

# Плазмоны в полосе с анизотропным двумерным электронным газом, сильно экранированным металлическим затвором<sup>1)</sup>

Д. А. Родионов<sup>+,\*2)</sup>, И. В. Загороднев<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия

\*Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), 141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 17 апреля 2023 г.

После переработки 5 июня 2023 г.

Принята к публикации 5 июня 2023 г.

В последнее время растет интерес к анизотропным двумерным электронным системам и к плазменным колебаниям в них. В работе теоретически проанализированы плазмоны в полосе с двумерным электронным газом, поверхность Ферми которого является эллипсом, и с близко расположенным металлическим затвором, который экранирует поля двумерного газа. В пределе сильной экранировки задача о собственных плазменных модах такой системы решена аналитически, и найдены частоты и затухание плазменных мод с учетом анизотропии, магнитного поля и эффектов электромагнитного запаздывания. Показано, что в таком пределе фундаментальной модой является краевой магнитоплазмон с линейным законом дисперсии, причем его частота, затухание и скорость не зависят от магнитного поля, а длина локализации вблизи края обратно пропорциональна магнитному полю. Квадрат частоты остальных мод складывается из квадрата частоты плазменных мод без магнитного поля и квадрата циклотронной частоты с коэффициентом, который не зависит от ориентации тензора проводимости по отношению к краям полосы, но при учете эффектов электромагнитного запаздывания зависит от главных компонент тензора эффективной массы.

DOI: 10.31857/S1234567823140045, EDN: gyvjms

Плазмоны – коллективные колебания электронов – в двумерных (2D) электронных системах (ЭС) изучаются с середины прошлого столетия [1]. Они, как правило, определяют резонансный отклик электронной системы на внешнее электрическое поле в достаточно чистых образцах и поэтому представляют интерес не только для фундаментальной физики, но также и для приложений в области детектирования и генерации электромагнитного излучения, в том числе в терагерцовой и субтерагерцовой области частот [2–5]. В 2D ЭС их частоту и другие характеристики можно контролировать внешним магнитным полем, перпендикулярным к плоскости системы, а также с помощью металлического электрода (затвора). Кроме того, в последнее время активно обсуждается дополнительная возможность управления направлением распространения плазмонов в 2D ЭС с анизотропией проводимости [6–14]. Среди таких систем стоит выделить квантовые ямы на основе напряженного AlAs, которые, с одной стороны, обладают высокой подвижностью при низких (“гелиевых”) темпера-

турах, а с другой стороны, анизотропия в них очень чувствительна к деформации квантовой ямы [15–19].

Поверхностью Ферми электронов в объемном кристалле AlAs являются три одинаковых эллипсоида, продольная и поперечная массы которых  $1.1m_0$  и  $0.2m_0$ , где  $m_0$  – масса свободного электрона. При определенных толщинах и направлениях роста квантовых ям, например в направлении [001], электронами заполняются только две одинаковые долины в плоскости ямы [15]. При этом небольшое растяжение/сжатие квантовой ямы в плоскости ямы приводит к существенному различию в заполнении этих долин и относительно легко реализуется ситуация, когда заполнена лишь одна из долин. В этом случае поверхность Ферми является эллипсом. Именно такая ситуация будет предполагаться ниже.

Плазменные колебания в анизотропных системах в теории в силу сложности, как правило, анализируются для неограниченной системы. Однако, на практике плазменные колебания возбуждают в неоднородных образцах, например, в латерально ограниченных (полоски, диски), в которых теория плазменных колебаний резко усложняется даже при простейшем описании 2D ЭС с помощью локального закона Ома и проводимости Друде. При этом свой-

<sup>1)</sup>См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала [www.jetpletters.ac.ru](http://www.jetpletters.ac.ru)

<sup>2)</sup>e-mail: [rodionov.da@phystech.edu](mailto:rodionov.da@phystech.edu)

ства системы с краем могут существенно отличаться от неограниченной системы. Так, вблизи края существуют краевые плазменные возбуждения [20–22], частота которых обычно ниже других (“объемных”) мод. Край играет важную роль при поглощении и излучении электромагнитных волн [23]. В данной работе будут проанализированы собственные плазменные колебания в 2D ЭС в полосе, сильно экранированной затвором, и найдены аналитические выражения для их частоты и затухания.

Пусть в вакууме в плоскости  $z = 0$  располагается полоса 2D электронного газа шириной  $W$ . Направим ось  $y$  вдоль полосы, а ось  $x$  поперек, см. рис. 1. На

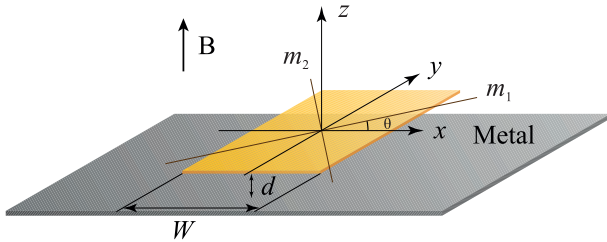


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематичное изображение исследуемой системы. Полоса шириной  $W$  с двумерным электронным газом располагается на расстоянии  $d$  над металлической пластиной. Система помещена в постоянное однородное магнитное поле, вектор индукции  $\mathbf{B}$  которого направлен перпендикулярно полосе. Тензор эффективных масс с главными осями  $m_1$  и  $m_2$  повернут на произвольный угол  $\theta$  по отношению к краям полосы

расстоянии  $d$  от полосы в плоскости  $z = -d$  находится бесконечная идеально проводящая металлическая пластина (проводимость которой сколь угодно велика). Вдоль оси  $z$  направлено внешнее однородное магнитное поле с величиной индукции  $B$ . Диагональные компоненты тензора эффективных масс в главных осях равны  $m_1$  и  $m_2$ . Динамическую проводимость 2D ЭС выберем в анизотропной модели Друде [24]. Время столкновительной релаксации носителей  $\tau$  для простоты будем считать не зависящим от энергии и направления. Пусть  $\theta$  – угол между осью  $x$  и главной осью тензора эффективных масс с компонентой  $m_1$ . При произвольной ориентации осей тензора эффективных масс проводимость в системе единиц СГС в выбранных декартовых координатах имеет следующий вид:

$$\sigma = S^T \begin{pmatrix} \frac{(\gamma - i\omega) \frac{n_s e^2}{m_1}}{(\gamma - i\omega)^2 + \omega_c^2} & \frac{-\omega_c \frac{n_s e^2}{\sqrt{m_1 m_2}}}{(\gamma - i\omega)^2 + \omega_c^2} \\ \frac{\omega_c \frac{n_s e^2}{\sqrt{m_1 m_2}}}{(\gamma - i\omega)^2 + \omega_c^2} & \frac{(\gamma - i\omega) \frac{n_s e^2}{m_2}}{(\gamma - i\omega)^2 + \omega_c^2} \end{pmatrix} S, \quad (1)$$

где  $\omega_c = eB/c\sqrt{m_1 m_2}$  – циклотронная частота,  $e$ ,  $n_s$  – заряд и двумерная концентрация электронов,  $\gamma = 1/\tau$  – обратное время релаксации электронов, а матрица поворота  $S$  на угол  $\theta$  имеет стандартный вид:

$$S = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}.$$

Для описания плазменных колебаний с учетом эффектов электромагнитного запаздывания нужно решать полную систему уравнений Максвелла с локальным законом Ома и проводимостью (1). В силу симметрии системы электромагнитное поле, плотность тока и возмущение плотности заряда искались пропорциональными  $e^{iq_y y - i\omega t}$  с комплексной частотой  $\omega$  и действительным волновым вектором  $q_y$  вдоль полосы. Действительная часть  $\omega$  описывает частоту плазменных колебаний, а мнимая – их затухание. Систему уравнений Максвелла можно свести к одному интегро-дифференциальному уравнению на плотность тока  $\mathbf{j}(x)$  с довольно сложным ядром логарифмического типа, подобно тому как это делается в случае отсутствия затвора [25]. Подробный вывод представлен в дополнительных материалах.

Будем считать, что расстояние до затвора  $d$  много меньше всех характерных размеров, таких как ширина полосы и длина волны плазмона. Такая ситуация часто встречается в реальных системах [4, 26, 27]. В этом пределе ядро интегро-дифференциального уравнения значительно упрощается и превращается в дельта-функцию Дирака [28–30]. Такой предел фактически соответствует локальному взаимодействию электронов: из-за близости полосы 2D ЭС к затвору электроны в системе взаимодействуют только со своими зарядами изображения в металле. В результате уравнение для тока становится исключительно дифференциальным:

$$\mathbf{j}(x) = i \frac{4\pi d \sigma}{\omega} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} & iq_y \frac{\partial}{\partial x} \\ iq_y \frac{\partial}{\partial x} & -q_y^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \end{pmatrix} \mathbf{j}(x). \quad (2)$$

Это уравнение для фурье компонент было также получено в работе [31]. Решая это дифференциальное уравнение, найдем дисперсионное уравнение для собственных плазменных колебаний и соответствующее распределение плотности тока. Полученные моды, помимо волнового вектора  $q_y$ , характеризуются еще целым числом  $n$  длин полуволн, укладывающихся на ширине полосы.

Прежде чем перейти к анализу результатов отметим, что в рассматриваемом пределе локального

взаимодействия у всех плазменных мод отсутствующую радиационные потери. Физически это связано с тем, что даже для мод, дисперсия которых проходит выше дисперсии света, при малых расстояниях  $d$  излучение 2D ЭС подавляется излучением, отраженным от металла [32]. Поэтому плазменное затухание в рассматриваемом нами случае определяется столкновительными потерями, т.е.  $(\text{Im } \omega_n(q_y) \sim \gamma)$ , и в “чистом” пределе ( $\gamma \rightarrow 0$ ) частота плазмона действительна.

Рассмотрим отдельно фундаментальную моду с  $n = 0$ , которая качественно отличается от остальных, потому что описывает краевой магнитоплазмон, ток которого локализован вблизи одного из краев и направлен строго вдоль полосы, т.е.  $j_x(x) = 0$ . Дисперсионное уравнение этой моды дается выражением (см. дополнительные материалы):

$$\rho_{yy} + i \frac{4\pi d}{\omega} \left( q_y^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) = 0, \quad (3)$$

где  $\rho_{yy}$  – диагональная компонента тензора удельного сопротивления, которая в рассматриваемой модели проводимости не зависит от магнитного поля:

$$\rho_{yy} = (\sigma^{-1})_{yy} = \frac{m_1 \cos^2 \theta + m_2 \sin^2 \theta}{n_s e^2} (\gamma - i\omega).$$

Так как в дисперсионное уравнение (3) магнитное поле также не входит, то и частота магнитоплазмона не будет зависеть от магнитного поля. Магнито-дисперсия может появиться в случае, если диагональная компонента тензора удельного сопротивления по каким-то причинам будет зависеть от магнитного поля. Кроме того, в следующем порядке малости по расстоянию  $d$  следует ожидать (слабой) отрицательной магнито-дисперсии, как, например, это происходит у краевых магнитоплазмонов в полуплоскости в изотропном случае [29].

Из дисперсионного уравнения (3) получаем частоту краевого магнитоплазмона:

$$\omega_0(q_y, \theta) = \sqrt{v(\theta)^2 q_y^2 - \frac{\gamma^2}{4} \left( 1 - \frac{v(\theta)^2}{c^2} \right)^2} - i \frac{\gamma}{2} \left( 1 - \frac{v(\theta)^2}{c^2} \right), \quad (4)$$

где введены параметры

$$v_i^2 = c^2 \left( \frac{m_i c^2}{4\pi n_s e^2 d} + 1 \right)^{-1}, \quad i = 1, 2$$

и  $v(\theta)^2 = v_1^2 v_2^2 / (v_1^2 \cos^2 \theta + v_2^2 \sin^2 \theta)$ . Введенные таким образом величины  $v_i$  и  $v(\theta)$  имеют размерность

скорости, причем их значения не превышают скорость света в вакууме. Отношение скоростей  $v_{1,2}$  к скорости света  $c$  можно интерпретировать как степень влияния эффектов электромагнитного запаздывания: в квазистатическом пределе оно много меньше единицы, а при сильном запаздывании – близко к единице.

В сильных магнитных полях ток и плотность заряда прижимаются к одному из краев полосы (в зависимости от направления магнитного поля), при этом длина локализации  $l$  в чистом пределе определяется следующим выражением:

$$l = \frac{v_1 v_2}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}} \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}} v(\theta) \omega_c}. \quad (5)$$

Видно, что с увеличением электромагнитного запаздывания, т.е. с увеличением отношения  $v_{1,2}/c$ , длина локализации увеличивается. В силу рассматриваемого предела локального взаимодействия, подразумевающего малость расстояния  $d$  по сравнению с другими характерными размерами в системе, следует ожидать, что полученное выражение (5) справедливо при условии  $l \gg d$ .

Выражение для затухания краевого магнитоплазмона при условии  $\text{Re } \omega_n(q_y, \theta) \gg |\text{Im } \omega_n(q_y, \theta)|$  в соответствии с (3) имеет простой вид  $\text{Im } \omega_0(q_y, \theta) = -\gamma (1 - v(\theta)^2/c^2)/2$ . Затухание уменьшается с увеличением роли электромагнитного запаздывания, так как потери энергии происходят только за счет столкновительного рассеяния электронов в 2D ЭС, но все больше энергии запасается в бездиссипативных электромагнитных полях, окружающих 2D ЭС.

Обсудим теперь остальные моды с числами  $n = 1, 2, 3, \dots$ , которые мы условно называем объемными. Для высокочастотных плазменных колебаний можно получить следующие выражения для частоты

$$(\text{Re } \omega_n(q_y, \theta))^2 = q_y^2 v(\theta)^2 + \left( \frac{n\pi}{W} \right)^2 \frac{v_1^2 v_2^2}{v(\theta)^2} + \omega_c^2 \left( 1 - \frac{v_1^2}{c^2} \right) \left( 1 - \frac{v_2^2}{c^2} \right), \quad (6)$$

и затухания

$$\text{Im } \omega_n(q_y, \theta) = -\frac{\gamma}{2} \left[ 2 - \frac{v_1^2 + v_2^2}{c^2} - \frac{q_y^2 v(\theta)^2 \left( 1 + \frac{v(\theta)^2 - v_1^2 - v_2^2}{c^2} \right)}{(\text{Re } \omega_n(q_y, \theta))^2} - \frac{\left( \frac{n\pi}{W} \right)^2 \frac{v_1^2 v_2^2}{v(\theta)^2} \left( 1 - \frac{v(\theta)^2}{c^2} \right)}{(\text{Re } \omega_n(q_y, \theta))^2} \right]. \quad (7)$$

Из равенства (6) можно видеть, что квадрат частоты этих мод определяется суммой трех вкладов. Первые два связаны с поперечными и продольными колебаниями плазмона в полосе соответственно, а последний с наличием магнитного поля. Обратим внимание на то, что при наличии анизотропии квантование поперечной компоненты волнового вектора существенно отличается от изотропного случая, подробнее см. дополнительные материалы. В коротковолновом пределе, т.е. когда слагаемое с продольной компонентой волнового вектора  $q_y$  вносит основной вклад в частоту, плазменная дисперсия (6) становится линейной по волновому вектору, а фазовая и групповая скорости плазмона сравниваются, принимая значение  $v(\theta)$ . Что касается магнитного вклада в частоту, в изотропных 2D ЭС учет электромагнитного запаздывания приводит к уменьшению частоты циклотронного резонанса [33, 26]. Этот же результат сохраняется и в анизотропной системе, причем это уменьшение не зависит от угла ориентации тензора эффективных масс  $\theta$ .

Теперь обсудим затухание объемных мод. В изотропной системе ( $v_1 = v_2 \equiv v$ ) затухание в отсутствие магнитного поля не зависит ни от номера моды  $n$ , ни от продольного волнового вектора  $q_y$  и определяется как  $\text{Im } \omega_n(\omega_c = 0) = -\gamma(1 - v^2/c^2)/2$ . В сильных магнитных полях оно удваивается, т.е.  $\text{Im } \omega_n(\omega_c \rightarrow \infty) = 2 \text{Im } \omega_n(\omega_c = 0)$ . В анизотропной системе мнимая часть частоты в сильном магнитном поле имеет схожий с изотропным случаем вид

$$\text{Im } \omega_n(\omega_c \rightarrow \infty) = -\gamma \left( 1 - \frac{v_1^2 + v_2^2}{2c^2} \right). \quad (8)$$

Как можно видеть, затухание магнитоплазмонов вовсе не зависит от угла  $\theta$ . Обратим внимание на поведение добротности плазменных колебаний  $\text{Re } \omega_n(q_y, \theta) / |\text{Im } \omega_n(q_y, \theta)|$  в сильных магнитных полях. В изотропной системе добротность стремится к значению  $\omega_c/\gamma$ , не зависящему от величины электромагнитного запаздывания, в то время как анизотропная система “чувствует” усиление роли эффектов электромагнитного запаздывания, и добротность плазменных колебаний в ней уменьшается.

На рисунке 2 для примера представлен график зависимости частоты двух нижайших плазменных мод в квантовой яме на основе напряженного AlAs от волнового вектора  $q_y$  в отсутствие магнитного поля для углов ориентации  $\theta = 0$  и  $\pi/2$ . На рисунке 3. изображена магнитодисперсия для этой же системы. Видно, что магнитодисперсия краевой моды плоская, а частота объемных мод стремится к циклотронному резонансу, уменьшенному за счет эффектов электро-

магнитного запаздывания. Между краевым магнитоплазмоном и первой объемной модой существует щель, как и в изотропном случае, однако, при наличии анизотропии ее величина дополнительно зависит от угла ориентации  $\theta$ .

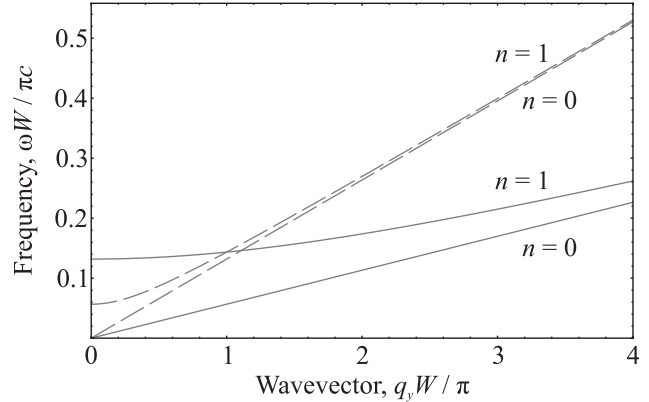


Рис. 2. Зависимость действительной части частоты плазменных мод от волнового вектора  $q_y$  вдоль полосы в отсутствие магнитного поля. Сплошные линии соответствуют углу ориентации  $\theta = 0$ , а пунктирные –  $\theta = \pi/2$ . Плазменная мода  $n = 0$  лежит ниже моды  $n = 1$ . Концентрация электронов  $n_s = 5 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ , расстояние до затвора  $d = 0.02W$ . Массы  $m_1 = 0.2m_0$  и  $m_2 = 1.1m_0$ , где  $m_0$  – масса свободного электрона

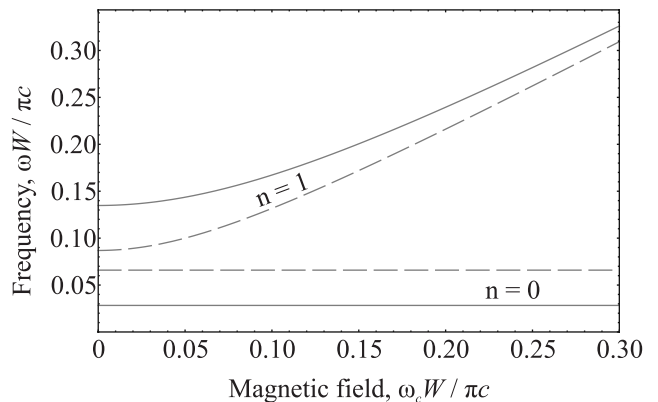


Рис. 3. Зависимость действительной части частоты плазменных мод с числами  $n = 0$  и  $n = 1$  от магнитного поля. Сплошные линии соответствуют углу ориентации  $\theta = 0$ , а пунктирные –  $\theta = \pi/2$ . Концентрация электронов  $n_s = 5 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ , расстояние до затвора  $d = 0.02W$ , волновой вектор  $q_y = 0.01 \times 2\pi/d$ . Массы  $m_1 = 0.2m_0$  и  $m_2 = 1.1m_0$ , где  $m_0$  – масса свободного электрона

Таким образом, в работе рассмотрены свойства двумерных плазменных колебаний в 2D электронной системе сильно экранированной металлическим затвором, т.е. в пределе локального взаимодействия,

который позволяет существенно упростить анализ латерально ограниченных систем. На примере полосы с анизотропной проводимостью проанализированы плазменные моды, в том числе и краевые, с учетом внешнего магнитного поля и эффектов электромагнитного запаздывания. Найдено аналитическое выражение для частот и затуханий всех плазменных мод. Показано, что фундаментальной модой в такой системе является краевой магнитоплазмон, частота и затухание которого не зависят от магнитного поля, а длина его локализации обратно пропорциональна магнитному полю. Кроме того, интересной особенностью остальных мод является то, что в сильных магнитных полях их частоты и затухания не зависят от угла ориентации.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики “Базис” (грант # 21-1-5-133-1).

Авторы выражают благодарность В. А. Волкову и А. А. Заболотных за ценные обсуждения.

1. F. Stern, Phys. Rev. Lett. **18**, 546 (1967).
2. W. Кнап, Y. Deng, S. Rumyantsev, and M. S. Shur, Appl. Phys. Lett. **81**, 4637 (2002).
3. V. M. Muravev and I. V. Kukushkin, Appl. Phys. Lett. **100**, 082102 (2012).
4. D. A. Bandurin, D. Svintsov, I. Gayduchenko et al. (Collaboration), Nat. Commun. **9**, 5392 (2018).
5. I. V. Zagorodnev, A. A. Zabolotnykh, D. A. Rodionov, and V. A. Volkov, Nanomaterials **13**, 975 (2023).
6. Ch. Wang, G. Zhang, Sh. Huang, Y. Xie, and H. Yan, Adv. Opt. Mater. **8**, 1900996 (2020).
7. S. Ahn and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **103**, L041303 (2021).
8. F. Xia, H. Wang, D. Xiao, M. Dubey, and A. Ramasubramaniam, Nature Photon. **8**, 899 (2014).
9. T. Low, A. Chaves, J. D. Caldwell, A. Kumar, N. X. Fang, P. Avouris, T. F. Heinz, F. Guinea, L. Martín-Moreno, and F. Koppens, Nature Mater. **16**, 182 (2017).
10. D. N. Basov, M. M. Fogler, and F. J. García de Abajo, Science **354**, aag1992 (2016).
11. A. Agarwal, M. S. Vitiello, L. Viti, A. Cupolillo, and A. Politano, Nanoscale **10**, 8938 (2018).
12. A. A. Sokolik, O. V. Kotov, and Y. E. Lozovik, Phys. Rev. B **103**, 155402 (2021).
13. T. Low, R. Roldán, H. Wang, F. Xia, P. Avouris, L. Martín Moreno, and F. Guinea, Phys. Rev. Lett. **113**, 106802 (2014).
14. A. Nemilentsau, T. Low, and G. Hanson, Phys. Rev. Lett. **116**, 066804 (2016).
15. M. Shayegan, E. P. De Poortere, O. Gunawan, Y. P. Shkolnikov, E. Tutuc, and K. Vakili, Phys. Status Solidi B **243**, 3629 (2006).
16. Md. Shafayat Hossain, M. K. Ma, Y. J. Chung, S. K. Singh, A. Gupta, K. W. West, K. W. Baldwin, L. N. Pfeiffer, R. Winkler, and M. Shayegan, Phys. Rev. Lett. **130**, 126301 (2023).
17. V. M. Muravev, A. R. Khisameeva, V. N. Belyanin, I. V. Kukushkin, L. Tiemann, C. Reichl, W. Dietsche, and W. Wegscheider, Phys. Rev. B **92**, 041303(R) (2015).
18. A. R. Khisameeva, A. V. Shchepetilnikov, V. M. Muravev, S. I. Gubarev, D. D. Frolov, Yu. A. Nefyodov, I. V. Kukushkin, C. Reichl, L. Tiemann, W. Dietsche, and W. Wegscheider, Phys. Rev. B **97**, 115308 (2018).
19. A. R. Khisameeva, V. M. Muravev, and I. V. Kukushkin, Appl. Phys. Lett. **117**, 093102 (2020).
20. D. B. Mast, A. J. Dahm, and A. L. Fetter, Phys. Rev. Lett. **54**, 1706 (1985).
21. В. А. Волков, С. А. Михайлов, Письма в ЖЭТФ **42**, 450 (1985).
22. А. А. Заболотных, В. А. Волков, Письма в ЖЭТФ **104**, 424 (2016).
23. E. Nikulin, D. Mylnikov, D. Bandurin, and D. Svintsov, Phys. Rev. B **103**, 085306 (2021).
24. B. Lax, H. J. Zeiger, and R. N. Dexter, Physica **20**, 818 (1954).
25. S. A. Mikhailov and N. A. Savostianova, Phys. Rev. B **71**, 035320 (2005).
26. Н. Д. Семенов, В. М. Муравьев, И. В. Андреев, И. В. Кукушкин, Письма в ЖЭТФ **114**, 669 (2021).
27. V. M. Muravev, C. Jiang, I. V. Kukushkin, J. H. Smet, V. Umansky, and K. von Klitzing, Phys. Rev. B **75**, 193307 (2007).
28. А. В. Чаплик, ЖЭТФ **62**, 746 (1972).
29. V. A. Volkov and S. A. Mikhailov, ZhETF **94**, 217 (1988).
30. А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **101**, 602 (2015).
31. D. Jin, L. Lu, Z. Wang, C. Fang, J. D. Joannopoulos, M. Soljačić, L. Fu, and N. X. Fang, Nat. Commun. **7**, 13486 (2016).
32. D. A. Rodionov and I. V. Zagorodnev, Phys. Rev. B **106**, 235431 (2022).
33. A. A. Zabolotnykh and V. A. Volkov, Phys. Rev. B **103**, 125301 (2021).