Письма в ЖЭТФ, том 118, вып. 2, с. 73 – 76

Влияние квантовой декогеренции на коллективные осцилляции нейтрино

А. А. Пуртова[1)], *К. Л. Станкевич*[1)], *А. И. Студеникин*[1)]

Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 31 мая 2023 г.
После переработки 9 июня 2023 г.
Принята к публикации 20 июня 2023 г.

Изучено влияние квантовой декогеренции массовых нейтринных состояний на коллективные осцилляции нейтрино для случая трех флейворов. При исследовании использовался метод, основанный на анализе уравнения Линдблада на устойчивость, при этом гамильтониан эволюции нейтрино включал в себя эффекты самодействия. Получены новые аналитические условия возникновения коллективных осцилляций нейтрино при взрыве сверхновой, которые учитывают эффект квантовой декогеренции нейтрино.

DOI: 10.31857/S123456782314001X, EDN: gxnxdj

Как известно, существует три флейвора нейтрино (электронное ν_e, мюонное ν_μ и тау-нейтрино ν_τ) и три массивных нейтрино (ν_1, ν_2, ν_3). Каждое флейворное нейтрино является суперпозицией массовых состояний нейтрино, и в результате при распространении возникают флейворные осцилляции нейтрино как в вакууме, так и в среде. Однако, за счет взаимодействия нейтрино со средой суперпозиция массовых нейтринных состояний может быть нарушена, что приводит к подавлению флейворных осцилляций нейтрино. Данное явление носит название квантовой декогеренции нейтрино.

Квантовая декогеренция нейтрино может возникать за счет взаимодействия с внешней средой как в рамках минимально расширенной Стандартной модели, так и за ее пределами. Ранее в литературе было показано, что источником квантовой декогеренции нейтрино может быть взаимодействие нейтрино с флуктуирующей внешней средой и флуктуирующим магнитным полем [1–3], а также взаимодействие с флуктуирующим гравитационным полем [4]. В работах [5–9] были параллельно разработаны два квантово-полевых подхода к описанию квантовой декогеренции нейтрино. Так, в [5–7] было показано, что квантовая декогеренция массовых состояний нейтрино может возникать за счет процессов распада нейтрино на более легкое нейтринное состояние и безмассовую частицу, а также за счет обратного процесса поглощения безмассовой частицы.

[1)]e-mail: finollari@gmail.com; kl.stankevich@physics.msu.ru; studenik@srd.sinp.msu.ru

Во всех указанных статьях эволюция нейтрино описывается уравнением, которое по структуре является уравнением Линдблада [10, 11], вне зависимости от подхода описания и механизма возникновения квантовой декогеренции нейтрино. В данной работе мы исследуем влияние квантовой декогеренции массовых состояний нейтрино на коллективные осцилляции [12]. Рассматривая эволюцию нейтрино с помощью уравнения Линдблада, нами было показано, что квантовая декогеренция может выступать в качестве подавляющего фактора для коллективных осцилляций нейтрино. Ранее это было сделано нами для случая двух флейворов нейтрино в работе [13]. Здесь мы обобщаем результаты на случай нейтрино трех флейворов. Важность рассмотрения трех поколений нейтрино обусловлена тем, что коллективные осцилляции нейтрино возникают (и могут быть теоретически описаны) в случае как прямой, так и обратной иерархии масс нейтрино. В случае же двух поколений нейтрино коллективные осцилляции возникают только для обратной иерархии (см., например, [14]). Также в случае двух поколений нейтрино невозможно ввести дираковскую CP-нарушающую фазу [15].

Стоит отметить, что квантовая декогеренция нейтрино с использованием уравнения Линдблада активно исследуется в потоках нейтрино от земных источников [16–20] и от солнца [21].

Рассмотрим флейворные осцилляции нейтрино с учетом нейтрино-нейтринного взаимодействия и квантовой декогеренции массовых состояний нейтрино в случае трех флейворов. Исследование будет вестись с помощью метода анализа на устойчивость уравнения эволюции [22–26], который позволяет получить численные оценки исследуемого эффекта в реальных астрофизических условиях.

Для описания эволюции нейтрино (антинейтрино) рассмотрим матрицу плотности $\rho(t)$ ($\bar{\rho}(t)$), которая подчиняется уравнению Линдблада:

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = -i[H, \rho(t)] + D[\rho(t)], \tag{1}$$

$$\frac{d\bar{\rho}(t)}{dt} = -i[\bar{H}, \bar{\rho}(t)] + D[\bar{\rho}(t)], \tag{2}$$

где $H = H_v + H_m + H_{\nu\nu}$ – полный гамильтониан нейтрино, который учитывает вакуумный вклад H_v, взаимодействие с внешней средой (электронами, нейтронами и протонами) H_m и нейтрино-нейтринное самодействие $H_{\nu\nu}$. Уравнения эволюции (1) и (2) записаны во флейворном базисе (второе уравнение описывает эволюцию антинейтрино). Отметим, что гамильтонианы нейтрино-нейтринного взаимодействия $H_{\nu\nu}$ и $\bar{H}_{\nu\nu}$ зависят от матриц плотности $\rho(t)$ и $\bar{\rho}(t)$ (см., например, обзор [12]).

Диссипатор $D[\rho]$ отвечает за эффекты квантовой декогеренции нейтринных состояний и определяется выражением следующего вида:

$$D[\rho] = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N^2-1}\left[V_k, \rho V_k^\dagger\right] + \left[V_k\rho, V_k^\dagger\right], \tag{3}$$

где V_k – диссипативные операторы, связанные со взаимодействием нейтрино как подсистемы и окружающей его среды, N – размерность пространства соответствующих матриц плотности, на которые действуют данные операторы (в двухфлейворном приближении $N = 2$, в трехфлейворном приближении $N = 3$).

Для наших целей удобно переписать уравнения (1) и (2), используя разложение операторов по базисным матрицам SU(3). Каждый оператор можно записать с помощью разложения по матрицам Гелл–Манна (F^μ): $O = a_\mu F^\mu$. Тогда, с учетом разложения операторов, уравнения эволюции для нейтрино и антинейтрино представимы в виде:

$$\frac{\partial P_k(t)}{\partial t}F_k = 2\epsilon_{ijk}H_iP_j(t)F_k + D_{kl}P_l(t)F_k, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \bar{P}_k(t)}{\partial t}F_k = 2\epsilon_{ijk}\bar{H}_i\bar{P}_j(t)F_k + D_{kl}\bar{P}_l(t)F_k, \tag{5}$$

где P_k ($\bar{P}_k$) и H_i ($\bar{H}_i$) – коэффициенты разложения матрицы плотности нейтрино (антинейтрино) и гамильтонианов по матрицам Гелл–Манна, ϵ_{ijk} – структурные константы алгебры su(3) (обобщенные символы Леви–Чивиты):

$$\begin{gathered}\epsilon_{123} = 1, \quad \epsilon_{458} = \epsilon_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \epsilon_{147} = \epsilon_{165} = \epsilon_{246} = \epsilon_{257} = \epsilon_{345} = \epsilon_{376} = \frac{1}{2}.\end{gathered} \tag{6}$$

Матрица D_{kl} в эффективном массовом базисе по построению должна быть симметричной и положительно определенной матрицей, так как $V_k = V_k^\dagger$ [16] (это условие обеспечивает неубывание энтропии фон Неймана открытой системы). Для сохранения полной вероятности недиагональные элементы необходимо занулить: $D_{\mu 0} = D_{0\nu} = 0$.

Коллективные осцилляции нейтрино возникают в сверхплотных астрофизических средах, в которых эффективный массовый базис практически совпадает с флейворным. В этом случае можно считать, что матрица D_{kl} в флейворном и эффективном массовом базисах совпадает. В результате матрица (D_{kl}) в общем виде представима следующим образом:

$$(D_{kl}) = -diag\{\Gamma_{21}, \Gamma_{21}, \Gamma_{11}, \Gamma_{31}, \Gamma_{31}, \Gamma_{32}, \Gamma_{32}, \Gamma_{22}\}. \tag{7}$$

Отметим, что если энергия нейтрино сохраняется при распространении нейтрино, т.е. $[V_k, H] = 0$, то зануляются параметры $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} = 0$ [18].

Предположим, что в некоторый начальный момент времени система находилась в стационарном состоянии $\rho^0 = \rho(t = t_0)$ и тогда:

$$[H^0, \rho^0] = 0, \tag{8}$$

где $H^0 = H(\rho^0)$. В этом случае существует такой базис, в котором матрицы ρ^0 и H^0 диагональны:

$$H^0 = \begin{pmatrix} H_{11}^0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{22}^0 & 0 \\ 0 & 0 & H_{33}^0 \end{pmatrix}, \tag{9}$$

$$\rho^0 = \begin{pmatrix} \rho_{11}^0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{22}^0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{33}^0 \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Коэффициенты их разложения по матрицам Гелл–Манна имеют следующий вид:

$$\begin{gathered}(H_k^0) = \left(0, 0, H_3^0, 0, 0, 0, 0, H_8^0\right)^T, \\ (P_k^0) = \left(0, 0, P_3^0, 0, 0, 0, 0, P_8^0\right)^T.\end{gathered} \tag{11}$$

Аналогичные формулы получаются и для случая антинейтрино.

Определив начальные условия, перейдем к анализу на устойчивость уравнений эволюции (4) и (5). Предполагаем малые зависящие от времени изменения амплитуд $\delta\rho$ и δH матрицы плотности и гамильтониана относительно их начальных значений ρ^0 и H^0:

$$P_k = P_k^0 + \delta P_k, \text{где } \delta P_k = P_k' e^{-i\omega t} + \text{э.с.}, \tag{12}$$

$$H_i = H_i^0 + \delta H_i, \text{где } \delta H_i = H_i' e^{-i\omega t} + \text{э.с.}, \tag{13}$$

где P_k' и H_i' – вариационные амплитуды, а ω обозначает частоты возбужденных мод около начального положения. Элементы гамильтониана системы H_{ij} зависят от матриц плотности нейтрино ρ_{ij} и антинейтрино $\bar{\rho}_{ij}$, и тогда для H_i' можно записать:

$$H_i' = \frac{\partial H_i}{\partial P_i} P_i' + \frac{\partial H_i}{\partial \bar{P}_i} \bar{P}_i'. \tag{14}$$

Теперь подставим выражения (12)–(14) в уравнение эволюции (4) с учетом начальных условий (11) и свойств структурных констант ϵ_{ijk}. Пренебрегая членами второго порядка малости в коммутаторе $[\delta\rho, \delta H]$ и оставляя только недиагональные элементы матрицы плотности ($\rho_{12}' = P_1' - iP_2', \rho_{13}' = P_4' - iP_5', \rho_{23}' = P_6' - iP_7'$), получим уравнение на собственные значения в матричной форме:

$$\left\{ i \begin{pmatrix} \Gamma & 0 \\ 0 & \Gamma \end{pmatrix} + \omega \right\} \begin{pmatrix} \rho' \\ \bar{\rho}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ \bar{B} & \bar{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho' \\ \bar{\rho}' \end{pmatrix}, \tag{15}$$

где столбец, состоящий из недиагональных элементов матрицы плотности, имеет вид

$$\begin{pmatrix} \rho' \\ \bar{\rho}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{12}' \\ \rho_{13}' \\ \rho_{23}' \\ \bar{\rho}_{21}' \\ \bar{\rho}_{31}' \\ \bar{\rho}_{32}' \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Матрица декогеренции имеет вид:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_{21} & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_{31} & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_{32} \end{pmatrix}. \tag{17}$$

В правой части уравнения (15) введена матрица устойчивости, которую можно записать в блочной виде с помощью следующих матриц:

$$A = \begin{pmatrix} A_{12,12} & A_{12,13} & A_{12,23} \\ A_{13,12} & A_{13,13} & A_{13,23} \\ A_{23,12} & A_{23,13} & A_{23,23} \end{pmatrix}, \tag{18}$$

$$B = \begin{pmatrix} B_{12,12} & B_{12,13} & B_{12,23} \\ B_{13,12} & B_{13,13} & B_{13,23} \\ B_{23,12} & B_{23,13} & B_{23,23} \end{pmatrix}. \tag{19}$$

Тогда выражения для элементов матрицы устойчивости можно представить в виде:

$$A_{ij,kl} = (H_{kk}^0 - H_{ll}^0)\delta_{ik}\delta_{jl} + (\rho_{jj}^0 - \rho_{ii}^0)\frac{\partial H_{ij}}{\partial \rho_{kl}},$$
$$B_{ij,kl} = (\rho_{jj}^0 - \rho_{ii}^0)\frac{\partial H_{ij}}{\partial \bar{\rho}_{lk}},$$
$$\bar{A}_{ij,kl} = (\bar{H}_{ll}^0 - \bar{H}_{kk}^0)\delta_{il}\delta_{jk} + (\bar{\rho}_{ii}^0 - \bar{\rho}_{jj}^0)\frac{\partial \bar{H}_{ij}}{\partial \bar{\rho}_{kl}},$$
$$\bar{B}_{ij,kl} = (\bar{\rho}_{ii}^0 - \bar{\rho}_{jj}^0)\frac{\partial \bar{H}_{ij}}{\partial \rho_{lk}}, \tag{20}$$

где индексы i, j, k и l пробегают значения от 1 до 3.

Дальнейший анализ системы на неустойчивость, наличие которой в нашем случае будет свидетельствовать о возможности коллективных осцилляций нейтрино, требует нахождения собственных значений матрицы стабильности, что для случая трех флейворов требует численных расчетов в силу большой размерности матрицы.

Из разложения (12) видно, что если частоты возбужденных мод ω принимают мнимые значения, то недиагональные элементы матрицы плотности демонстрируют экспоненциальный рост, что приводит к нестабильности системы. В результате возникают коллективные осцилляции.

Введем обозначение $\{\lambda_i\}$ для набора собственных значений матрицы стабильности (15), (18)–(19). Тогда условие возникновения коллективных осцилляций нейтрино между флейворными состояниями i и j можно записать в следующем виде.

$$\text{Im}[\lambda] \neq 0; \tag{21}$$

$$\text{Im}[\lambda] > \Gamma_{ij}. \tag{22}$$

Первое условие является общим условием возникновения коллективных осцилляций и было получено ранее в работах (см., например, [24]). Второе условие, полученное для случая трех флейворов, является новым и учитывает эффект квантовой декогеренции массовых состояний нейтрино.

Обратимся к численным оценкам влияния квантовой декогеренции нейтрино на коллективные осцилляции нейтрино. В работе [26] было показано, что мнимая часть собственных значений матрицы стабильности в реальных условиях взрыва сверхновой по порядку величины может равняться $\text{Im}[\lambda] \sim \sim 10^{-17} : 10^{-18}$ ГэВ. Для оценки влияния квантовой декогеренции нейтрино на коллективные осцилляции нейтрино можно использовать экспериментальные ограничения на значения параметров декогеренции. Так, для потоков нейтрино от земных источников параметр декогеренции ограничен по порядку $\Gamma < 10^{-24}$ ГэВ [16], для потоков солнечных нейтрино $\Gamma < 10^{-28}$ ГэВ [21].

Следует особо отметить, что указанные ограничения некорректно использовать в экстремальных условиях сверхновой, так как они были получены для значительно других внешних условий (для земной или солнечной материи). Так, например, в работе [6] было показано, что в условиях взрыва сверхновой параметр квантовой декогеренции за счет радиационного распада нейтрино может достигать значений $\Gamma \sim 10^{-21}$ ГэВ. Кроме того, квантовая декогеренция может также возникать за счет физики за пределами Стандартной модели [7, 27]. Из требования, что для возникновения коллективных осцилляций нейтрино необходимо, чтобы мнимая часть собственных значений матрицы стабильности была больше параметров декогеренции (см. уравнение (22)), мы предсказываем, что при регистрации потоков нейтрино от взрывов сверхновых будет возможно ограничить параметры декогеренции в экстремальных астрофизических условиях $\Gamma \sim 10^{-17} : 10^{-18}$ ГэВ.

Отметим важность получения ограничений на параметры квантовой декогеренции нейтрино из экспериментальных данных о потоках нейтрино от различных источников тем фактом, что это может позволить поставить ограничения на ширины различных нейтринных процессов (используя результаты работы [5–7]), а также на нестандартные взаимодействия нейтрино [8, 9].

Исследование выполнено в рамках гранта Российского научного фонда (проект # 22-22-00384).

А. А. Пуртова выражает благодарность за поддержку Национальному центру физики и математики (Россия, Саров).

1. F. N. Loreti and A. B. Balantekin, Phys. Rev. D **50**, 4762 (1994).
2. C.P. Burgess and D. Michaud, Ann. Phys. **256**, 1 (1997).
3. F. Benatti and R. Floreanini, Phys. Rev. D **71**, 013003 (2005).
4. M. Dvornikov, Phys. Rev. D **104**(4), 043018 (2021).
5. K. Stankevich and A. Studenikin, PoS, EPS-HEP2017, 645 (2018).
6. K. Stankevich and A. Studenikin, Phys. Rev. D **101**(5), 056004 (2020).
7. A. Lichkunov, K. Stankevich, A. Studenikin, and M. Vyalkov, PoS EPS-HEP2021, 202 (2022).
8. J.F. Nieves and S. Sahu, Phys. Rev. D **99**(9), 095013 (2019).
9. J.F. Nieves and S. Sahu, Phys. Rev. D **102**(5), 056007 (2020).
10. G. Lindblad, Commun. Math. Phys. **48**, 119 (1976).
11. V. Gorini, A. Kossakowski, and E.C.G. Sudarshan, J. Math. Phys. **17**, 821 (1976).
12. H. Duan, G.M. Fuller, and Y.-Z. Qian, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **60**, 569 (2010).
13. K. Stankevich and A. Studenikin, PoS, ICHEP2020, 216 (2021).
14. A. Banerjee, A. Dighe, and G. Raffelt, Phys. Rev. D **84**, 053013 (2011).
15. C. Giunti, Phys. Lett. B **686**, 41 (2010).
16. G. Balieiro Gomes, M.M. Guzzo, P.C. de Holanda, and R.L.N. Oliveira, Phys. Rev. D **95**(11), 113005 (2017).
17. J.A.B. Coelho, W.A. Mann, and S.S. Bashar, Phys. Rev. Lett. **118**(22), 221801 (2017).
18. R.L.N. Oliveira, Eur. Phys. J. C **76**(7), 417 (2016).
19. G.B. Gomes, D.V. Forero, M.M. Guzzo, P.C. De Holanda, and R.L.N. Oliveira, Phys. Rev. D **100**(5), 055023 (2019).
20. A. de Gouvea, V. de Romeri, and C.A. Ternes, JHEP **08**, 018 (2020).
21. P.C. de Holanda, JCAP **03**, 012 (2020).
22. S. Sarikas, G. Raffelt, L. Hudepohl, and H.-Th. Janka, Phys. Rev. Lett. **108**, 061101 (2012).
23. N. Saviano, S. Chakraborty, T. Fischer, and A. Mirizzi, Phys. Rev. D **85**, 113002 (2012).
24. D. Vaananen and C. Volpe, Phys. Rev. D **88**, 065003 (2013).
25. D. Vaananen and G.C. McLaughlin, Phys. Rev. D **93**(10), 105044 (2016).
26. C. Döring, R.S.L. Hansen, and M. Lindner, JCAP **08**, 003 (2019).
27. J.F. Nieves and S. Sahu, Phys. Rev. D **100**(11), 115049 (2019).