

Слабая локализация света в магнитоактивной среде

Е. Е. Городничев⁺¹⁾, Д. Б. Рогозкин^{+*}

⁺Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, 115409 Москва, Россия

^{*}Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Духова (ВНИИА), 127055 Москва, Россия

Поступила в редакцию 25 апреля 2023 г.

После переработки 28 мая 2023 г.

Принята к публикации 28 мая 2023 г.

Вычислен интерференционный вклад в оптический кондактанс (полное пропускание) образца неупорядоченной фарадеевской среды. Показано, что причиной подавления интерференции волн в магнитном поле являются акты рассеяния с переворотом спиральности. Магнитное поле не разрушает интерференцию волн с заданной спиральностью, но подавляет ее, если спиральность на различных участках траектории меняется. Это приводит к уменьшению интерференционного вклада в кондактанс с ростом магнитного поля. Аналогичное явление – отрицательное магнетосопротивление – известно как следствие слабой локализации электронов в металлах с примесями. Обнаружено, что с ростом магнитного поля изменение интерференционной поправки к оптическому кондактансу стремится к некоторому предельному значению, зависящему от отношения транспортной длины свободного пробега к длине рассеяния с переворотом спиральности. Обсуждается возможность управления с помощью поля переходом к режиму сильной “андерсоновской” локализации в квазиодномерном случае.

DOI: 10.31857/S1234567823130074, EDN: gbfzgg

1. Поиск оптических аналогов квантовых эффектов, наблюдаемых при транспорте электронов в твердотельных структурах, привлекает внимание на протяжении более тридцати лет [1–3]. Полученные в этом направлении результаты открывают новые возможности для манипуляции когерентными световыми полями [3] и важны для многих приложений, например, для создания элементов оптических устройств (фотопреобразователей [4], сенсоров, спектрометров [5, 6], случайных лазеров [7] и др.). В качестве примеров, иллюстрирующих аналогию между оптическими и квантовыми электронными явлениями, можно указать андерсоновскую локализацию света в случайных слоистых структурах [8, 9], оптические таммовские состояния в фотонных кристаллах [10], универсальные флуктуации оптического кондактанса [11, 12], фотонный аналог эффекта Ааронова–Бома [13, 14].

Хотя оптический кондактанс обсуждался в ряде теоретических и экспериментальных работ (см. [11, 12, 15]) в контексте изучения его флуктуаций в Q1D-системах (волноводах), вклад эффекта слабой локализации электромагнитных волн в кондактанс до сих пор не изучен. В отличие от электронов, для которых известны различные способы манипуляции интерференционным вкладом в кондактанс [16–18],

применительно к оптическому кондактансу этот вопрос не рассматривался. Эффект слабой локализации света обсуждался только в дифференциальном по углам коэффициенте отражения, где он проявляется как когерентное усиление обратного рассеяния (см., например, [2, 19, 20] и ссылки в них).

Эффект слабой локализации в металлах с примесями есть, как известно [2, 16–18], вследствие интерференции электронных волн, проходящих по обращенным во времени траекториям. Он проявляется, в частности, в виде отрицательного магнетосопротивления [2, 16–18] – уменьшения отрицательной интерференционной поправки к кондактансу с ростом магнитного поля. Случайный сдвиг фаз между интерферирующими электронными волнами в этом случае обусловлен эффектом Ааронова–Бома [2, 16]. Для световых волн, для которых влияние магнитного поля на интерференцию обусловлено эффектом Фарадея, ситуация иная. В отличие от электронов, магнитное поле вообще не приводит к разрушению интерференции волн, если их спиральность не меняется [21–23]. Механизм разрушения интерференции включается только из-за процесса деполяризации – рассеяния с переворотом спиральности. При интерференции волн с одинаковой спиральностью обусловленные магнитным полем фазовые сдвиги складываются, а с противоположной – сокращаются. Возникающий при многократном рассеянии случайный

¹⁾e-mail: gorodn@theor.mephi.ru

сдвиг фаз между волнами с одинаковой спиральностью приводит к подавлению интерференции.

В настоящей работе вычислена интерференционная поправка к оптическому кондактансу неупорядоченного образца фарадеевской среды. Расчеты проведены на основе системы уравнений диффузии для двух куперонных мод, описывающих интерференцию обращенных во времени волн с заданной спиральностью. Показано, что, как и в случае отрицательного магнетосопротивления металлов с примесями, с ростом магнитного поля интерференционный вклад в оптический кондактанс уменьшается. В пределе сильного магнитного поля возникает эффект “насыщения” – интерференционный вклад в оптический кондактанс достигает предельной величины, которая не зависит от напряженности поля и определяется отношением транспортной длины упругого рассеяния к длине затухания циркулярной поляризации. В случае волновода (Q1D геометрии) интерференционный вклад оказывается обратно пропорциональным напряженности поля и длине образца L . Это позволяет сделать вывод о критическом значении поля, препятствующем переходу к режиму сильной андерсоновской локализации с ростом L .

2. Рассмотрим прохождение электромагнитных волн через образец магнитоактивной среды с рассеивающими центрами. Предполагается, что его линейные размеры L_x, L_y, L значительно превышают транспортную длину упругого рассеяния, $L_x, L_y, L \gg l_{tr}$, и выполнено условие слабой локализации, $k_0 l_{tr} \gg 1$ (k_0 – волновое число). Число поперечных мод \mathcal{N} , в которых происходит распространение электромагнитных волн через образец, велико, $\mathcal{N} = k_0^2 \mathcal{A} / (4\pi) \gg 1$ ($\mathcal{A} = L_x L_y$ – площадь поперечного сечения образца) [12].

Согласно [2, 3, 15], кондактанс (полное пропускание) образца есть сумма коэффициентов прохождения T_{ab} , связывающих входные и выходные моды a и b , соответственно,

$$T = \sum_{a,b} T_{ba}. \quad (1)$$

В первом приближении по $1/(k_0 l_{tr})$ усредненный по расположению рассеивателей кондактанс $\langle T \rangle$ определяется лестничными диаграммами и равен [2, 3, 11]

$$\langle T \rangle = 2\mathcal{N}l_{tr}/L. \quad (2)$$

Множитель 2 в $\langle T \rangle$ учитывает две независимые поляризации волн, ортогональные линейные или две круговые по и против часовой стрелки. Интерференционный вклад $\langle \delta T \rangle$ в кондактанс описывается

диаграммой, содержащей одну вершину Хиками (см. рис. 1 и [2, 16–18]). Входящая в диаграмму средняя

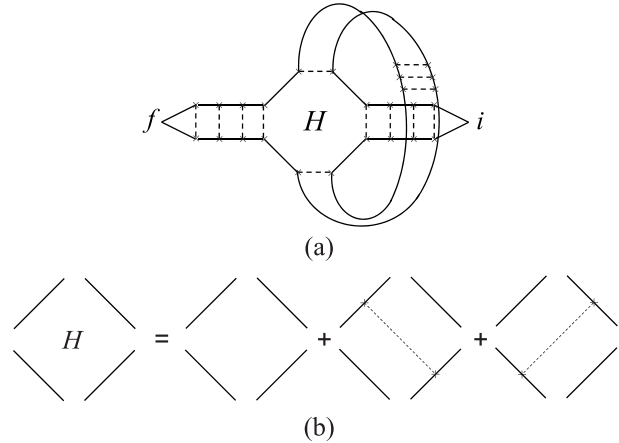


Рис. 1. (a) – Интерференционный вклад в кондактанс. (b) – Вершина Хиками [2]. Сплошные линии соответствуют средним функциям Грина в среде. Пунктирные линии обозначают рассеяние на неоднородностях среды. Входящий i и выходящий f лестничные пропагаторы содержат суммирование по модам

функция Грина $\langle G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \mathbf{h}) \rangle$ описывает распространение электромагнитных волн в магнито-активной среде между актами рассеяния и определяется выражением [22–26]

$$\langle G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \mathbf{h}) \rangle = \langle G_{scal}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \rangle \times \left[P_{ik}^{(+)}(\mathbf{n}) e^{-i\mathbf{h}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')/2} + P_{ik}^{(-)}(\mathbf{n}) e^{i\mathbf{h}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')/2} \right], \quad (3)$$

где $\langle G_{scal}(|\mathbf{r}|) \rangle$ – скалярная функция Грина [2], $\mathbf{n} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}')/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ и

$$P_{ik}^{(\pm)}(\mathbf{n}) = \frac{1}{2} \cdot (\delta_{ik} - n_i n_k \pm i e_{ikj} n_j) \quad (4)$$

– проекционные операторы на состояния поля с определенной спиральностью (e_{ikj} – антисимметричный тензор). Вектор \mathbf{h} в (3) пропорционален напряженности приложенного магнитного поля \mathbf{H} , $\mathbf{h} = 2V\mathbf{H}$ (V – постоянная Верде [27]).

При вычислении изображенной на рис. 1 диаграммы будем предполагать, что магнитное поле достаточно слабое, $hl \ll 1$ (l – длина свободного пробега, $l/l_{tr} = 1 - \langle \cos \vartheta \rangle$, $\langle \cos \vartheta \rangle$ – средний косинус угла однократного рассеяния), и набег фазы, обусловленный полем, происходит в результате многих актов рассеяния. В этом приближении можно пренебречь влиянием магнитного поля на амплитуду однократного рассеяния и не учитывать поле при вычислении вершины Хиками (см. рис. 1b). Диаграмму на рис. 1

можно вычислить, “перезамыкая” входящие пропагаторы в формуле для корреляционной функции флуктуаций интенсивности поляризованного света, полученной в [28, 29]. Возникающий в результате “внутренний” пропагатор (см. “петлю” на рис. 1а) описывает интерференцию волн, распространяющихся по обращенным во времени траекториям. Он определяется суммой максимально перекрестных диаграмм – купероном $\hat{C} = \langle G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'|\mathbf{h}) G_{jl}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1|\mathbf{h}) \rangle_C$. С помощью равенства $G_{jl}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1|\mathbf{h}) = G_{lj}^*(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1|-\mathbf{h})$ куперон можно свести к сумме лестничных диаграмм, в которых в одной из функций Грина переставлены поляризационные индексы и координаты, и направление магнитного поля заменено на противоположное (см. рис. 2 и [25, 26]),

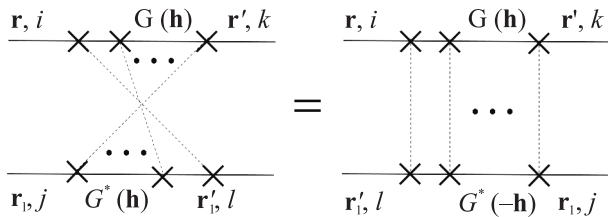


Рис. 2. Преобразование максимально перекрестных диаграмм к лестничным

$$\begin{aligned} & \langle G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'|\mathbf{h}) G_{jl}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1|\mathbf{h}) \rangle_C = \\ & = \langle G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'|\mathbf{h}) G_{lj}^*(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1|-\mathbf{h}) \rangle_L. \end{aligned} \quad (5)$$

В случае $L \gg l_{tr}$ при вычислении входящих и выходящих лестничных пропагаторов в диаграмме, показанной на рис. 1а, можно воспользоваться стандартным диффузионным приближением (см., например, [28, 29]). В результате для интерференционного вклада в кондактанс приходим к следующему выражению:

$$\begin{aligned} \langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle &= -\frac{4}{3} \frac{l_{tr}}{L^2} \times \\ & \times \int d\mathbf{r} \langle G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}|\mathbf{h}) G_{ki}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}|-\mathbf{h}) \rangle_L. \end{aligned} \quad (6)$$

Если в выражении (6) пренебречь векторной природой электромагнитного поля (т.е. считать, что функция Грина G_{ik} пропорциональна δ_{ik}), то из (6) получим известный результат [2, 16–18] для поправки к электронному кондактансу на слабую локализацию в магнитном поле.

3. При диффузии света через образец рассеивающей среды только интенсивность волн с заданной спиральностью может затухать на расстояниях, существенно превышающих транспортную длину упругого рассеяния l_{tr} [30–33]. Линейно поляризованные

волны всегда затухают на расстояниях, не превышающих l_{tr} [30–33]. В связи с этим при вычислении куперона в диффузионном приближении учтем только медленно затухающие циркулярно поляризованные моды.

При $k_0 l \gg 1$ последовательные акты рассеяния происходят в волновой зоне, и входящий в (6) коррелятор $\langle G_{ik}(\mathbf{h}) G_{lj}^*(-\mathbf{h}) \rangle_L$ можно записать в представлении Вигнера следующим образом:

$$\begin{aligned} & \langle G_{ik}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'|\mathbf{h}) G_{lj}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1|-\mathbf{h}) \rangle_L = \\ & \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1)-i\mathbf{k}'(\mathbf{r}'-\mathbf{r}'_1)} \frac{\delta(k-k_0)}{k^2} \frac{\delta(k'-k_0)}{k'^2} \\ & \Gamma_{il,kj} \left(\frac{\mathbf{r}+\mathbf{r}_1}{2}, \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}}{k_0} \middle| \frac{\mathbf{r}'+\mathbf{r}'_1}{2}, \mathbf{n}' = \frac{\mathbf{k}'}{k_0} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где пропагатор $\Gamma_{il,kj}(\mathbf{r}, \mathbf{n}|\mathbf{r}', \mathbf{n}')$ подчиняется транспортному уравнению (см. рис. 3 и [23, 24]), которое аналогично уравнению переноса электромагнитных волн. При переходе из лабораторной системы отсчета в сопутствующую матрица $\Gamma_{il,kj}$ преобразуется как

$$\begin{aligned} \Gamma_{il,kj}(\mathbf{R}, \mathbf{n}|\mathbf{R}', \mathbf{n}') &= \sum_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} e_i^{(\alpha)}(\mathbf{n}) \left(e_l^{(\beta)}(\mathbf{n}) \right)^* \\ & \Gamma_{\alpha\beta, \gamma\delta}(\mathbf{R}, \mathbf{n}|\mathbf{R}', \mathbf{n}') e_k^{(\gamma)}(\mathbf{n}') \left(e_j^{(\delta)}(\mathbf{n}') \right)^*, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ принимают значения ± 1 . Тройка векторов $\mathbf{n} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$ и $\mathbf{e}^{(\pm)}(\mathbf{n}) = (\partial \mathbf{n} / \partial \theta \mp i[\mathbf{n} \times \partial \mathbf{n} / \partial \theta]) / \sqrt{2}$ образуют циркулярный базис (см., например, [34]).

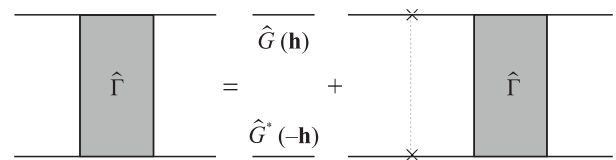


Рис. 3. Интегральное транспортное уравнение для пропагатора $\Gamma_{il,kj}$

Для того, чтобы перейти к приближению, в котором остаются только циркулярно поляризованные моды, в сумме (8) нужно сохранить слагаемые с $\alpha = \beta$ и $\gamma = \delta$. Тогда вместо (8) получаем [23]

$$\begin{aligned} \Gamma_{il,kj}(\mathbf{r}, \mathbf{n}|\mathbf{r}', \mathbf{n}') &= \\ & = \sum_{\alpha, \beta} P_{il}^{(\alpha)}(\mathbf{n}) \Gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{n}|\mathbf{r}', \mathbf{n}') P_{jk}^{(\beta)}(\mathbf{n}'), \end{aligned} \quad (9)$$

где $P_{il}^{(\alpha)}(\mathbf{n}) = e_i^{(\alpha)}(\mathbf{n}) \left(e_l^{(\alpha)}(\mathbf{n}) \right)^*$ – проекционные

операторы (4). Комбинируя формулы (6) и (9), для величины $\langle \delta T \rangle$ приходим к выражению

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle = -\frac{4}{3} \frac{l_{tr}}{L^2} \cdot \sum_{\alpha} \left[\int d\mathbf{r} \Gamma_{\alpha\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \right], \quad (10)$$

где $\Gamma_{\alpha\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int d\mathbf{n} \int d\mathbf{n}' \Gamma_{\alpha\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}')$ – пропагатор плотности.

Если в исходном интегральном транспортном уравнении (см. рис. 3) для пропагатора $\Gamma_{il,kj}(\mathbf{r}, \mathbf{n} | \mathbf{r}', \mathbf{n}')$ перейти к представлению (9) и воспользоваться диффузионным приближением, то для пропагатора плотности $\Gamma_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ получим систему диффузионных уравнений [23]

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{D}}_-^2 + \zeta^2 & -\zeta^2 - \chi \hat{\mathbf{D}}_+ \hat{\mathbf{D}}_- \\ -\zeta^2 - \chi \hat{\mathbf{D}}_+ \hat{\mathbf{D}}_- & \hat{\mathbf{D}}_+^2 + \zeta^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Gamma_{++}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & \Gamma_{+-}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ \Gamma_{-+}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & \Gamma_{--}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \end{pmatrix} = 3n_0\sigma_{tr}(1-\chi) \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где $\hat{\mathbf{D}}_{\pm} = -i\nabla \pm \mathbf{h}$,

$$\zeta^2 = 3n_0^2\sigma_{dep}(\sigma_{tr}^{(2)} + \sigma_{dep}) \cdot \frac{\sigma_{tr}}{\sigma_{tr} + \sigma_{tr}^{(2)} + \sigma_{dep}}, \quad (12)$$

$$\chi = \frac{\sigma_{tr} - \sigma_{tr}^{(2)} - \sigma_{dep}}{\sigma_{tr} + \sigma_{tr}^{(2)} + \sigma_{dep}}, \quad (13)$$

n_0 – число рассеивателей в единице объема, $\sigma_{tr} = \int d\mathbf{n}' (1 - (\mathbf{nn}'))a_1(\mathbf{nn}')$ и $\sigma_{tr}^{(2)} = \int d\mathbf{n}' (1 - (\mathbf{nn}'))a_2(\mathbf{nn}')$ – транспортные сечения рассеяния для интенсивности и четвертого параметра Стокса, $a_1(\mathbf{nn}')$ и $a_2(\mathbf{nn}')$ – диагональные элементы матрицы однократного рассеяния [34], $\sigma_{dep} = \int d\mathbf{n}' (a_1(\mathbf{nn}') - a_2(\mathbf{nn}'))$ – сечение рассеяния с переворотом спиральности [30, 32].

В отсутствие магнитного поля величины $\Gamma_{\pm\pm}$ и $\Gamma_{\pm\mp}$ могут быть выражены через интенсивность I и четвертый параметр Стокса V как $\Gamma_{++} = \Gamma_{--} = (I + V)/2$, $\Gamma_{+-} = \Gamma_{-+} = (I - V)/2$. В этом случае уравнение (11) сводится к двум независимым уравнениям диффузии для I и V [35].

В условиях медленного затухания циркулярной поляризации [30–32, 36] разница между $a_1(\mathbf{nn}')$ и $a_2(\mathbf{nn}')$ мала и, как следствие, $\sigma_{dep} \ll \sigma_{tr}$ и $\sigma_{tr} - \sigma_{tr}^{(2)} \ll \sigma_{tr}$. Параметр χ (13) также мал, $\chi \ll 1$. При сильной деполяризации, $\sigma_{tr} \sim \sigma_{dep}$, значение χ увеличивается. Например, в условиях рэлеевского рассеяния $\chi = 1/3$ [23], при рассеянии на Ми-частицах в

окрестности второй точки Керкера [36] $\chi = 1/2$. Согласно расчетам входящих в (12), (13) величин [37], при сильно деполяризующем рассеянии на коррелированных Ми-частицах параметр χ достигает значения $0.6 \div 0.7$.

4. Вычислим интерференционную поправку $\langle \delta T \rangle$ к кондактансу плоского слоя. Предполагаем, что $L_x, L_y \gg L \gg l_{tr}$, $l_{tr} = (n_0\sigma_{tr})^{-1}$. В случае относительно сильного магнитного поля, но в условиях применимости приближения диффузии, $1/L \ll h \ll 1/l_{tr}$, при вычислении пропагатора плотности $\Gamma_{\alpha\alpha}$ можно считать среду неограниченной. В этой ситуации

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle = -\frac{4\langle T \rangle}{\pi k_0^2 l_{tr}} \int_0^{\infty} Q^2 dQ \left[\frac{(1-\chi)(Q^2 + h^2 + \zeta^2)}{2Qh \cdot \Phi(Q)} \ln \frac{\Phi(Q) + 2Qh}{\Phi(Q) - 2Qh} - \left(\frac{1}{Q^2} + \frac{(1-\chi)}{(1+\chi)Q^2 + 2\zeta^2} \right) \right], \quad (14)$$

где $\langle T \rangle$ – оптический кондактанс (2),

$$\Phi(Q) = [(Q^2 + h^2)(Q^2 + h^2 + 2\zeta^2) - \chi(Q^2 - h^2)(\chi(Q^2 - h^2) + 2\zeta^2)]^{1/2}. \quad (15)$$

Выражение (14) определяет зависимость интерференционной поправки к кондактансу от магнитного поля. Как известно [2, 16, 18], сама интерференционная поправка в 3D случае расходится (каждый из вкладов в формуле (14) является расходящейся величиной). Наблюдаемым является изменение интерференционной поправки в зависимости от фактора, разрушающего интерференцию.

В условиях эффекта сохранения циркулярной поляризации, $\sigma_{dep} \ll \sigma_{tr}$ (в этом случае параметр χ также мал, $\chi \ll 1$), в зависимости $\langle \delta T \rangle$ от \mathbf{h} можно выделить два участка. При $h \ll n_0\sqrt{\sigma_{tr}\sigma_{dep}}$ величина $\langle \delta T \rangle$ линейно меняется с магнитным полем h ,

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle = \frac{2\langle T \rangle}{(k_0 l_{tr})^2} (h l_{tr}). \quad (16)$$

Согласно (14)–(16), в случае $h \gg 1/L$ интерференционный вклад δT не зависит от направления поля. Ориентационная зависимость проявляется только при $h \leq 1/L$, когда важны эффекты, обусловленные ограниченностью образца. Однако влияние поля на изменение интерференционной поправки в этом случае незначительно.

При $h \geq n_0 \sqrt{\sigma_{tr} \sigma_{dep}}$ интерференционный вклад $\langle \delta T \rangle$ выходит на плато (см. рис. 4) и стремится к

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle = \frac{2}{\sqrt{2} + 1} \frac{\langle T \rangle}{(k_0 l_{tr})^2} \sqrt{\frac{3\sigma_{dep}}{\sigma_{tr}}}. \quad (17)$$

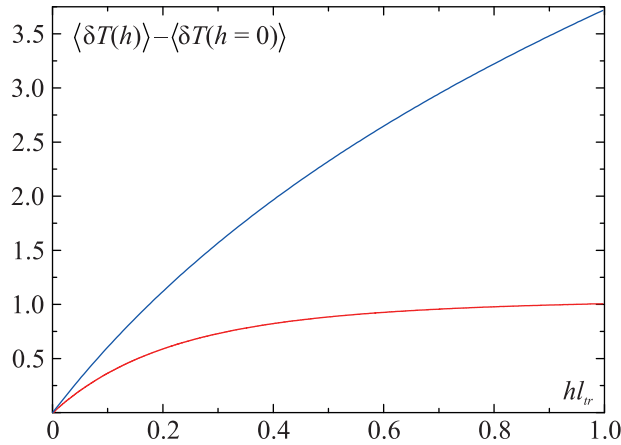


Рис. 4. (Цветной онлайн) Изменение интерференционного вклада $\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle$ в оптический кондактанс с ростом магнитного поля в условиях эффекта медленного затухания циркулярной поляризации ($\chi = 0$, $\sigma_{tr}/\sigma_{dep} = 10$, нижняя кривая) и в его отсутствие (рэлеевские рассеиватели, $\chi = 1/3$, $\sigma_{tr}/\sigma_{dep} = 1$, верхняя кривая)

В отсутствие эффекта сохранения циркулярной поляризации, $\sigma_{dep} \sim \sigma_{tr}$ (например, для рэлеевского рассеяния $\chi = 1/3$ и $\sigma_{dep} = \sigma_{tr}$), наклон в линейной зависимости $\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle$ от h при $h \ll 1/l_{tr}$ увеличивается, а выход на плато сдвигается в область больших $h \sim 1/l_{tr}$, где диффузионное описание теряет свою применимость (см. рис. 4).

Выход на плато зависимости $\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle - \langle \delta T(\mathbf{h} = 0) \rangle$ от магнитного поля можно объяснить уменьшением вероятности деполяризующих столкновений на длине h^{-1} с ростом поля. В сильном поле, $h \gg \zeta$, при медленном затухании циркулярной поляризации, $\chi \ll 1$, недиагональными элементами в системе уравнений (11) можно пренебречь, и тогда (11) сводится к двум независимым уравнениям

$$\left\{ \left(\frac{1}{i} \nabla \pm \mathbf{h} \right)^2 + \zeta^2 \right\} \Gamma_{\pm\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 3n_0 \sigma_{tr} (1 - \chi) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (18)$$

Преобразованием

$$\Gamma_{\pm\pm}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \Gamma_{scal}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') e^{\mp i \mathbf{h}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')} \quad (19)$$

магнитное поле исключается из уравнения (18). При совпадающих аргументах из (19) следует равенство $\Gamma_{\pm\pm}(\mathbf{r} = \mathbf{r}') = \Gamma_{scal}(\mathbf{r} = \mathbf{r}')$, и интерференционный вклад в кондактанс (6) оказывается независимым от магнитного поля. Входящая в (19) величина — скалярный куперон $\Gamma_{scal}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ — удовлетворяет диффузионному уравнению с коэффициентом затухания ζ , который описывает рассеяние с переворотом спиральности.

5. При распространении света в волноводе, $L_x, L_y \ll L$ (Q1D-геометрия), ситуация меняется. В этом случае, если не рассматривать волновод со специально подобранным поперечным профилем показателя преломления, эффект сохранения циркулярной поляризации подавляется. При каждом отражении от боковых границ волновода знак циркулярной поляризации меняется на противоположный [38]. В этой ситуации основной вклад в интерференционную поправку (10) будет давать выживающая при больших L линейная комбинация элементов $\Gamma_{\pm\pm} + \Gamma_{\pm\mp}$, которая в отсутствие магнитного поля соответствует скалярной моде — интенсивности. Разность $\Gamma_{\pm\pm} - \Gamma_{\pm\mp}$ затухает на масштабах L_x, L_y и оказывается малой величиной. Поэтому в первом приближении можно считать, что все элементы $\Gamma_{\alpha\beta}$ равны друг другу, $\Gamma_{\alpha\beta} = \Gamma$, и подчиняются уравнению

$$\left[\nabla^2 - \frac{1 + \chi}{1 - \chi} \cdot h^2 \right] \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{3}{2} n_0 \sigma_{tr} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (20)$$

с граничными условиями

$$\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{z=0, L} = 0, \quad (21)$$

на входном и выходном сечениях волновода и

$$\frac{\partial}{\partial x} \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Big|_{x=\pm L_x/2} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Big|_{y=\pm L_y/2} = 0 \quad (22)$$

на боковых поверхностях волновода.

Решение уравнения (20) можно искать в виде разложения по собственным модам $\cos q_{xn}x \cos q_{ym}y$, где $q_{xn} = (2\pi n/L_x)$, $q_{ym} = (2\pi m/L_y)$ ($n, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Тогда формула (10) преобразуется следующим образом:

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle = -\frac{8}{3} \frac{l_{tr}}{L^2} \left[\sum_{\mathbf{q}} \int_0^L dz \Gamma(z, z|\mathbf{q}) \right], \quad (23)$$

где $\Gamma(z, z|\mathbf{q})$ — коэффициенты разложения величины $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ по собственным поперечным модам волново-

да. Согласно (20) и (21), они определяются следующим выражением

$$\Gamma(z, z|\mathbf{q}) = \frac{3}{4\gamma l_{tr}} \frac{\text{sh}\gamma z \cdot \text{sh}(\gamma(L-z))}{\text{sh}\gamma L}. \quad (24)$$

где

$$\gamma^2 = \mathbf{q}^2 + \tilde{h}^2, \quad \tilde{h} = \sqrt{\frac{1+\chi}{1-\chi}} \cdot h \quad (25)$$

В Q1D геометрии ($L \gg L_x, L_y$) мода с $\mathbf{q} = 0$ характеризуется наименьшим затуханием. Оставляя в (23) только слагаемое с $\mathbf{q} = 0$, для интерференционного вклада в кондактанс получаем

$$\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle = -\frac{1}{(\tilde{h}L)} \left[\text{cth}(\tilde{h}L) - \frac{1}{\tilde{h}L} \right]. \quad (26)$$

Зависимость $\langle \delta T \rangle$ от магнитного поля проиллюстрирована на рис. 5.

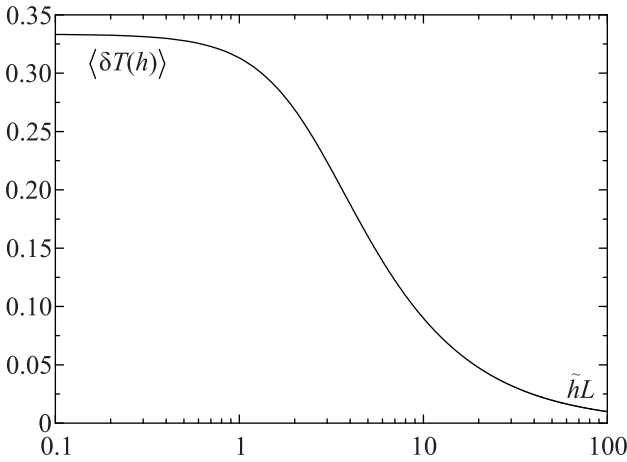


Рис. 5. Интерференционный вклад $\langle \delta T(\mathbf{h}) \rangle$ в оптический кондактанс Q1D-образца как функция магнитного поля

В пределе $h = 0$ из (26) следует известный результат [39] для интерференционного вклада в кондактанс скалярных волн $\langle \delta T \rangle = -1/3$. При больших h величина $\langle \delta T \rangle$ убывает как $-1/\tilde{h}L$. Качественно изменение $\langle \delta T \rangle$ с ростом поля напоминает поведение интерференционной поправки к электронному кондактансу [17, 16], однако соответствующие функциональные зависимости различаются.

6. Проанализируем, как меняется интерференционный вклад в оптический кондактанс в зависимости от отношения $\sigma_{\text{dep}}/\sigma_{tr}$ и напряженности магнитного поля.

В отсутствие магнитного поля ($h = 0$) интерференционная поправка $\langle \delta T \rangle$ к кондактансу в случае, когда вообще нет деполяризации (т.е., нет перемешивания поляризаций из-за рассеяния, и в (6)

$\langle G_{ik}G_{ki}^* \rangle = 2I$ [35], где I – интенсивность), была бы равна $2\langle \delta T^{(sc)} \rangle$, где $\langle \delta T^{(sc)} \rangle < 0$ – соответствующий результат в приближении скалярных волн. В условиях редких столкновений с изменением спиральности ($\sigma_{\text{dep}} \ll \sigma_{tr}$) интерференционный вклад в оптический кондактанс приобретает дополнительное слагаемое

$$\langle \delta T \rangle = 2\langle \delta T^{(sc)} \rangle + \frac{2\langle T \rangle}{(k_0 l_{tr})^2} \sqrt{\frac{3\sigma_{\text{dep}}}{\sigma_{tr}}}. \quad (27)$$

Соотношение (27) определяется вторым слагаемым выражения (14). В случае сильной деполяризации волн, когда изменение спиральности происходит при каждом рассеянии, $\langle \delta T \rangle = \langle \delta T^{(sc)} \rangle$ (это следует непосредственно из формулы (6) при $\langle G_{ik}G_{ki}^* \rangle = I$ [35]).

Если не было бы рассеяния волн с изменением спиральности, то при наложении магнитного поля интерференционный вклад в оптический кондактанс остался бы неизменным, $\langle \delta T \rangle = 2\langle \delta T^{(sc)} \rangle$ (см. (14)). Деполяризация включает влияние магнитного поля на величину $\langle \delta T \rangle$. В условиях медленной деполяризации ($\sigma_{\text{dep}} \ll \sigma_{tr}$) изменение интерференционного вклада с магнитным полем описывается выражениями (16)–(17), и при $h \gg n_0 \sqrt{\sigma_{\text{dep}} \sigma_{tr}}$ величина $\langle \delta T \rangle$ стремится к значению

$$\langle \delta T \rangle = 2\langle \delta T^{(sc)} \rangle + \frac{2\langle T \rangle}{(k_0 l_{tr})^2} \sqrt{\frac{6\sigma_{\text{dep}}}{\sigma_{tr}}}, \quad (28)$$

т.е., отличие $\langle \delta T \rangle$ от $2\langle \delta T^{(sc)} \rangle$ меняется при изменении поля h от нуля до больших значений приблизительно в полтора раза.

При сильной деполяризации интерференционный вклад в кондактанс с ростом напряженности магнитного поля стремится к нулю. В условиях диффузии волн через Q1D-образец (волновод) реализуется именно этот случай.

Следует отметить, что в Q1D-случае магнитное поле позволяет управлять переходом к режиму андерсоновской локализации света в длинном, $L \sim \sim l_{\text{loc}} = \mathcal{N}l_{tr}$ [39], волноводе. Поскольку $\langle T \rangle$ и $\langle \delta T \rangle$ убывают с ростом L как $1/L$ (см. (2) и (26)), то переход к режиму андерсоновской локализации нарушается при $\tilde{h} > h_c \sim 1/\mathcal{N}l_{tr}$. В многомодовом оптоволокне ($\mathcal{N} \gg 1$) критическое значение магнитного поля h_c оказывается намного меньше, чем то, которое приводит к заметному эффекту в когерентном обратном рассеянии от фарадеевской среды [21, 23]. При транспорте электронов в Q1D-системах (проводах) наблюдать подобный эффект трудно, поскольку при увеличении L происходит разрушение когерентности электронных волн из-за неупругих взаимодействий, температуры и других факторов [17, 18].

Авторы благодарят В. В. Маринюка за полезное обсуждение рассмотренных в статье вопросов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (договор # 075-15-2021-1361 от 07.10.2021).

1. *Analogies in Optics and Microelectronics*, ed. by W. van Haeringen and D. Lenstra, Kluwer, Dordrecht (1990).
2. E. Akkermans and G. Montambaux, *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons*, University Press, Cambridge (2007).
3. S. Rotter and S. Gigan, *Rev. Mod. Phys.* **89**, 015005 (2017).
4. O. L. Muskens, J. G. Rivas, R. E. Algra, E. P. A. M. Bakkers, and A. Lagendijk, *Nano Lett.* **8**, 2638 (2008).
5. B. Redding, S. F. Liew, R. Sarma, and H. Cao, *Nat. Photonics* **7**, 746 (2013).
6. B. Redding, S. M. Popoff, and H. Cao, *Opt. Express* **21**, 6584 (2013).
7. N. Bachelard, S. Gigan, X. Noblin, and P. Sebbah, *Nat. Phys.* **10**, 426 (2014).
8. K. Y. Bliokh, S. A. Gredeskul, P. Rajan, I. V. Shadrivov, and Y. S. Kivshar, *Phys. Rev. B* **85**, 014205 (2012).
9. L. Schertel, O. Irtenskauf, C. M. Aegerter, G. Maret, and G. J. Aubry, *Phys. Rev. A* **100**, 043818 (2019).
10. T. Goto, A. V. Dorofeenko, A. M. Merzlikin, A. V. Baryshev, A. P. Vinogradov, M. Inoue, A. A. Lisyansky, and A. B. Granovsky, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 113902 (2008).
11. F. Scheffold and G. Maret, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5800 (1998).
12. A. A. Chabanov, N. P. Trégourès, B. A. van Tiggelen, and A. Z. Genack, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 173901 (2004).
13. K. Fang, Z. Yu, and S. Fan, *Phys. Rev. B* **87**, 060301(R) (2013).
14. F. Yang and Y. Li, *Phys. Rev. B* **94**, 165439 (2016).
15. M. C. W. van Rossum and T. M. Nieuwenhuizen, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 313 (1999).
16. B. L. Altshuler, A. G. Aronov, D. E. Khmel'nitskii, and A. I. Larkin, *Quantum Theory of Solids*, Mir, Moscow (1982), p. 130.
17. G. Bergmann, *Phys. Rep.* **107**, 1 (1984).
18. P. A. Lee and T. V. Ramakrishnan, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 287 (1985).
19. Y. Bromberg, B. Redding, S. M. Popoff, and H. Cao, *Phys. Rev. A* **93**, 023826 (2016).
20. M. Estakhri, N. M. Estakhri, and T. B. Norris, doi.org/10.1038/s41598-022-25465-y (2022).
21. R. Lenke, R. Lehner, and G. Maret, *Europhys. Lett.* **52**, 620 (2000).
22. E. E. Gorodnichev and D. B. Rogozkin, *J. Phys.: Conf. Ser.* **1686**, 012024 (2020).
23. E. E. Gorodnichev, K. A. Kondratiev, and D. B. Rogozkin, *Phys. Rev. B* **105**, 104208 (2022).
24. A. A. Голубенцев, *Изв. ВУЗов. Радиофизика* **27**, 734 (1984) [A. A. Golubentsev, *Quantum Electron.* **27**, 506 (1984)].
25. A. A. Голубенцев, *ЖЭТФ* **86**, 47 (1984) [A. A. Golubentsev, *Sov. Phys. JETP* **59**, 26 (1984)].
26. F. C. MacKintosh and S. John, *Phys. Rev. B* **37**, 1884 (1988).
27. A. K. Zvezdin and V. A. Kotov, *Modern magneto-optics and magneto-optical materials*, Taylor & Francis Group, N.Y. (1997), p. 404.
28. Е. Е. Городничев, А. И. Кузовлев, Д. Б. Рогозкин, *Письма в ЖЭТФ* **89**, 649 (2009) [E. E. Gorodnichev, A. I. Kuzovlev, D. B. Rogozkin, *JETP Lett.* **89**, 547 (2009)].
29. E. E. Gorodnichev, A. I. Kuzovlev, and D. B. Rogozkin, *JOSA A* **33**, 95 (2016).
30. F. C. MacKintosh, J. X. Zhu, D. J. Pine, and D. A. Weitz, *Phys. Rev. B* **40**, 9342 (1989).
31. D. Bicoût, C. Brosseau, A. S. Martinez, and J. M. Schmitt, *Phys. Rev. E* **49**, 1767 (1994).
32. Е. Е. Городничев, А. И. Кузовлев, Д. Б. Рогозкин, *Письма в ЖЭТФ* **68**, 21 (1998) [E. E. Gorodnichev, A. I. Kuzovlev, D. B. Rogozkin, *JETP Lett.* **68**, 22 (1998)].
33. E. E. Gorodnichev, A. I. Kuzovlev, and D. B. Rogozkin, *Phys. Rev. E* **90**, 043205 (2014).
34. M. I. Mishchenko, *Electromagnetic Scattering by Particles and Particle Groups*, Cambridge University Press, Cambridge (2014).
35. Е. Е. Городничев, А. И. Кузовлев, Д. Б. Рогозкин, *ЖЭТФ* **133**, 839 (2008) [E. E. Gorodnichev, A. I. Kuzovlev, and D. B. Rogozkin, *JETP* **106**, 731 (2008)].
36. Е. Е. Городничев, А. И. Кузовлев, Д. Б. Рогозкин, *Письма в ЖЭТФ* **104**, 155 (2016) [E. E. Gorodnichev, A. I. Kuzovlev, D. B. Rogozkin, *JETP Lett.* **104**, 157 (2016)].
37. R. Lenke, C. Eisenmann, D. Reinke, and G. Maret, *Phys. Rev. E* **66**, 056610 (2002).
38. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, М. (1982) [L. D. Landau, L. P. Pitaevskii, E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*, vol. 8 in *Course of Theoretical Physics*, Second Edition, Elsevier (1984)].
39. C. W. J. Beenakker, *Rev. Mod. Phys.* **69**, 731 (1997).