

# Невзаимность проявления флексомагнитоэлектрического эффекта относительно знака воздействующих зарядов

Е. Б. Магадеев<sup>1)</sup>, Р. М. Вахитов<sup>1)</sup>

Уфимский университет науки и технологий, 450076 Уфа, Россия

Поступила в редакцию 10 июля 2023 г.

После переработки 11 августа 2023 г.

Принята к публикации 17 августа 2023 г.

В работе теоретически исследуется ферромагнитная пленка, находящаяся в электрическом поле заряженного проводника. Показано, что при наличии неоднородного магнитоэлектрического взаимодействия в такой пленке могут формироваться уединенные магнитные неоднородности, структура и условия зарождения которых определяются знаком воздействующих зарядов. В частности, установлено, что минимальное значение модуля линейной плотности заряда, при которой начинает формироваться неоднородность, в несколько раз отличается для положительно и отрицательно заряженных проводников.

DOI: 10.31857/S1234567823180106, EDN: wwwors

**Введение.** Несмотря на то, что неоднородное магнитоэлектрическое взаимодействие (НМЭВ) и связанный с ним флексомагнитоэлектрический эффект проявляются в сравнительно узком классе материалов (преимущественно в ферритах-гранатах) [1, 2], уровень интереса к их возможному практическому применению остается довольно высоким. Это связано, с одной стороны, с развитием представлений о вихреводобных неоднородностях различного типа (скирмионах, бимеронах и т.д. [3]), которые считаются перспективными для разработки устройств наноэлектроники. В рамках данного направления НМЭВ, равно как и взаимодействие Дзялошинского–Мория [4], можно рассматривать в качестве фактора, стабилизирующего неоднородности указанного типа [5], причем НМЭВ обладает рядом преимуществ, в частности, из-за возможности непосредственно влиять на интенсивность взаимодействия через величину прилагаемого электрического поля. Другой важной сферой применения НМЭВ является управление доменной структурой магнетика без необходимости создания магнитных полей [6–8], что крайне важно с позиций энергосбережения. Отметим, что реализуемость данного подхода на практике уже получила экспериментальное подтверждение [9].

Поскольку на феноменологическом уровне описания ферромагнитная пленка представляет собой однородный электрически нейтральный объект, можно было бы ожидать, что одновременная смена знаков всех воздействующих на нее зарядов не должна качественно повлиять на картину наблюдаемых явле-

ний. Действительно, в ряде работ по обсуждаемой тематике (см., например, [8, 10]) направление внешнего электрического поля выбирается условно, так как предполагается, что структуры, формирующиеся под влиянием НМЭВ в полях, которые отличаются только направлением, совпадают друг с другом с точностью до какого-либо преобразования симметрии. Тем не менее, в общем случае данное утверждение неверно. Это вполне очевидно с микроскопической точки зрения, поскольку отрицательно и положительно заряженные частицы играют далеко не равную роль в физике магнитных явлений. В данной работе на примере пленки, помещенной в поле заряженного проводника, будет показано, что эта асимметрия может проявиться также и на макроскопическом уровне: в зависимости от знака заряда проводника распределение намагниченности в пленке может вести себя совершенно неодинаково.

**1. Описание модели.** Рассмотрим тонкую ферромагнитную пленку, параллельно которой на расстоянии  $H$  расположен бесконечный прямолинейный проводник с постоянной линейной плотностью электрического заряда  $\lambda$  (см. рис. 1). Тогда напряженность поля  $\mathbf{E}$ , создаваемого проводником, будет меняться вдоль перпендикулярной его направлению оси  $Ox$ , а значит, единичный вектор намагниченности  $\mathbf{m}$  также будет зависеть от единственной пространственной координаты  $x$ . Для наглядности рассуждений ограничимся случаем, когда материал образца характеризуется сильной легкоплоскостной анизотропией, ось которой нормальна поверхности пленки (наличие анизотропии, близкой к однородной, вполне характерно для ферритов-гранатов, в

<sup>1)</sup>e-mail: magadeevb@gmail.com; vakhitovrm@yahoo.com

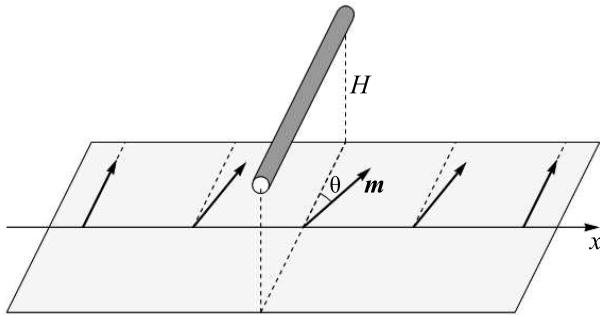


Рис. 1. Геометрия задачи

которых наблюдается НМЭВ [10]). Тогда вектор  $\mathbf{m}$  практически не будет выходить из плоскости пленки, и его направление можно приближенно задать одним углом  $\theta$ , так что  $m_x = \sin \theta$ ,  $\theta(x \rightarrow \pm\infty) = 0$ . С учетом вклада размагничивающих полей представим полную энергию магнетика в следующем виде [11, 12]:

$$E_{\text{tot}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ A \left( \frac{d\theta}{dx} \right)^2 + 2\pi M_s^2 \sin^2 \theta + \Phi_{ME} \right] S dx. \quad (1)$$

Здесь  $A$  – обменный параметр,  $M_s$  – намагниченность насыщения,  $S$  – площадь сечения пленки плоскостью, нормальной оси  $Ox$ , а  $\Phi_{ME}$  – плотность энергии НМЭВ, впервые введенная в работах [13, 14] и определяемая соотношением

$$\Phi_{ME} = M_s^2 \mathbf{E} (\mathbf{b}_1 \mathbf{m} \operatorname{div} \mathbf{m} + \mathbf{b}_2 \mathbf{m} \times \operatorname{rot} \mathbf{m}), \quad (2)$$

где  $b_1$  и  $b_2$  – константы НМЭВ [6, 10].

Выражая в формуле (2) вектор  $\mathbf{m}$  через угол  $\theta$ , несложно убедиться, что  $\Phi_{ME} \sim \frac{d\theta}{dx}$ . Следовательно, в выражении (1) становится возможно интегрирование по частям, что позволяет записать плотность энергии НМЭВ в альтернативной форме:

$$\tilde{\Phi}_{ME} = -\frac{1}{2} M_s^2 (b_1 - b_2) \frac{dE_x}{dx} \sin^2 \theta. \quad (3)$$

Отметим, что дополнительное слагаемое в энергии, возникающее в результате интегрирования по частям, в данном случае пропорционально разности значений  $E_x \sin^2 \theta$  на границах образца, вследствие чего им заведомо можно пренебречь из-за малости обеих величин  $E_x$  и  $\sin \theta$  при  $|x| \gg H$ . Из формул (1) и (3) видно, что в рассматриваемом случае влияние как размагничивающих полей, так и НМЭВ сводится к появлению эффективной одноосной анизотропии, константа которой модулирована в пространстве. Это имеет аналогию с механизмом индуцированного электрическим полем изменения одноосной

анизотропии, изложенным в [15] (а также более подробно в [16, 17] применительно к объяснению флексомагнитоэлектрического эффекта [1]). В тех областях, где функция  $E_x(x)$  меняется достаточно быстро, возрастая при  $b_1 > b_2$  или убывая при  $b_1 < b_2$ , направление  $Ox$  может оказаться осью легкого намагничивания, что, в свою очередь, может привести к формированию уединенной магнитной неоднородности. Тем не менее, при замене всех воздействующих на пленку зарядов на противоположные (что эквивалентно замене напряженности поля  $\mathbf{E}$  на  $-\mathbf{E}$  одновременно во всех точках образца) области возрастания и убывания функции  $E_x(x)$  меняются местами, из-за чего пространственное распределение константы эффективной анизотропии претерпевает существенные изменения. В частности, может оказаться, что направление  $Ox$  уже не является осью легкого намагничивания ни в одной из точек образца, вследствие чего формирование неоднородных структур становится заведомо невыгодным. Конечно, такая ситуация не может иметь места, если, например, функция  $E_x(x)$  является четной: в этом случае замена  $\mathbf{E}$  на  $-\mathbf{E}$  приведет лишь к отражению имеющегося распределения намагниченности относительно плоскости  $x = 0$ . В общем случае, однако, такая замена будет вызывать перестроение наблюдаемых магнитных структур на качественном уровне, так что проявления флексомагнитоэлектрического эффекта, обусловленные наличием члена (3) в плотности энергии магнетика, оказываются невзаимными относительно знака воздействующих зарядов. Отметим, что член (3) исчезает при условии равенства констант НМЭВ (данное допущение встречается в ряде работ по тематике НМЭВ; см., например, [5]), поэтому далее будем полагать  $b_1 \neq b_2$ .

Переходя к конкретному виду зависимости  $E_x(x)$ , заметим, что в простейшем случае, когда проводник на рис. 1 является бесконечно тонким, а диэлектрические проницаемости как магнетика, так и среды, в которой находится проводник, близки к диэлектрической проницаемости вакуума, имеет место известное соотношение  $E_x(x) = 2\lambda x / (x^2 + H^2)$ . На практике, однако, необходимо учитывать два важных обстоятельства. Во-первых, из-за конечных размеров проводника под величиной  $H$  следует понимать не ширину зазора между пленкой и проводником, а расстояние от поверхности пленки до оси проводника. В частности, когда зазор мал или вообще отсутствует (проводник контактирует с поверхностью пленки) величина  $H$  представляет собой, по сути, радиус проводника. Во-вторых, в случае отличных от единицы

относительных диэлектрических проницаемостей  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  магнетика и среды соответственно в приведенной выше формуле для  $E_x$  появляется дополнительный множитель  $2/(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$ . Для наглядности будем включать этот множитель в параметр  $\lambda$ , понимая под ним линейную плотность заряда проводника, умноженную на постоянную величину  $2/(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$ . С учетом этих оговорок и указанного вида функции  $E_x(x)$  из формул (1) и (3) получаем следующее выражение для приведенной энергии магнетика:

$$\varepsilon = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \left( \frac{d\theta}{d\xi} \right)^2 + (h^2 + Zf(\xi)) \sin^2 \theta \right] d\xi, \quad (4)$$

где введены безразмерные величины

$$\varepsilon = HE_{\text{tot}}/(AS), \quad \xi = x/H,$$

$$h = H\sqrt{2\pi M_s^2/A}, \quad Z = M_s^2(b_1 - b_2)\lambda/A,$$

а также функция  $f(\xi) = \frac{\xi^2 - 1}{(\xi^2 + 1)^2}$ , график которой показан на рис. 2. Из формулы (4) видно, что при

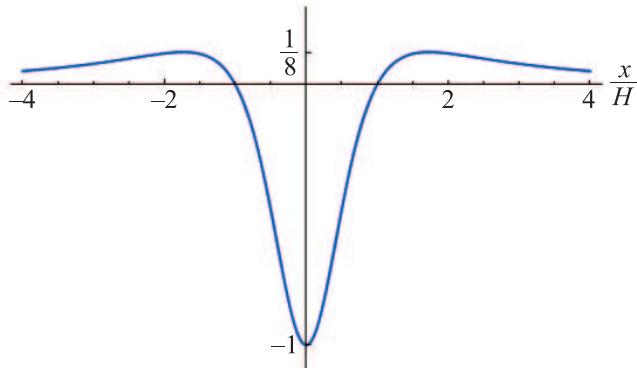


Рис. 2. (Цветной онлайн) График функции  $f(x/H)$

небольших по абсолютной величине значениях нормированной плотности заряда  $Z$  минимуму энергии  $\varepsilon$  может отвечать только однородное распределение намагниченности  $\theta \equiv 0$ , поэтому условие формирования магнитной неоднородности может быть представлено в виде  $|Z| > Z_m$ . Далее будет показано, что как критическое значение модуля плотности заряда  $Z_m$ , так и структура наблюдаемых неоднородностей оказываются неодинаковыми для случаев  $Z > 0$  и  $Z < 0$ .

**2. Результаты численных расчетов.** На рисунке 3 показаны зависимости  $\theta(x/H)$ , полученные путем численной минимизации энергии (4) при  $h = 1$  и  $Z = \pm 20$ . Несложно видеть, что при  $Z = 20$  (синяя кривая) наибольший угол  $\theta$  отклонения вектора

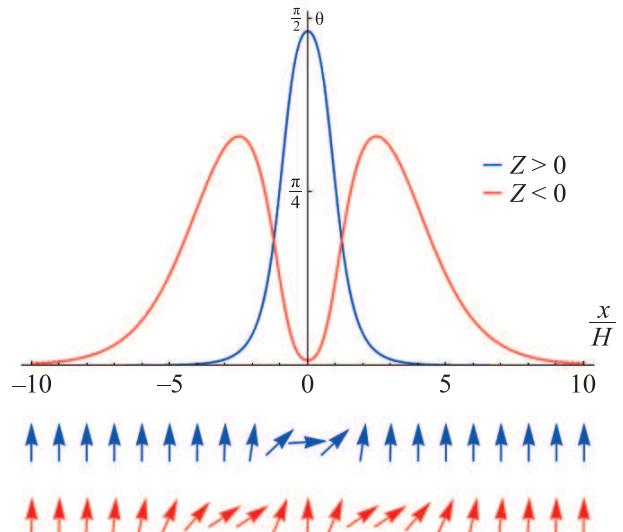


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость угла  $\theta$  от координаты  $x$  при  $h = 1$  и  $Z = \pm 20$ . Под графиком схематически показаны соответствующие данной зависимости направления вектора намагниченности в различных точках образца при  $Z = 20$  (синие стрелки) и  $Z = -20$  (красные стрелки)

намагниченности достигается при  $x = 0$ , т.е. в непосредственной близости от заряженного проводника. Напротив, при  $Z = -20$  (красная кривая) зависимость  $\theta$  от  $x$  имеет минимум при  $x = 0$ , так что наблюдаемая магнитная структура, фактически, распадается на две симметрично расположенные неоднородности. Данное различие в распределениях намагниченности объясняется тем, что при  $Z > 0$  область, в которой направление  $Ox$  становится легкой осью, лежит в окрестности минимума функции  $f$  (см. рис. 2), а при  $Z < 0$  такие области лежат в окрестности двух максимумов, в то время как при  $|x| < H$  отклонение вектора намагниченности от направления  $\theta = 0$  существенно затрудняется.

Независимо от знака величины  $Z$ , введем обозначение  $\theta_{\max}$  для наибольшего значения угла отклонения  $\theta$  при заданных  $h$  и  $|Z|$  (соответственно, при  $Z > 0$  величина  $\theta_{\max}$  представляет собой значение  $\theta$  при  $x = 0$ ). Зависимость  $\theta_{\max}$  от  $|Z|$ , рассчитанная при  $h = 1$ , показана на рис. 4. При  $Z \rightarrow \pm\infty$  значения угла  $\theta_{\max}$ , как и следовало ожидать, выходят на горизонтальную асимптоту  $\theta_{\max} = \pi/2$ : ясно, что вектор  $\mathbf{m}$  ни при каких условиях не может “проскочить” направление оси  $Ox$ . Другой общей особенностью синей ( $Z > 0$ ) и красной ( $Z < 0$ ) кривых на рис. 4 является то, что при небольших значениях  $|Z|$  в обоих случаях  $\theta_{\max} = 0$ , т.е. распределение намагниченности оказывается однородным. Отсюда мож-

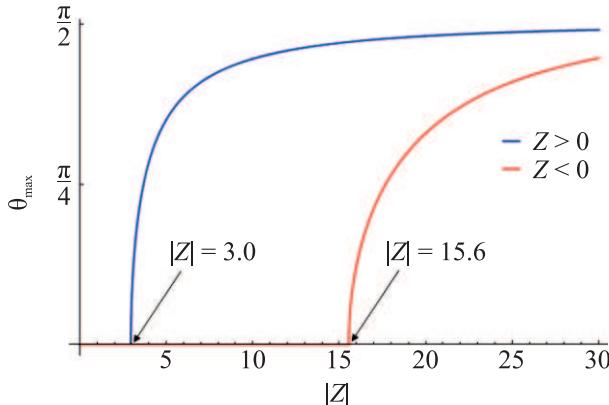


Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость наибольшего значения угла отклонения вектора намагниченности  $\theta_{\max}$  от нормированной плотности заряда проводника  $Z$  при  $h = 1$

но заключить, что при  $h = 1$  критическое значение модуля плотности заряда  $Z_m$  составляет около 3.0 в случае  $Z > 0$  и около 15.6 в случае  $Z < 0$ . Таким образом, при смене знака зарядов величина  $Z_m$  меняется в несколько раз, благодаря чему обсуждаемая невзаимность проявления флексомагнитоэлектрического эффекта должна легко обнаруживаться экспериментально: к примеру, при плотности заряда проводника  $Z = 10$  вектор намагниченности вблизи него будет поворачиваться почти на  $\pi/2$  (см. рис. 4), в то время как при  $Z = -10$  однородное распределение намагниченности вообще не исказится под действием внешнего поля. Ниже будет показано, что аналогичная картина наблюдается не только при  $h = 1$ , но также и при любом другом расстоянии между проводником и пленкой.

Отметим, что поведение кривых на рис. 4 в окрестностях точек  $|Z| = Z_m$  свидетельствует о бифуркационном сценарии зарождения магнитных неоднородностей. При  $|Z| < Z_m$  однородное распределение  $\theta \equiv 0$  отвечает единственному экстремуму функционала (4). При  $|Z| > Z_m$ , помимо этого экстремума, появляются еще два, поскольку рассматриваемый функционал инвариантен относительно замены  $\theta$  на  $-\theta$  (в частности, наряду с каждым из распределений, показанных на рис. 3, может реализоваться также структура, симметричная данной структуре относительно плоскости  $x = 0$ ; таким структурам, вообще говоря, должны соответствовать дополнительные ветви графиков на рис. 4 с  $\theta_{\max} < 0$ , симметричные показанным ветвям относительно горизонтальной оси, в результате чего и возникает рисунок “вилки”, характерный для бифуркаций). Эти новые экстремумы (конкретный выбор

между ними определяется механизмом спонтанного нарушения симметрии) минимизируют энергию системы, в то время как состояние  $\theta \equiv 0$  становится неустойчивым. Таким образом, устойчивость однородного распределения намагниченности гарантирует отсутствие других возможных минимумов энергии, что будет неявно использовано при дальнейших рассуждениях.

**3. Количественная теория явления.** Грубую оценку снизу для величины  $Z_m$  можно получить уже из того условия, что для формирования магнитной неоднородности направление  $Ox$  должно быть осью легкого намагничивания хотя бы в каких-то точках образца. Отсюда с учетом (4) и вида функции  $f$  (см. рис. 2) получаем:

$$Z_m > \begin{cases} h^2, & Z > 0, \\ 8h^2, & Z < 0. \end{cases} \quad (5)$$

Чтобы вычислить точные значения  $Z_m$ , выясним, при каких  $Z$  однородное распределение  $\theta \equiv 0$  перестает минимизировать функционал (4). Для этого рассмотрим произвольное малое возмущение  $|\theta| \ll 1$  и разложим его по ортонормированному базису, образованному собственными функциями  $\psi_n$  оператора

$$\hat{L} = -\frac{d^2}{d\xi^2} + Zf(\xi), \quad (6)$$

так что  $\theta = \sum_n C_n \psi_n$  (поскольку спектр оператора является смешанным, под суммированием здесь и далее подразумевается в том числе и интегрирование по непрерывной части спектра, а коэффициенты  $C_n$  могут быть комплексными). Тогда, сохраняя в (4) только члены, квадратичные по возмущению  $\theta$ , имеем:

$$\varepsilon = \sum_n (h^2 + \mu_n) |C_n|^2, \quad (7)$$

где  $\mu_n$  – собственные значения оператора (6), отвечающие собственным функциям  $\psi_n$ . Из полученного выражения можно сделать два важных вывода. Во-первых, магнитные неоднородности начинают зарождаться тогда, когда хотя бы какой-то из множителей в скобках в сумме (7) становится отрицательным, что гарантирует неустойчивость однородного распределения с  $\varepsilon = 0$ . Следовательно,

$$\mu_{\min}(Z = \pm Z_m) = -h^2, \quad (8)$$

где  $\mu_{\min}$  – наименьшее из собственных значений оператора (6), которое рассматривается как функция величины  $Z$ . Во-вторых, при незначительном превышении величиной  $|Z|$  критического значения  $Z_m$

зарождение неоднородной структуры будет обусловлено преимущественно ростом коэффициента  $C_n$  перед собственной функцией  $\psi_{\min}$ , отвечающей  $\mu_{\min}$  (подробное обоснование этой идеи в схожей ситуации дано в работе [18]). Тем самым возникающее распределение намагниченности будет определяться формой этой собственной функции:  $\theta \sim \psi_{\min}$ . Приводя очевидную аналогию между оператором (6) и гамильтонианом в уравнении Шредингера, заметим, что  $\psi_{\min}$  представляет собой волновую функцию основного состояния частицы, движущейся в потенциальном поле  $Zf(\xi)$ . При  $Z > 0$  частица локализуется в потенциальной яме, расположенной в области  $|x| < H$  (см. рис. 2). В то же время при  $Z < 0$  в этой области возникает не яма, а потенциальный барьер, и частица обнаруживается в двух бесконечно протяженных потенциальных ямах, имеющих минимумы при  $x = \pm\sqrt{3}H$ . Несложно видеть, что графики функции  $\theta$ , показанные на рис. 3, полностью соглашаются с этой логикой, хотя превышение  $|Z|$  над  $Z_m$  является довольно существенным.

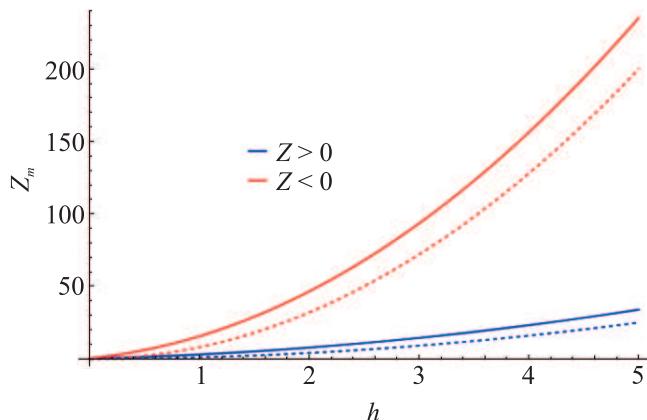


Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость критического значения  $Z_m$  нормированной плотности заряда проводника  $Z$  от нормированного расстояния  $h$  между проводником и пленкой. Сплошными линиями показаны точные значения  $Z_m$ , а штриховыми – значения, полученные на основе грубой оценки снизу

Соотношение (8) можно рассматривать как уравнение относительно  $Z_m$ . На рисунке 5 показаны две ветви его решения, соответствующие случаям  $Z > 0$  (синяя сплошная линия) и  $Z < 0$  (красная сплошная линия). На этом же рисунке для сравнения приведены кривые, отвечающие оценке (5) (штриховые линии). Таким образом, данная оценка и впрямь является весьма грубой. Тем не менее, отношение значений  $Z_m$  для зарядов разных знаков при одном и том же  $h$ , действительно, составляет около 8 при  $h \gg 1$  и лежит в диапазоне от 6 до 8, если  $h > 2$ . Это

подтверждает высказанный ранее тезис о том, что невзаимность проявления флексомагнитоэлектрического эффекта относительно знака воздействующих зарядов может быть проверена экспериментально с большой достоверностью: если для данного магнетика  $b_1 > b_2$ , то для искажения однородного распределения отрицательными зарядами потребуется почти на порядок большая плотность заряда  $\lambda$ , чем при воздействии положительными зарядами (и наоборот, если  $b_1 < b_2$ ).

Отметим, что точные значения  $Z_m$  могут отличаться от оценки (5) в разы, но все же не на порядок. Это позволяет использовать ее для оценки порядка величины зарядов, необходимых для наблюдения обсуждаемого явления: минимальный модуль плотности заряда  $|\lambda|$ , при котором под действием поля проводника начинает формироваться магнитная неоднородность, примерно в 10 раз превышает величину  $H^2/|b_1 - b_2|$  при  $Z > 0$  и примерно в 100 раз при  $Z < 0$ . Удобство этой оценки заключается в том, что она ожидаемо не зависит от величины обменного параметра  $A$ , так как опирается, по сути, лишь на способность НМЭВ конкурировать с влиянием размагничивающих полей.

**Заключение.** Допущение о наличии сильной анизотропии типа “легкая плоскость”, лежащее в основе рассмотренной модели, разумеется, несколько ограничивает применимость количественных результатов, полученных в данной работе: большинство материалов, в которых наблюдается флексомагнитоэлектрический эффект, нельзя считать даже строго магнитоодносными. Тем не менее, причина продемонстрированного здесь эффекта невзаимности кроется не в анизотропии магнетика, а в самом НМЭВ: возможность появления членов типа (3) является неотъемлемым следствием феноменологической теории, приводящей к представлению плотности энергии НМЭВ в форме (2). Тем самым следует ожидать, что описанное явление будет в той или иной степени проявляться в произвольных материалах при условии, что симметрия кристалла не запрещает ни наличия самого НМЭВ, ни неравенства характеризующих его констант. В этом смысле эксперименты с изменением знака воздействующих зарядов (или знака потенциала электрического зонда) могут стать полезным инструментом для изучения особенностей магнитных материалов. Отметим также, что неравенство констант НМЭВ, по всей видимости, не является необходимым условием для качественно различного поведения магнитных структур в полях, создаваемых положительными и отрицательными зарядами. Поиск достаточно простых моделей, иллю-

стрирующих данное утверждение, станет предметом дальнейших исследований.

Авторы благодарят за финансовую поддержку в ходе данной работы государственное задание на выполнение научных исследований лабораториями (приказ МН-8/1356 от 20.09.2021).

1. А. С. Логгинов, Г. А. Мешков, А. В. Николаев, А. П. Пятаков, Письма в ЖЭТФ **86**, 124 (2007).
2. I. S. Veshchunov, S. V. Mironov, W. Magrini, V. S. Stolyarov, A. N. Rossolenko, V. A. Skidanov, J.-B. Trebbia, A. I. Buzdin, Ph. Tamarat, and B. Lounis, Phys. Rev. Lett. **115**, 027601 (2015).
3. K. Everschor-Sitte, J. Masell, R. M. Reeve, and M. Kläui, J. Appl. Phys. **124**, 240901 (2018).
4. А. С. Самардак, А. Г. Колесников, А. В. Давыденко, М. Е. Стеблий, А. В. Огнев, ФММ **123**, 260 (2022).
5. G. A. Meshkov, A. P. Pyatakov, A. D. Belanovsky, K. A. Zvezdin, and A. S. Logginov, J. Magn. Soc. Jpn. **36**, 45 (2012).
6. I. Dzyaloshinskii, Europhys. Lett. **83**, 67001 (2008).
7. F. A. Maksutova, R. V. Solonetskiy, R. M. Vakhitov, and A. P. Pyatakov, Europhys. Lett. **129**, 27004 (2020).
8. Р. М. Вахитов, Р. В. Солонецкий, А. Р. Низямова, ФММ **124**, 10 (2023).
9. Д. П. Куликова, А. П. Пятаков, Е. П. Николаева, А. С. Сергеев, Т. Б. Косых, З. А. Пятакова, А. В. Николаев, А. К. Звездин, Письма в ЖЭТФ **104**, 196 (2016).
10. Р. М. Вахитов, З. В. Гареева, Р. В. Солонецкий, Ф. А. Мажитова, ФТТ **61**, 1120 (2019).
11. Е. Б. Магадеев, Р. М. Вахитов, Р. Р. Канбеков, ЖЭТФ **162**, 417 (2022).
12. E. B. Magadeev, R. M. Vakhitov, and R. R. Kanbekov, Europhys. Lett. **142**, 26001 (2023).
13. В. Г. Барьяхтар, В. А. Львов, Д. А. Яблонский, Письма в ЖЭТФ **37**, 565 (1983).
14. A. Sparavigna, A. Strigazzi, and A. Zvezdin, Phys. Rev. B **50**, 2953 (1994).
15. А. Ф. Кабыченков, Ф. В. Лисовский, Е. Г. Мансветова, Письма в ЖЭТФ **97**, 304 (2013).
16. А. Ф. Кабыченков, Ф. В. Лисовский, ЖЭТФ **145**, 733 (2014).
17. Г. В. Арзамасцева, А. М. Балбашов, Ф. В. Лисовский, Е. Г. Мансветова, А. Г. Темирязев, М. П. Темирязева, ЖЭТФ **147**, 793 (2015).
18. Е. Б. Магадеев, Р. М. Вахитов, Р. Р. Канбеков, ЖЭТФ **163**, 78 (2023).