## Два режима динамики когерентных столбовых вихрей во вращающейся жидкости

 $Д. Д. Тумачев^{+*1}$ , С. В. Филатов<sup>+\*</sup>, С. С. Вергелес<sup>+×</sup>, А. А. Левченко<sup>+\*×</sup>

+ Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Россия

\*Институт физики твердого тела им. Ю. А. Осипьяна РАН, 142432 Черноголовка, Россия

 $^{ imes}$  Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", 101000 Москва, Россия

Поступила в редакцию 17 июля 2023 г. После переработки 2 августа 2023 г. Принята к публикации 2 августа 2023 г.

Экспериментально исследована генерация вихревого течения в несжимаемой жидкости внутри вращающегося закрытого аквариума кубической формы. Возбуждение течения осуществлялось путем создания мелкомасштабных вихрей вблизи боковых ребер куба. В объеме жидкости наблюдались когерентные столбовые вихри-циклоны, простирающиеся от дна до крышки куба. Время существования циклонов значительно превышало время вязкого затухания за счет трения о дно и крышку. Установлено, что существуют два режима квази-двумерной турбулентности, которые характеризуются разными способами взаимодействия квази-двумерного течения и инерционных волн. Исследованы радиальные профили средней по времени азимутальной скорости в когерентных вихрях в этих двух режимах, показано, что отличаются размерами и распределением завихренности по радиусу.

DOI: 10.31857/S1234567823180076, EDN: wxwjog

Введение. Интерес к изучению турбулентных течений во вращающейся как целое жидкости объясняется широким спектром приложений, начиная с геофизики и астрофизики и заканчивая инженерным делом [1, 2]. Технический прогресс в измерении поля скорости течения методами измерения частиц по изображению частиц (*particle image velocimetry*, PIV) и измерения частиц по траекториям частиц (*particle tracking velocimetry*, PTV), достигнутый в последние два десятилетия, открыл путь для значительно более детального определения структуры и динамики течений, в частности, турбулентного потока вращающейся как целого жидкости, см., например, обзор [3].

Существует качественное различие двумерных и трехмерных турбулентных статистически изотропных течений. Тогда как в трехмерной турбулентности преобладает прямой каскад энергии [4, 5], в двумерной турбулентности преобладает обратный каскад энергии [6]. Иными словами, в двумерном течении наблюдается объединение вихрей в более крупные, тогда как в трехмерном течении преобладает дробление вихрей на более мелкие. Эксперименты по двумерной турбулентности в тонких слоях [7] показали, что в конечной системе со слабым трением о дно обратный каскад приводит к образованию когерентных вихрей. Когерентные структуры согласно [8] – это долгоживущие упорядоченные крупномасштабные образования на фоне мелкомасштабной турбулентности, которые обладают высокой степенью универсальности для определенного турбулентного типа движения. Примерами когерентных структур могут служить подковообразные вихри в турбулентных пограничных слоях [9] и конденсаты [10].

Возникновение когерентных вихрей наблюдается и в турбулентных течениях вращающейся жидкости, где сила Кориолиса доминирует над силами инерции. В этом случае формируются столбовые вихревые структуры, однородные вдоль оси вращения, в которых скорость течения направлена в плоскости, ортогональной оси вращения. Таким образом, эффективная размерность течения снижается до двух, в частности, прямой каскад энергии сменяется обратным. Такое квази-двумерное течение наблюдалось экспериментально [11, 12] и в численном моделировании [13]. В общем случае полное течение быстро вращающейся жидкости представляет собой наложение квази-двумерного течения и инерционных волн [2]. В главном приближении эти течения являются независимыми [14], хотя и взаимодействующими, благодаря гидродинамической нелинейности [15]. Несмотря на то, что когерентные вихревые структуры являются предметом изучения уже многие годы, на на-

 $<sup>^{1)}{\</sup>rm e\text{-}mail:}$ d.tumachev@issp.ac.ru

стоящий момент не ясны механизмы, определяющие их структуру. Основной проблемой является замыкание уравнения Рейнольдса на среднее течение в вихре, которое есть усредненное уравнение Навье– Стокса относительно быстрых турбулентных пульсаций. Замыкание предполагает вычисление тензора Рейнольдса при данном среднем вихревом течении. В модели, сформулированной в [16] и развитой в [17], это замыкание проведено в пределе сильного разделения масштабов между вихревой структурой и турбулентными пульсациями.

Целью этого письма является экспериментальное изучение особенностей квази-двумерной турбулентности в целом и устойчивых во времени столбовых вихрей в частности, определение радиальной структуры этих вихрей и определение характера их взаимодействия с инерционными волнами. Мы оставляем за рамками данного исследования вопрос, как формируются и зарождаются вихри, рассматривая случай статистически стационарного состояния.

Экспериментальная методика. Экспериментальная установка представляла собой кубический стеклянный аквариум с ребром 1 м, установленный на вращающуюся платформу рис. 1а. Куб полностью



Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Эскиз экспериментальной установки; (b) – часть мешалки, которой производилось возбуждение турбулентности

заполнен дистиллированной водой и сверху герметично закрыт прозрачной стеклянной крышкой. Визуализация вихревого движения в жидкости производится с помощью методики лазерного листа. Для этого в воду добавлялись частички полиамида PA-12 со средним размером 90 мкм. Частички подсвечивал лазерный лист, направленный горизонтально посередине куба. Ось расположенной сверху видео-

Письма в ЖЭТФ том 118 вып. 5-6 2023

камеры была направлена перпендикулярно лазерному листу. Полученные изображение после обработки на компьютере с помощью PIV метода [18, 19] позволяли получать двумерное поле скорости в плоскости лазерного луча. Возбуждение турбулентного движения внутри куба проводилось вращением четырех вертикальных расположенных по углам куба мешалок с закрепленными на них лопатками рис. 1b. На каждой такой мешалке расположено по 10 лопаток. Мешалки, таким образом, имели неоднородную по вертикали геометрию, в результате чего их вращение эффективно возбуждало инерционные волны. Чтобы мешалки сами по себе не сообщали течению вращение относительно вертикальной оси, их вращение было периодическим: в первую секунду происходили 2 оборота в одну сторону, во вторую секунду – 2 оборота в противоположную сторону. Скорость вращения мешалок во всех экспериментах одинакова. Симметричность движения лопаток проверялась проведением эксперимента, в котором куб вращался в противоположную сторону, в результате чего были получены результаты, статистически идентичные исходному направлению вращения. Отметим, что наиболее близкий к нашему метод возбуждения течения использовался в работах [20, 21].

Все эксперименты начинались с раскручивания куба с одновременным включением мешалок. Эксперименты выполнялись при конечной скорости вращения от 0.12 до 0.72 об/с, которая достигалась при постоянным угловым ускорением 0.05 об/с<sup>2</sup>. Для крупномасштабной квази-двумерной компоненты течения основной диссипативной силой во вращающейся системе является трение о дно и крышку куба в пограничном слое Экмана [1, 17]. Это трение характеризуется временем затухания  $\tau = H/(2\sqrt{\nu\Omega})$ , в наших экспериментах составлявшее 600 ÷ 200 с. После раскрутки куба и включения мешалок выжидалось как минимум  $5\tau$  для того, чтобы система пришла в состояние статистического равновесия.

Турбулентное макро-число Рейнольдса [22]  $\operatorname{Re}_{M} = v_{rms}L_{f}/\nu$ , вычисляемое по среднеквадратичной скорости  $v_{rms} = \langle v_{x}^{2} + v_{y}^{2} \rangle^{1/2}$  и размеру лопаток  $L_{f} \simeq 6.5 \,\mathrm{cm}$ , составляло около 2000 (рис. 2). Турбулентное макро-число Россби  $\operatorname{Ro}_{M} = v_{rms}/(2\Omega L_{f})$ составляло от 0.35 до 0.05. Отношение этих параметров  $\operatorname{Re}_{M}/\operatorname{Ro}_{M}$ , что есть характерное значение отношения сил Кориолиса и объемных вязких сил, находится вблизи значения  $5 \cdot 10^{3}$ , что является стандартной величиной для такого типа экспериментах, см. обзор [12]. Значения безразмерных параметров говорят о том, что в течении доминирует сила Кориолиса, а самое течение умеренно турбулентное.



Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Зависимости макро-числа Рейнольдса (пустые квадраты □) и числа вихрей (заполненные кружки •) от частоты вращения куба. (b) – Зависимости микро-числа Россби Ro<sub>\u03c0</sub> (пустые квадраты □) и макро-числа Россби Ro<sub>\u03c0</sub> (заполненные кружки •) от частоты вращения куба

Время съемки в срединной горизонтальной плоскости составляло 15 мин с частотой 75 кадров в секунду. Из полученных данных с помощью метода PIV получали 2D2C поле скорости [18, 19]. Пространственное разрешение поля скорости составляло 0.4 см.

Экспериментальные результаты. Характерные поля завихренности  $\omega = \partial_x v_y - \partial_y v_x$  в горизонтальной плоскости на полувысоте, представлены на рис. 3 для минимальной частоты вращения куба 0.12 об/с (рис. 3а) и для максимальной частоты вращения куба 0.72 об/с (рис. 3b). Желтый цвет соответствует циклоническому вращению (вращению в ту же сторону, что и вращение системы), а синий – антициклоническому. На рисунке 3 можно наблюдать много вихрей, преимущественно циклонической направленности. Вихри однородны по вертикали, что проверялось в отдельном эксперименте, в котором поле скорости измерялось в вертикальном срезе. Эти вихри перемещаются в горизонтальной плоскости с характерной скоростью несколько см/с. Антициклоны были слабо выражены и имели малое время жизни, поэтому в дальнейшем речь пойдет только про циклоны. Анализ эволюции вихревых пятен показывает, что существуют вихри со временем жизни больше, чем время эксперимента (900 с). Соответственно, эти вихри существуют дольше вязкого времени Экмана. Более того, за время эксперимента не наблюдалось существенного изменения энергии таких долгоживущих вихрей.

На рисунке За число вихрей N примерно в 2–3 раза меньше, чем на рис. 3b. Переход от низкого числа вихрей на минимальной скорости вращения к большому числу вихрей на высокой скорости вращения

куба происходит скачкообразным образом при скорости вращения около  $\Omega^* \approx 0.35 \, \text{об/c}$ , см. рис. 2a, а не линейным образом, как наблюдалось в [23]. Число вихрей, одновременно присутствующих в объеме, слабо изменялось в течении одного эксперимента. Несмотря на то, что число вихрей резко менялось со скоростью вращения куба, скачок не испытывают некоторое другие статистические величины. К ним относятся микро-число Россби Ro<sub>\u03c0</sub>, определяющееся как средняя завихренность в центрах циклонов деленная на 2 $\Omega$ , и макро-число Россби  $\operatorname{Ro}_{M}$  (рис. 2b). Отметим, что имеет место почти линейная зависимость  $\operatorname{Ro}_{\omega} = 3.5 \cdot \operatorname{Ro}_{M} + 0.3$ . Этот график показывает, что при низкой скорости вращения вихри являются относительно более сильными. График макро-числа Рейнольдса  $\operatorname{Re}_{M}$  (рис. 2a) также не демонстрирует каких-либо особенностей вблизи частоты  $\Omega^*$ .

Скачкообразная зависимость числа вихрей N, тем не менее, имеет соответствие со скачкообразной зависимостью более полной статистической информации о течении. Функция распределения (PDF) локального числа Россби  $\operatorname{Ro}(\mathbf{r}) = \omega(\mathbf{r})/2\Omega$  при разных скоростях вращения куба (рис. 4), где  $r = \{x, y\}$ , построенного для области, не включающей пограничные слои, также демонстрирует скачкообразное изменение. При низких скоростях вращения это число внутри антициклонов удовлетворяет неравенству  $Ro(\mathbf{r}) > -1$ . При высоких скоростях вращения нижняя граница  $\operatorname{Ro}(\mathbf{r}) > -0.5$ . Аналогичным образом сужается верхняя граница распределения. Следует, однако, отметить, что скачок в форме хвостов PDF происходит при более низкой скорости вращения, нежели скачок числа вихрей N. В целом же распределения качественно схожи с результатами, полу-



Рис. 3. (Цветной онлайн) Поле завихренности, усредненное по 1/3 с в момент t = 166 с после начала съемки. (a) – Низкая скорость вращения 0.12 об/с; (b) – высокая скорость вращения 0.72 об/с

ченными предыдущими исследователями в [22, 24], несмотря на то, что там использовались иные методы возбуждения турбулентности. В частности, распределения не симметричны относительно нуля и соответствуют перемежаемой статистике. В нашем эксперименте коэффициент асимметрии составлял 1.33 и 2.4 при самой низкой и самой высокой скоростях соответственно. Отметим здесь, что именно потому, что число Россби достигает значений порядка единицы, мы не используем термин "геострофический" как характеристику квази-двумерного течения в целом и столбовых вихрей, в частности [2, 15], хотя при выполнении неравенства  $Ro(\mathbf{r}) > -1$  это разделение становится условным.

На основании сделанных наблюдений мы можем выдвинуть предположение о существовании двух существенно разных турбулентных режимов квази-



Рис. 4. (Цветной онлайн) PDF локального числа Россби<br/>  ${\rm Ro}({\bf r})=\omega/2\Omega$ 

двумерного течения. Рассмотрим более подробно свойства столбовых вихрей в этих двух режимах.

Низкая скорость вращения куба. Для измерения статистических свойств отдельного вихря необходимо перейти в систему отсчета, начало которой лежит на оси этого вихря. Центр вихря вслед за [10] определялся в главном приближении как положение экстремума завихренности, после чего производилась процедура уточнения положения следующим образом. Внутри квадратной области размером 5 см с центром в экстремуме завихренности находилась точка, характеризующаяся максимумом циркуляции, вычислявшейся по окружности с центром в этой точке и радиусом 2.5 см.

Для каждой скорости вращения был построен радиальный профиль азимутальной скорости в вихре  $U^{\varphi}_{G}(r) = \langle U^{\varphi}_{i}(r, \varphi, t) \rangle_{\varphi, t, i}$ , где усреднение производилось по углу  $\varphi$ , времени t и номеру i отслеженного вихря (красная кривая на рис. 5). На расстоянии от 2 до 20 см наблюдался почти плоский участок  $U_{G}^{\varphi}(r)$ . Похожий плоский участок радиального профиля  $U_G^{\varphi}(r)$  уже наблюдался экспериментально [25] в тонком слое проводящей жидкости с электромагнитной накачкой. Также строилась зависимость производной по радиусу циркуляции скорости  $\Gamma'(r) =$  $r \cdot \langle \omega_i(r,\varphi,t) \rangle_{\varphi,t,i}$  (синяя штрих-пунктирная кривая на рис. 5), а r теперь – расстояние до оси вихря. Стоит отметить, что профиль величины  $\Gamma'(r)$  не меняет знак. Радиус r<sub>core</sub> сердцевины вихря, определявшейся согласно равенству  $r_{\rm core} \cdot \omega_G|_{r=0} = 2U_G^{\varphi}(r_{\rm core}),$  составлял около 2.3 см.



Рис. 5. (Цветной онлайн) Профили азимутальной скорости вихря  $U_G^{\varphi}(r)$  (сплошная линия), величины  $\Gamma'(r)$  (штрих-пунктирная линия), величина аппроксимации профиля скорости среднего течения  $U^{\varphi}(r) = \overline{\omega} \cdot r/2$  (прямая синяя пунктирная прямая), профиль азимутальной скорости с вычтенным профилем скорости среднего течения  $U_G^{\varphi}(r) - U^{\varphi}(r)$  (черная пунктирная линия). (a) – Низкая скорость вращения 0.12 об/с,  $\overline{\omega} = 0.06 \, \mathrm{c}^{-1}$ ; (b) – высокая скорость вращения 0.72 об/с,  $\overline{\omega} = 0.047 \, \mathrm{c}^{-1}$ 

Относительно большое количество вихрей позволяет говорить о глобальном среднем течении на масштабе всей области течения. Для того, чтобы отделить течение, связанное с рассматриваемым вихрем, от глобального среднего течения, мы произвели вычитание из измеренного профиля скорости  $U_G^{\varphi}(r)$  скорости глобального среднего течения  $U^{\varphi}(r)$ . Поскольку, согласно нашим наблюдениям, вихри в среднем заполняли равномерно доступную область те-

чения, мы аппроксимировали  $U^{\varphi}(r)$  линейным профилем скорости,  $U^{\varphi}(r) = \overline{\omega} \cdot r/2$ . Для определения средней завихренности вне пограничного слоя  $\overline{\omega}$  нами проводилась линейная аппроксимация для скоростей  $U_G^{\varphi}(r)$ , лежащих на расстоянии больших, чем 30 см (зеленая пунктирная прямая на рис. 5). Вычитание коллективного вращения вихрей из вычисленного ранее профиля азимутальной скорости  $U_G^{\varphi}(r)$ позволяет эмпирическим путем определить радиус вихрей как точку, где  $U_G^{\varphi}(r) - U^{\varphi}(r)$  обращается в нуль (см. рис. 5). Рассчитанный таким образом радиус вихрей равен  $\simeq 25$  см. Отметим, что скорость среднего течения  $\langle U \rangle$ , вычисленная путем усреднения поля скорости по всему времени эксперимента, с хорошей точность совпадет с той же оценкой  $\overline{\omega} \cdot r/2$ , где, в данном случае, r есть расстояние до центра куба.

Высокая скорость вращения куба. Радиальные профили азимутальной скорости  $U_G^{\varphi}(r)$  и величины  $\Gamma'(r)$  представлены на рис. 5b. Вихри являлись в значительной степени изолированными (в терминах работы [26]). В изолированных вихрях завихренность в области сердцевины вихря компенсируется завихренностью, имеющей противоположный знак, в теле вихря, так что интеграл под кривой  $\Gamma'(r)$ , что есть полная циркуляция  $\Gamma(r)$ , связанная с вихрем, равен нулю. В нашем случае  $\Gamma(r)$  достигала минимум на  $\simeq$ 15 см, что можно считать радиусом этих вихрей. Радиус сердцевины вихря  $r_{\rm core}$  составлял те же 2.3 см. По-прежнему линейная аппроксимация среднего течения  $\langle U \rangle$  хорошо описывается коэффициентом  $\overline{\omega}$ .

Таким образом, при высокой скорости вращения вихри оказываются не только относительно более слабыми, но и более мелкими, что, разумеется, находится в согласии с их бо́льшим количеством на единицу площади. Интегральной мерой одновременно силы и величины вихрей может служить величина флуктуаций энергии течения на фоне среднего  $\langle U \rangle$ . На рисунке 6 построена зависимость средней плотности энергии полного течения  $v_{rms}^2/2$  и средней плотности энергии среднего течения  $\langle U \rangle^2/2$  от скорости вращения. Вычитая из первого второе, мы получаем искомую меру — кинетическую энергию, заключенную в отдельных вихрях. Согласно рис. 6, она не зависит от частоты вращения куба. Заметим, что эта величина относительно устойчива к методу подсчета. Например, если считать энергию вихрей путем интегрирования компенсированного профиля  $U_G^{\varphi}(r) - U^{\varphi}(r)$ , см. рис. 5, то отношение энергии изолированных вихрей к вихрям на низкой скорости вращения куба составит 0.5–0.6. Эта величина, умноженная на число вихрей, пропорциональна средней



Рис. 6. (Цветной онлайн) Зависимости средней энергии (открытые кружки о), энергии среднего течения (звездочки \*), и разницы полной энергии и среднего течения (закрашенные кружки •) от частоты вращения куба

энергии, содержащейся в отдельных вихрях на единицу площади, что также почти не зависит от скорости вращения. В итоге, если теперь нормировать энергию вихрей на  $\Omega^2$ , то мы опять придем к заключению, что вихри на высоких скоростях вращения являются относительно более слабыми.

**Обсуждение.** При турбулентном движении воды во вращающемся кубе наблюдаются долгоживущие когерентные вихри. Их время жизни значительно больше времени Экмана. Можно предложить два механизма поддержания энергии вихрей. Первый – за счет слияния столбовых вихрей, когда только что отделившийся от мешалки вихрь поглощается вихрем, который уже присутствует в кубе [27]. Вторым механизмом поддержания энергии вихрей является поглощение столбовыми вихрями инерционных волн, для чего требуется выполнение условий  $\text{Re}_M \gg 1$  и  $\text{Ro}(\mathbf{r}) \succeq -1$  [22, 28, 29].

Второй механизм, однако, оказывается подавленным, если макрочисло Россби  $\operatorname{Ro}_M$  оказывается ниже некоторого порогового предела. Покажем это, считая число Россби малым,  $\operatorname{Ro}(\mathbf{r}) \ll 1$ . Пренебрегая нелинейным взаимодействием инерционных волн между собой и предполагая, что длина волны инерционных волн мала по сравнению с характерным масштабом квази-двумерного течения, мы можем по теории возмущений описать нелинейное влияние неоднородности квази-двумерного течения  $U_{\alpha}(t, \mathbf{r})$  на эволюцию волны, описывающуюся полем скорости  $\mathbf{u}(t, \mathbf{r}, z)$ . Рассмотрим волновой пакет, двигающийся по траектории  $\mathbf{R}(t)$ . Уравнение Навье– Стокса, линеаризованное относительно **u**, и записанное в волновом представлении в окрестности точки  $\mathbf{R}$ , имеет вид

$$\left( \partial_t + i \left( \mathbf{U}(t, \mathbf{R}) \cdot \mathbf{k} \right) - \sigma_{\beta \alpha} k_\beta \frac{\partial}{\partial k_\alpha} \right) \mathbf{u} + 2 [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{u}] = = - \left( (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{U} \right)_{\mathbf{k}} - i \mathbf{k} p - \nu k^2 \mathbf{u},$$
(1)

где **k** – волновой вектор, градиент скорости квазидвумерного течения  $\sigma_{\beta\alpha}(t) = \partial_{\alpha}U_{\beta}(t, \mathbf{R})$  берется в точке нахождения  $\mathbf{R}(t)$  волнового пакета, а индексы  $\alpha, \beta = \{x, y\}$ . В силу относительной малости длины волны мы ограничились приближением квази- двумерного поля скорости линейным профилем.

Проанализируем уравнение (1). Второе слагаемое в круглой скобке в левой части (1) обеспечивает перенос волнового пакета со скоростью потока  $\mathbf{U}(t, \mathbf{R}(t))$ . Пусть у рассматриваемого волнового пакета волновой вектор есть **K**. Сила Кориолиса в (1) приводит к движению волнового пакета относительно потока с групповой скоростью, горизонтальные компоненты которой суть  $V_{\alpha}^{g} = (2\Omega K_{z}/K^{3})K_{\alpha}$ . Скорость движения волнового пакета в горизонтальной плоскости, таким образом, есть

$$\frac{\mathrm{d}R_{\alpha}}{\mathrm{d}t} = V_{\alpha}^{g}(t) + U_{\alpha}(t, \mathbf{R}).$$
<sup>(2)</sup>

Третье слагаемое в круглой скобке в левой части уравнения (1) выражает влияние неоднородности на поле волны. Его действие на любое поле, в том числе поле инерционной волны, приводит к изменению волнового вектора **K** вдоль характеристики [16, 17],

$$dK_{\alpha}/dt = -\sigma_{\beta\alpha}K_{\beta}, \quad K_z = \text{const.}$$
 (3)

Отметим, что это же слагаемое вместе со слагаемыми в правой части обеспечивают изменение амплитуды волны со временем.

Теперь рассмотрим аксиально-симметричный столбовой вихрь с полем скорости  $U_{\alpha} = U_{G}^{\varphi}(r) e_{\alpha}^{\varphi}$ , где вектор r отсчитывается от оси вихря, а единичный вектор  $e_{\alpha}^{\varphi}$  направлен по азимуту. Градиент такого поля есть

$$\sigma_{\beta\alpha} = \Sigma r_{\alpha} \ e_{\beta}^{\varphi} / r + (U_{G}^{\varphi} / r) \epsilon_{\beta\alpha}, \tag{4}$$

где локальная сила сдвига  $\Sigma = r\partial_r (U_G^{\varphi}/r)$ , а  $\epsilon_{\alpha\beta}$  – единичный антисимметричный тензор второго ранга,  $\epsilon_{xy} = 1$ . Второе слагаемое в (2) производит перенос волнового пакета вместе с элементом жидкости, движущемся по круговой орбите в вихре, а второе слагаемое в (4) производит согласно (3) вращение волнового вектора вместе с этим элементом жидкости. Оба этих вклада могут быть исключены переходом в связанную с этим элементом систему координат. В этой системе координат система уравнений (3), (2) приобретает вид

$$\frac{\mathrm{d}K_r}{\mathrm{d}t} = -\Sigma K_{\varphi}, \qquad \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} = V_r^g = \frac{2\Omega K_z K_r}{k^3}, \quad (5)$$

а компоненты  $K_z$  и  $K_{\varphi}$  не изменяются. Исключив из системы уравнений (5) время, получим

$$\frac{K_z}{K_{\varphi}} \mathrm{d}\left(\frac{1}{K}\right) = \frac{1}{2\Omega} \Sigma \,\mathrm{d}R. \tag{6}$$

Как и должно быть для бездиссипативной системы, процесс изменения параметров волны обратим. Необратимость достигается только в случае, если интеграл от правой части (6) оказывается по абсолютной величине настолько велик, что абсолютная величина К волнового вектора в некоторый момент обращается в бесконечность. Это означает, что с учетом вязкости произойдет исчезновение волны и передача ее энергии квази-двумерому течению. Поскольку интеграл от правой части (4) оценивается как  $v_{rms}/2\Omega$ , а значение волнового числа вдали от вихря как  $K \sim 1/L_f$ , то условием достижения необратимости является превышение макро-числом Россби некоторого порогового значения,  $\operatorname{Ro}_M > \operatorname{Ro}_M^{\star}$ . Отметим, что представленное рассуждение требует, чтобы локальное число Россби было мало,  $\Sigma/2\Omega \ll 1$ , в противном случае следует учитывать поправки к частоте вращения  $\Omega$  со стороны течения [26]. Однако и при нарушении этого условия сделанные выводы остаются качественно верны.

Пороговое макро-число Россби  $\mathrm{Ro}_{M}^{\star} \approx 0.1$  согласно графику на рис. 2b. При частотах вращения ниже  $\Omega^{\star}$  мы можем рассчитывать на применимость теории, развитой в [10, 16, 17]. Действительно, на рис. 5а есть область с плоским участком радиальной зависимости средней скорости в вихре  $U_G^{\varphi}(r)$  в соответствии с теоретическими оценками [17]. Развитая здесь теория предсказывает, что в этой области в процессе поглощения волн образуются гармоники с большим волновым числом, что находится в согласии с экспериментальными данными: энергетический спектр ведет себя как  $k^{-2.4}$  на низких частотах вращения, тогда как на высоких скоростях вращения индекс увеличивается до  $\simeq -3.3$ . Наши попытки, однако, вслед за [30] установить выполнение уравнения Рейнольдса показали, что полное время нашего наблюдения не дает достаточного объема данных для полноценного статистического усреднения тензора Рейнольдса в уравнении на среднее течение в вихре.

Заключение. Экспериментально показано что существуют два турбулентных режима квазидвумерного течения в сосуде с горизонтальными границами. Режимы отличаются разным количеством вихрей-циклонов и их профилями. В обоих режимах циклоны являются устойчивыми во времени структурами, которые существуют дольше времени вязкого затухания. Переход между режимами происходит при пороговом значении макрочисла Россби  $\operatorname{Ro}_{M}^{\star} \approx 0.1$ , показывающем отношение амплитуды скорости течения и групповой скорости инерционных волн. Нами приведены теоретические аргументы в пользу того, что переход сопровождается изменением режима взаимодействия инерционных волн с квази-двумерным течением. При относительно низких скоростях вращения сосуда, которые соответствуют относительно большому числу  $\operatorname{Ro}_M > \operatorname{Ro}_M^*$ , квази-двумерное течение эффективно поглощает инерционные волны. При относительно высоких скоростях вращения это число падает, так что снижается эффективность передачи энергии от инерционных волны столбовым вихрям.

Работа выполнена в Лаборатории "Современная гидродинамика", созданной в рамках гранта Министерства науки и высшего образования РФ 075-15-2019-1893 в ИТФ им. Л. Д. Ландау РАН, при поддержке гранта Российского научного фонда # 22-22-00977.

- 1. H.P. Greenspan, *The theory of rotating fluids*, At the University Press, Cambridge (1968).
- P. A. Davidson, Turbulence in Rotating, Stratified and Electrically Conducting Fluids, Cambridge University Press, Cambridge (2013).
- 3. S. J. Beresh, Meas. Sci. Technol. 32, 102003 (2021).
- 4. U. Frisch, *Turbulence: the legacy of A.N. Kolmogorov*, Cambridge University Press, Cambridge (1995).
- 5. S. B. Pope, *Turbulent flows*, Cambridge University Press, Cambridge (2000).
- G. Boffetta and R. E. Ecke, Ann. Rev. Fluid. Mech. 44, 427 (2012).
- 7. J. Sommeria, J. Fluid Mech. 170, 139 (1986)
- Нелинейные волны. Самоорганизация, под ред. А.В. Гапонов-Грехов, М.И. Рабинович, Наука, М. (1983).
- 9. S. K. Robinson, Ann. Rev. Fluid. Mech. 23, 601 (1991).
- J. Laurie, G. Boffetta, G. Falkovich, I. Kolokolov, and V. Lebedev, Phys. Rev. Lett. **113**, 254503 (2014).
- 11. A. McEwan, Nature 260, 126 (1976).
- F.S. Godeferd and F. Moisy, Appl. Mech. Rev. 67, 030802 (2015).

- 13. A. Alexakis and L. Biferale, Phys. Rep. 767, 1 (2018).
- A. Campagne, B. Gallet, F. Moisy, and P.-P. Cortet, Phys. Rev. E 91, 043016 (2015).
- F. Pizzi, G. Mamatsashvili, A. J. Barker, A. Giesecke and F. Stefani, Phys. Fluids 34, 125135 (2022).
- I. Kolokolov, L. Ogorodnikov, and S. Vergeles, Phys. Rev. Fluids 5, 034604 (2020).
- V. M. Parfenyev and S. S. Vergeles, Phys. Fluids 33, 115128 (2021).
- W. Thielicke and R. Sonntag, Journal of Open Research Software 9, 12 (2021).
- E. Stamhuis and W. Thielicke, Journal of Open Research Software 2, 30 (2014).
- E. Monsalve, M. Brunet, B. Gallet, and P.-P. Cortet, Phys. Rev. Lett. **125**, 254502 (2020).
- N. Lanchon, D. O. Mora, E. Monsalve, and P.-P. Cortet, Phys. Rev. Fluids 8, 054802 (2023).

- C. Morize, F. Moisy, and M. Rabaud, Phys. Fluids 17, 095105 (2005).
- E. Hopfinger, F. Browand, and Y. Gagne, J. Fluid Mech. 125, 505 (1982).
- 24. J. E. Ruppert-Felsot, O. Praud, E. Sharon, and H. L. Swinney, Phys. Rev. E 72, 016311 (2005).
- 25. A.V. Orlov, M.Y. Brazhnikov, and A.A. Levchenko, JETP Lett. **107**, 157 (2018).
- L. Z. Sansón and G. van Heijst, J. Fluid Mech. 412, 75 (2000).
- I. Kolokolov and V. Lebedev, Phys. Rev. E 93, 033104 (2016).
- L. Jacquin, O. Leuchter, C. Cambonxs, and J. Mathieu, J. Fluid Mech. 220, 1 (1990).
- V. M. Parfenyev, I. A. Vointsev, A. O. Skoba, and S. S. Vergeles, Phys. Fluids **33**, 065117 (2021).
- A. Frishman and C. Herbert, Phys. Rev. Lett. 120, 204505 (2018).