

# Формирование фемтосекундных импульсов произвольной формы при помощи одномерного фотонного кристалла с непрерывной пространственной модуляцией показателя преломления

С. Е. СВЯХОВСКИЙ<sup>1)</sup>

<sup>+</sup> Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 5 мая 2023 г.

После переработки 23 мая 2023 г.

Принята к публикации 24 мая 2023 г.

Теоретически рассмотрен алгоритм построения структуры одномерного фотонного кристалла, при отражении от которого фемтосекундный световой импульс с гауссовой огибающей преобразуется в импульс с огибающей произвольной заданной временной зависимости. Метод проиллюстрирован на примере прямоугольного импульса. Приведены примеры для простых форм импульса, оценено влияние оптического поглощения и предложен способ его компенсации.

DOI: 10.31857/S1234567823130050, EDN: fzyrbg

**Введение.** Устройства для управления формой фемтосекундных импульсов востребованы во многих областях науки. Модулированные импульсы используются для управления химическими реакциями [1], в приложениях квантовой оптики [2], при генерации когерентных фотонов [3], в исследованиях молекулярной электронной плотности [4] и молекулярной фрагментации [5], генерации сверхкоротких импульсов [6] и в других приложениях.

Благодаря большой востребованности, задача формирования импульсов света с произвольной огибающей актуальна уже на протяжении более 35 лет [7, 8]. Существует несколько техник для формирования огибающей импульсов [9]. Как правило, эти техники основаны на спектральном разложении исходного импульса, модуляции отдельных спектральных компонент по амплитуде и/или фазе и объединении спектральных компонент в новый импульс нужной формы [10]. Экспериментально для спектрального разложения и обратной сборки импульса используются пары призм, дифракционных решеток или других дисперсионных элементов, объединенных в так называемую  $4f$ -систему [11]. В промежутке между дисперсионными элементами разные спектральные компоненты импульса распространяются по разным пространственным траекториям. Компоненты проходят через многоканальный модулятор, в качестве которого могут быть использованы жидкокристаллические матрицы [12, 13], акустооптические фильтры [14], деформиру-

емые зеркала [15], а также цифровые микрозеркала [16], используемые сегодня в проекторах.

С теоретической точки зрения [9, 17] формирование огибающей фемтосекундных импульсов представляет собой преобразование Фурье желаемой функции огибающей импульса и получение спектральных коэффициентов ее разложения. Однако, пространственные модуляторы и другие компоненты  $4f$ -систем могут иметь сложный спектральный отклик, связь между амплитудой и фазой и другие технические нюансы, которые требуется учесть в расчетах. Поэтому применяются более сложные техники, использующие подбор фаз и амплитуд при помощи эволюционных алгоритмов [18, 19], нейронных сетей [20, 21] и других алгоритмов машинного обучения.

$4f$ -системы достаточно громоздки, собираются на оптическом столе из дорогих компонент и чувствительны к настройке, поэтому ведутся поиски альтернативных способов формирования фемтосекундных импульсов. Например, используются массивы chirпированных брэгговских волокон [22], и волноводы, изготовленные прямой лазерной записью [23], метаматериалы и метаповерхности [25], нанопленки [26]. Тонкие фотонные кристаллы используются для chirпирования лазерных импульсов [27].

В этой работе мы предлагаем идею управления формой фемтосекундного импульса при его отражении от фотонного кристалла с модуляцией показателя преломления в виде суммы гармонических функций. Идея состоит в селективном управлении амплитудой и фазой спектральных компонент импуль-

<sup>1)</sup>e-mail: sse@shg.ru

са при помощи амплитуды и фазы соответствующих гармонических функций. Предлагаемая схема работает на отражение от единственного оптического элемента, не требует фокусировки света, а потому пригодна для формирования импульсов большой мощности.

**Постановка задачи.** Рассмотрим прозрачную среду оптической толщиной  $L$  с показателем преломления  $n_0 = 1.5$  и плоскими границами раздела. Пусть свет распространяется только вдоль нормали к границам: задача одномерная. Ось  $x$  направлена вдоль нормали, в целях удобства вычислений координаты внутри среды отсчитываются в единицах оптического пути. Показатель преломления среды может отклоняться от среднего значения и иметь некоторую зависимость  $n(x)$ .

Пусть задана функция  $F(t)$ , вещественная, непрерывная, с ограниченным спектром. Требуется найти такую функцию  $n(x)$ , чтобы при падении на среду оптического импульса с гауссовой огибающей отраженный импульс имел огибающую, соответствующую функции  $F(t)$ .

**Решение.** Введем в этой среде пространственную модуляцию показателя преломления в виде одной гармонической функции :

$$n_1(x) = n_0 + A_1 \cos(k_1 x + \phi_1), \quad (1)$$

где  $A_1$ ,  $\phi_1$ ,  $k_1$  – амплитуда, фаза и волновой вектор (в случае одномерной задачи – волновое число) пространственной решетки показателя преломления. Известно (см., например, [28]), что падающая волна, имеющая волновой вектор вдвое меньше  $k_1$  по модулю, будет испытывать дифракционное отражение от этой решетки, так как к волновому вектору волны прибавляется волновой вектор решетки, в результате чего направление движения волны меняется на обратное. Амплитуда и фаза отраженной волны при этом будут пропорциональны амплитуде и фазе модуляции решетки показателя преломления.

Выберем функцию  $F(t)$ . Для иллюстрации рассмотрим оптический импульс длительностью 800 фс и центральной длиной волны  $\lambda_0 = 800$  нм с прямоугольной огибающей (рис. 1а). Найдем спектр этого импульса. Согласно свойствам преобразования Фурье, спектр будет иметь вид Фурье-образа  $F(\omega)$ , смещенного на частоту оптических колебаний световой волны  $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ , где  $c$  – скорость света. График модуля комплексной функции  $F(\omega - \omega_0)$  показан на рис. 1б, для наглядности вместо частотной зависимости на графике показана зависимость от длины волны, т.е.  $F(2\pi c/\lambda - 2\pi c/\lambda_0)$ .

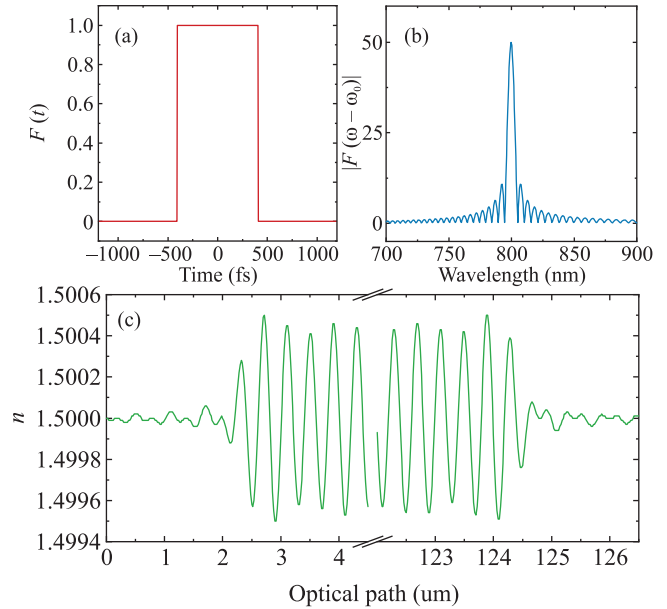


Рис. 1. (Цветной онлайн) Пошаговая иллюстрация метода: (а) – желаемая форма огибающей оптического импульса; (б) – спектр импульса с этой огибающей; (с) – структура ФК, построенная согласно предлагаемому методу, показаны первые и последние 4 мкм

Каждой Фурье-компоненте функции  $F(\omega - \omega_0)$  поставим в соответствие пространственную гармонику

$$n_\omega(x) = n_0 + \delta n \cdot A_\omega \cos\left(\frac{2\omega x}{c} + \phi_\omega\right), \quad (2)$$

где положим амплитуду и фазу гармоники равной амплитуде и фазе Фурье-компоненты:

$$A_\omega = |F(\omega - \omega_0)|, \phi_\omega = \arg F(\omega - \omega_0). \quad (3)$$

Множитель 2 в аргументе косинуса в уравнении (2) обозначает, что пространственная решетка имеет вдвое больший волновой вектор, чем отраженная волна. Величина  $\delta n$  – коэффициент модуляции, для примера взятый равным 0.0005.

Теперь объединим все пространственные гармоники и получим:

$$n(x) = n_0 + \delta n \int_{-\infty}^{\infty} A_\omega \cos\left(\frac{2\omega x}{c} + \phi_\omega\right) d\omega. \quad (4)$$

Рассмотрение зависимости  $n(x)$  от оптической толщины  $x$  позволяет учесть дисперсию среды, в этом случае в подынтегральном выражении следует учесть зависимость показателя преломления в оптическом пути  $x_\omega$  от частоты.

Пример зависимости  $n(x)$  для прямоугольного импульса показан на рис. 1с, зависимость имеет вид

квазигармонической функции, представляющей собой сумму гармонических функций с близкими частотами. Задача решена.

Преобразование Фурье вычислялось по алгоритму Fast Fourier Transform, при расчете временных характеристик использовалось 8192 точек по времени с шагом 1 фс.

**Проверка решения.** Теперь по известной зависимости  $n(x)$  найдем функцию временного оптического отклика этой среды на падающий импульс с гауссовой огибающей. Это реализуется при помощи комбинации известных методов. Вначале найдем спектр коэффициента отражения этой структуры. Для произвольных функций  $n(x)$  удобнее всего находить спектр методом матриц распространения [29] или рекуррентным методом [30]. Приведем  $n(x)$  к дискретному виду, аппроксимировав ее кусочно-постоянной функцией, что физически эквивалентно разделению оптической среды на слои. Корректность применения этой аппроксимации обсуждалась в [31]. Выберем шаг по координате  $\delta x$  много меньше оптической длины волны. В этой работе использовалось значение  $\delta x = 20$  нм. Координаты могут принимать значения  $x_j = j \cdot \delta x$ , таким образом, показатели преломления слоев равны  $n_j = n(x_j)$ , а их геометрические толщины  $d_j = \delta x/n_j$ . Исходя из набора  $n_j$ ,  $d_j$ , матричным методом вычислялся спектр амплитуды комплексного коэффициента отражения  $r(\lambda)$ . Модуль этой величины показан на графике рис. 2а. Хорошо видно, что график  $|r(\lambda)|$  очень похож на график спектра функции  $F$ .

Спектр коэффициента отражения модулированной среды имеет сравнительно небольшое максимальное значение 0.15, кроме того, большая часть (по площади под графиком) спектра исходного импульса попадает в области еще более низкого коэффициента отражения. Таким образом, большая часть исходного сигнала пройдет сквозь среду. Это объясняется малой амплитудой модуляции  $\delta n = 0.0005$ . Для увеличения эффективности преобразования можно повысить эту величину, но в целях иллюстрации метода достаточно и этого значения.

Теперь вычислим отклик этой многослойной структуры на импульс с гауссовой огибающей  $G(t)$  (рис. 2б, для примера длительность импульса выбрана 30 фс). Расчет выполняется известным методом спектрального разложения [9]. А именно, найдем Фурье-образ импульса  $G(\omega - \omega_0)$  (рис. 2а), после чего домножим каждую Фурье-компоненту на коэффициент отражения  $r(2\pi c/\omega)$  и выполним обратное преобразование Фурье, чтобы получить временную форму огибающей импульса, отраженного от среды:

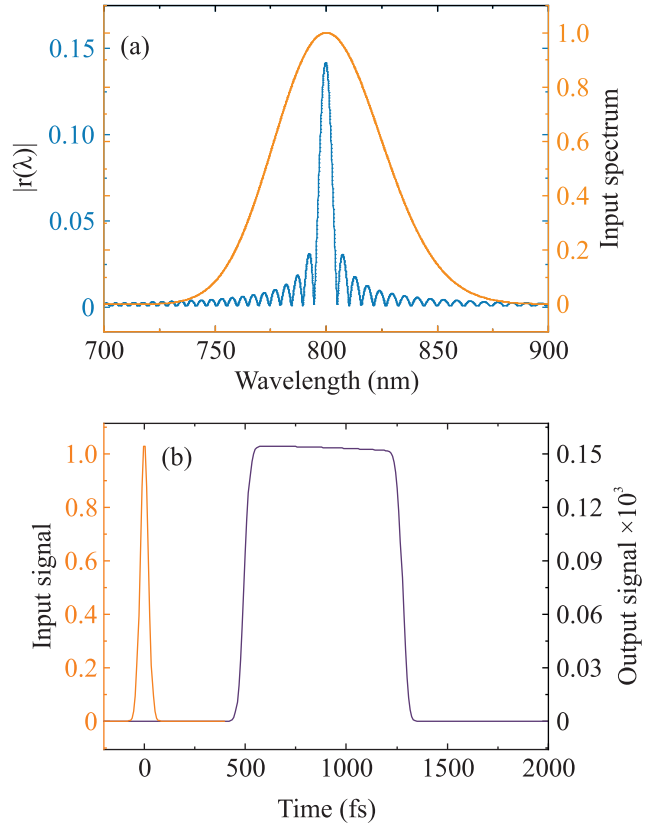


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – спектр коэффициента отражения модулированной среды в сравнении со спектром входного сигнала (амплитудные значения); (б) – интенсивности огибающих входного и выходного сигнала

$$S(t) = \int_{-\infty}^{\infty} r(2\pi c/\omega) G(\omega - \omega_0) e^{i\omega t} d\omega. \quad (5)$$

Результат вычисления показан на рис. 2б. Временная зависимость огибающей имеет вид прямоугольной функции со сглаженными фронтами и длительностью на полувысоте 780 фс, что повторяет форму функции  $F(t)$ .

**Результаты и обсуждение.** Можно заметить на рис. 2б, что фронты получившегося импульса сглаженные, а конкретнее, время нарастания с уровня 20 до 80 % составило 30 фс. Причина этого в том, что исходная функция  $F(t)$  имеет неограниченный спектр: ее фронты абсолютно резкие, а спектр входного импульса имеет гауссову форму и быстро затухает при отдалении от центральной частоты. Поэтому во входном импульсе отсутствуют нужные гармоники для формирования достаточно резких фронтов, соответственно по формуле (5) эти гармоники будут отсутствовать и в выходном.

На рисунке 3 показано, как меняется передний

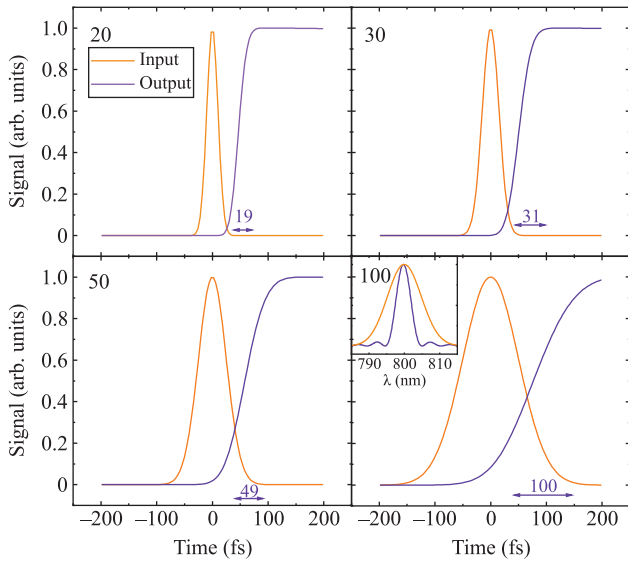


Рис. 3. (Цветной онлайн) Интенсивности огибающих входного и выходного сигнала (показан передний фронт, выходной импульс сдвинут во времени для наглядного сравнения со входным) при варьировании длительности входного импульса, равной 20, 30, 50, 100 фс. Вставка: сравнение спектров отражения оптической среды и исходного импульса

фронт выходного импульса при увеличении длительности входного. Фронт импульса становится более сглаженным, время нарастания увеличивается: на рис. 3 указано значение времени нарастания фронта с 20 до 80 %. Это время с хорошей точностью совпадает с длительностью исходного импульса, небольшая разница объясняется округлением до ближайшего дискретного значения времени. На рисунке 3 для импульса 100 фс дополнительно показан спектр коэффициента отражения среды в сравнении со спектром мощности исходного импульса. Видно, что из-за узкого спектра входного импульса обрезаются почти все особенности спектра среды. В общем случае не получится создать в выходном импульсе особенности (пики, фронты, спады), длительность которых меньше, чем длительность исходного импульса.

**Зависимость от толщины оптической среды.** Вычислим такое распределение  $n(x)$ , которое при отражении будет формировать последовательность 4 импульсов с гауссовой огибающей, для данного примера пусть их длительность (полная ширина на полувысоте) составляет 500 фс. Соответствующая функция  $F(t)$  показана на рис. 4а. В качестве входного импульса был использован гауссов импульс длительностью 30 фс, результаты принципиально не изменяются при варьировании этой величины в диапазоне 30–200 фс. Получившаяся в резуль-

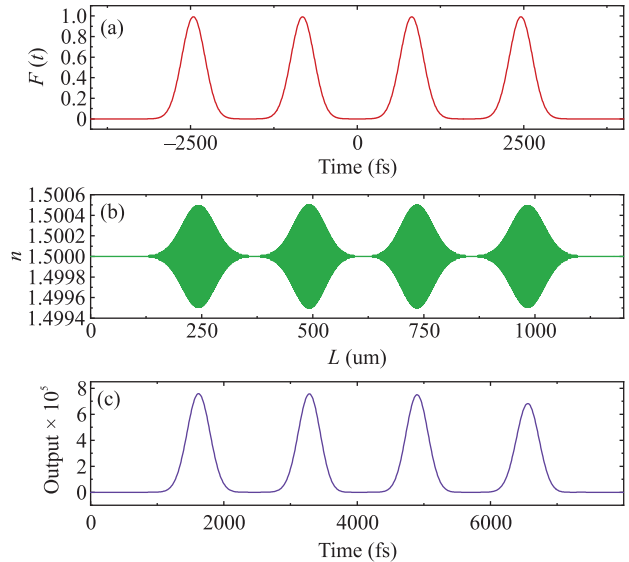


Рис. 4. (Цветной онлайн) (а) – Заданная функция временного отклика  $F(t)$  и соответствующее ей (b) пространственное распределение показателя преломления оптической среды. (с) – Выходная функция временного отклика, получившаяся при отражении от модулированной среды гауссова импульса длительностью 30 фс

тате огибающая выходного импульса (рис. 4а) ожидаемо имеет вид четырех последовательных гауссовых импульсов одинаковой амплитуды, временная задержка между ними соответствует заказанной и равна  $\tau = 1630 \pm 1$  фс.

Обратим внимание на профиль показателя преломления  $n(x)$ . Эта функция имеет 4 максимума в форме гауссиана с набивкой в виде гармонических функций с близкими частотами. Гауссова форма этих максимумов объяснима тем, что преобразование Фурье гауссовой функции дает гауссову функцию. Пространственное расстояние между максимумами равно  $\Delta x = 242 \pm 2$  нм.

Каждый из максимумов функции  $n(x)$  отвечает за определенный импульс из последовательности, причем более глубокие максимумы отвечают за более поздно приходящие импульсы. Продемонстрируем это: искусственно обрежем оптическую среду, сохранив только первые 3, 2, 1 максимума (рис. 5). Удаление соответствующих максимумов функции модуляции показателя преломления приводит к исчезновению импульсов во временном отклике.

Отметим, что имеет место соотношение  $2\Delta x = c\tau$ . Таким образом, временная задержка между импульсами на выходе физически получается из того, что импульс отражается с большей глубины оптической среды. Следовательно, максимально возмож-

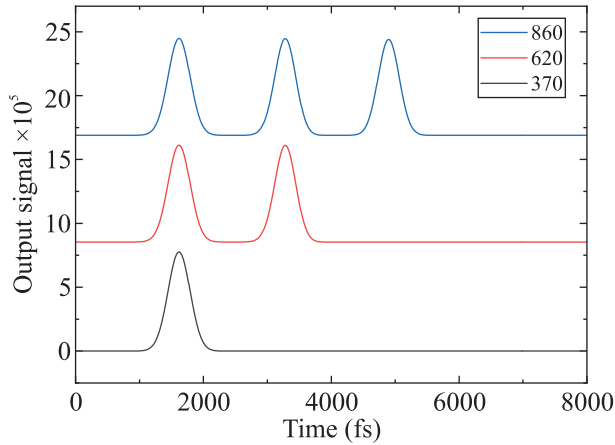


Рис. 5. (Цветной онлайн) Выходные функции временного отклика, получившиеся при отражении от оптической среды, искусственно обрезанной в точках 860, 620, 370 мкм соответственно

ная длина получаемой последовательности импульсов во времени ограничена величиной  $T_{\max} = 2L/c$ .

**Влияние оптического поглощения.** В реальных оптических средах присутствует поглощение или рассеяние, которое ухудшает рассматриваемые оптические эффекты. Для оценки влияния оптического поглощения введем мнимую часть показателя преломления: положим  $n_0 = 1.5 + 0.0001i$  и повторим расчет. На рисунке 6а показана функция отклика поглощающей среды. Она имеет вид четырех максимумов гауссовой формы, амплитуда которых экспоненциально падает со временем, причем импульсы, которые пришли позже, испытали большее ослабление за счет более длинного пройденного оптического пути.

Для компенсации поглощения предлагается модифицировать задаваемую функцию  $F(t)$ , искусственно увеличивая амплитуду более поздних компонент. На рисунке 6б показан профиль  $n(x)$ , построенный для задаваемой функции, в которой амплитуда каждого следующего гауссова импульса в 1.31 раза больше предыдущего. Отраженный от такой среды импульс преобразуется в последовательность (рис. 6с), в которой оптическое поглощение скомпенсировано за счет увеличения коэффициента отражения среды, таким образом, оптический отклик снова соответствует желаемому.

**Возможности экспериментальной реализации.** Изложенный метод построения модуляции оптической среды для формирования фемтосекундных импульсов может быть реализован в эксперименте при помощи методов изготовления фотонных структур, в которых возможно создавать произвольную

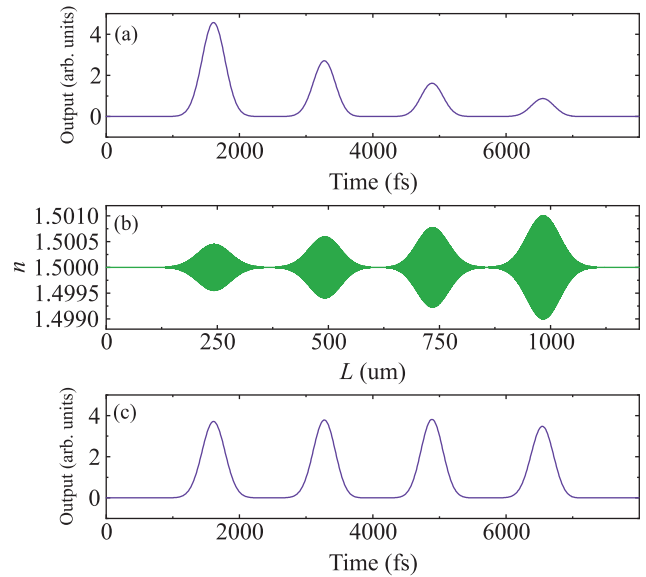


Рис. 6. (Цветной онлайн) (а) – выходная функция временного отклика, получившаяся при отражении от оптической среды с поглощением. (б) – Профиль показателя преломления с компенсацией поглощения. (с) – Выходная функция для среды с компенсацией поглощения

непрерывную или квазинепрерывную модуляцию показателя преломления:

- Электрохимическое травление пористого кремния [32], алюминия [33, 34] и титана [35]. Методы позволяют изготавливать оптические среды толщиной до 1 мм, контраст показателя преломления достигает 0.2, среды не имеют поглощения света в материале, однако существенно наличие рассеяния света на порах.
- Двухфотонная лазерная литография [36, 37]. С ее помощью можно создавать среды, имеющие градиентный показатель преломления. Перспективным является метод создания решеток при помощи двухфотонной литографии в окисленном пористом кремнии [38]. Контраст показателя преломления при этом не превосходит 0.05, однако расчеты показывают, что такая величина приемлема. Ограничение на оптическую толщину в этом случае порядка 1 см и определяется, главным образом, стоимостью времени работы установки.
- Брэгговские волокна, созданные прямой лазерной записью [39]. Продольная модуляция показателя преломления достигается облучением сердцевины волокна мощным лазерным излучением [40]. Контраст показателя преломления

не превосходит  $10^{-3}$ – $10^{-4}$ , однако это может быть компенсировано за счет длины волокна. Линейный размер оптических волокон в рамках этой задачи можно считать неограниченным.

**Заключение.** В работе теоретически продемонстрирован метод построения оптической среды, способной при отражении формировать фемтосекундный импульс или последовательность импульсов с заданной формой огибающей. Установлены следующие ограничения метода: 1) спектр задаваемой последовательности не должен быть шире спектра импульса, падающего на среду, соответственно временные особенности (максимумы, минимумы, фронты) желаемой последовательности не должны быть короче длительности входного импульса. 2) Общая длина последовательности не может превышать удвоенную оптическую толщину среды, разделенную на скорость света.

Кроме того, было рассмотрено влияние оптического поглощения на работу метода и показана техника, позволяющая скомпенсировать поглощение за счет увеличения коэффициента отражения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект 21-72-10103, <https://rscf.ru/project/21-72-10103/>.

1. A. Assion, T. Baumert, M. Bergt, T. Brixner, V. Kiefer, V. Seyfried, M. Strehle, and G. Gerber, *Science* **282**(5390), 919 (1998).
2. B. Kohler, V.V. Yakovlev, J. Che, J.L. Krause, M. Messina, K.R. Wilson, N. Schwentner, R.M. Whitnell, and Y. Yan, *Phys. Rev. Lett.* **74**(17), 3360 (1995).
3. O. Misochko, M. Lebedev, H. Schäfer, and T. Dekorsy, *J. Phys. Condens. Matter* **19**(40), 406220 (2007).
4. C. Sarpe, J. Köhler, T. Winkler, M. Wollenhaupt, and T. Baumert, *New J. Phys.* **14**(7), 075021 (2012).
5. V.V. Lozovoy, X. Zhu, T.C. Gunaratne, D.A. Harris, J.C. Shane, and M. Dantus, *J. Phys. Chem. A* **112**(17), 3789 (2008).
6. P.M. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, П.А. Образцов, Н.Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **117**(1), 10 (2023).
7. A. M. Weiner, J. P. Heritage, and E. Kirschner, *JOSA B* **5**(8), 1563 (1988).
8. S. T. Cundiff and A. M. Weiner, *Nat. Photonics* **4**(11), 760 (2010).
9. A. M. Weiner, *Opt. Commun.* **284**(15), 3669 (2011).
10. A. M. Weiner, *Rev. Sci. Instrum.* **71**(5), 1929 (2000).
11. O. Martinez, J. Gordon, and R. Fork, *JOSA A* **1**(10), 1003 (1984).
12. A. M. Weiner, D. E. Leaird, J. S. Patel, and J. R. Wullert, *Opt. Lett.* **15**(6), 326 (1990).
13. A. M. Weiner, D. E. Leaird, J. Patel, and J. R. Wullert, *IEEE J. Quantum Electron.* **28**(4), 908 (1992).
14. M. Dugan, J. Tull, and W. Warren, *JOSA B* **14**(9), 2348 (1997).
15. E. Zeek, K. Maginnis, S. Backus, U. Russek, M. Murnane, G. Mourou, H. Kapteyn, and G. Vdovin, *Opt. Lett.* **24**(7), 493 (1999).
16. C. Gu, D. Zhang, Y. Chang, and S.-C. Chen, *Opt. Lett.* **40**(12), 2870 (2015).
17. A. Weiner, *Ultrafast optics*, John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey (2011).
18. T. Baumert, T. Brixner, V. Seyfried, M. Strehle, and G. Gerber, *Applied Physics B: Lasers & Optics* **65**(6), 779 (1997).
19. T. Brixner, A. Oehrlin, M. Strehle, and G. Gerber, *Appl. Phys. B* **70**, S119 (2000).
20. C. A. Farfan, J. Epstein, and D. B. Turner, *Opt. Lett.* **43**(20), 5166 (2018).
21. S. Boscolo and C. Finot, *Optics & Laser Technology* **131**, 106439 (2020).
22. M. Li and J. Yao, *IEEE Photonics Technol. Lett.* **23**(20), 1439 (2011).
23. А. А. Архипова, С. А. Журавицкий, Н. Н. Скрябин, И. В. Дьяконов, А. А. Калинин, С. П. Кулик, С. В. Чекалин, Я. В. Карташов, В. Н. Задков, В. О. Компанец, *Письма в ЖЭТФ* **117**(5), 344 (2023).
24. P. Kelly, *Ph. D. thesis*, San Diego State University, San Diego (2019).
25. E. Rahimi and K. Şendur, *JOSA B* **33**(2), A1 (2016).
26. R. U. Tok and K. Şendur, *Phys. Rev. A* **84**(3), 033847 (2011).
27. A. Andreev, A. Balakin, I. Ozheredov, A. Shkurinov, P. Masselin, G. Mouret, and D. Boucher, *Phys. Rev. E* **63**(2), 016602 (2001).
28. A. Yariv and P. Yeh, *Optical waves in crystals*, Wiley, N.Y. (1984), v. 5.
29. A. Luce, A. Mahdavi, F. Marquardt, and H. Wankler, *JOSA A* **39**(6), 1007 (2022).
30. Т. Крылова, *Интерференционные покрытия*, Машиностроение, Л. (1976).
31. P. Baumeister, *Appl. Opt.* **25**(16), 2644 (1986).
32. S. E. Svyakhovskiy, A. I. Maydykovsky, and T. V. Murzina, *J. Appl. Phys.* **112**(1), 013106 (2012).
33. H. Masuda, M. Ohya, H. Asoh, M. Nakao, M. Nohtomi, and T. Tamamura, *Jpn. J. Appl. Phys.* **38**(12A), L1403 (1999).
34. A. Santos, *J. Mater. Chem. C* **5**(23), 5581 (2017).
35. G. A. Ermolaev, S. E. Kushnir, N. A. Sapoletova, and K. S. Napolskii, *Nanomaterials* **9**(4), 651 (2019).

36. X. Zhou, Y. Hou, and J. Lin, *AIP Adv.* **5**(3), 030701 (2015).
37. M. Sharipova, T. Baluyan, K. Abrashitova, G. Kulagin, A. Petrov, A. Chizhov, T. Shatalova, D. Chubich, D. Kolymagin, A. Vitukhnovsky, V.O. Bessonov, and A. A. Fedyanin, *Opt. Mater. Express* **11**(2), 371 (2021).
38. C. R. Ocier, C. A. Richards, D. A. Bacon-Brown et al. (Collaboration), *Light Sci. Appl.* **9**(1), 196 (2020).
39. J. He, B. Xu, X. Xu, C. Liao, and Y. Wang, *Photonic Sens.* **11**, 203 (2021).
40. D. Tosi, *Sensors* **18**(7), 2147 (2018).