C. Collins and M. J. Perry, Phys. Rev. Lett. **34**, 1353 (1975).
4. S. Borsanyi, Z. Fodor, C. Hoelbling et al. (Collaboration), JHEP **1009**, 73 (2010).
5. M. A. Metlitski and A. R. Zhitnitsky, Phys. Rev. D **72**, 045011 (2006).
6. M. Puhr and P.V. Buividovich, Phys. Rev. Lett. **118**(19), 192003 (2017); arXiv: 1611.07263 [hep-lat].
7. Yu. A. Simonov and M. A. Trusov, Phys. Lett. B **650**, 36 (2007).
8. Yu. A. Simonov and M. A. Trusov, Pis'ma v ZhETF **85**(12), 730 (2007) [JETP Lett. **85**, 730 (2007)].
9. V.D. Orlovsky and Yu. A. Simonov, Phys. Rev. D **89**, 054012 (2014); arXiv:1311.1087v2.
10. M. A. Andreichikova and Yu. A. Simonov, Eur. Phys. J. C **78**, 420 ((2018)); <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-018-5916-8>.
11. H. G. Dosch, Phys. Lett. B **190**, 177 (1987).
12. H. G. Dosch and Yu. A. Simonov, Phys. Lett. B **205**, 339 (1988).
13. Yu. A. Simonov and J. A. Tjon, Ann. Phys. **228**, 1 (1993).
14. N.O. Agasian and Yu. A. Simonov, Phys. Lett. B **639**, 82 (2006); arXiv:hep-ph/0604004v3; <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2006.06.019>.
15. F. Bruckmann, G. Endrödi, M. Giordano, S.D. Katz, T.G. Kovács, F. Pittler, and J. Wellenhofer, Phys. Rev. D **96**, 074506 (2017); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.96.074506>; arXiv:1705.10210.
16. R. A. Abramchuck and M. A. Zubkov, <https://arxiv.org/abs/2301.12261>.

<sup>4)</sup> Это не исключает требования логической согласованности теории.