

Джозефсоновская динамика при высоких прозрачностях: пределы заданного тока и заданного напряжения

А. В. Галактионов¹⁾, А. Д. Заикин

Отдел теоретической физики имени И. Е. Тамма,
Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 2 августа 2023 г.

После переработки 26 сентября 2023 г.

Принята к публикации 26 сентября 2023 г.

Мы устанавливаем непосредственное соответствие между вольт-амперными характеристиками джозефсоновского контакта с высокой прозрачностью в режимах заданного тока и заданного напряжения. Мы показываем, что наличие субомической диссипации при подщелевых напряжениях и температурах приводит к линейной зависимости среднего напряжения \bar{V} от заданного тока I , когда последний превосходит критический ток I_c . Это существенно отличается от корневой зависимости $\bar{V} \propto \sqrt{I - I_c}$ в омическом пределе. Наши предсказания сравниваются с недавними экспериментальными данными.

DOI: 10.31857/S1234567823210073, EDN: psjpui

1. Введение. Классическая динамика туннельных джозефсоновских контактов хорошо установлена и уже стала учебным материалом [1–3]. Наиболее простое и чаще всего используемое описание основано на так называемой резистивно-шунтированной модели (RSJ), которая применима либо при температурах, близких к критической, либо в случае, когда контакт шунтирован проводником в нормальном состоянии. Если через туннельный контакт протекает постоянный внешний ток I , немного превышающий критический I_c , модель RSJ приводит к универсальной зависимости среднего напряжения на контакте \bar{V} в виде $\bar{V} \propto \sqrt{I - I_c}$. В отсутствие шунта в нормальном состоянии и при низких температурах $T \rightarrow 0$ вольт-амперные характеристики вблизи I_c становятся сильно нелинейными и приводят к так называемому пику Риделя, см., например, [2] для дальнейшего обсуждения. Такое отклонение от результатов, выведенных в модели RSJ, ни в коем случае не является удивительным, поскольку при низких T через сверхпроводящий туннельный контакт не может протекать диссипативный ток при подщелевых напряжениях и энергиях.

Положение изменяется при выходе за пределы туннельного приближения, когда перенос заряда через сверхпроводящие контакты определяется механизмом многократного андреевского отражения (MAR), см. [4], и в силу вступает внутренне присущая диссипация при подщелевых напряжениях и температурах. В случае полностью прозрачных

сверхпроводящих слабых связей с заданным напряжением можно разработать полную микроскопическую теорию [5, 6] и вывести выражение как для вольт-амперных характеристик, так и для зависимости ток-фаза при малых напряжениях. Однако выход за пределы заданного напряжения оказывается более сложным. При шунтировании прозрачной слабой связи дополнительным омическим резистором режим заданного тока снова приводит [7] к корневой зависимости $\bar{V} \propto \sqrt{I - I_c}$ при малых напряжениях подобно результатам, выведенным в рамках RSJ-модели. С другой стороны, указания на линейную зависимость

$$\bar{V} \propto I - I_c \quad (1)$$

при подщелевых напряжениях были получены в ряде недавних экспериментов [8–10] с различными типами прозрачных сверхпроводящих контактов.

В данной статье мы показываем, что внутренне присущая диссипация в прозрачных сверхпроводящих слабых связях при подщелевых энергиях характеризуется лидирующей *субомической* компонентой, которая, по существу, определяет форму вольт-амперной характеристики в режиме заданного тока при достаточно низких температурах. В частности, используя данное свойство в пределе малых напряжений, мы выведем зависимость (1), которая, вероятно, объясняет недавние экспериментальные наблюдения [8–10].

2. Вольт-амперная характеристика и динамика тока при постоянных напряжениях. Впоследствии мы будем рассматривать баллистическую сверхпроводящую слабую связь (например, SNS-

¹⁾e-mail: galakt@lpi.ru

контакт) с \mathcal{N} полностью прозрачными каналами проводимости и сопротивлением в нормальном состоянии $1/R_N = \mathcal{N}e^2/\pi$. Толщина d нормального (N) слоя, соединяющего два сверхпроводящих (S) электрода, полагается много меньшей сверхпроводящей длины когерентности $d \ll \xi_0 \sim v_F/\Delta$. Здесь v_F – скорость Ферми, и Δ обозначает абсолютную величину параметра порядка в сверхпроводящих электродах. Заряд электрона обозначен как $-e$, и постоянные Планка и Больцмана полагается равными единице ($\hbar = k_B = 1$).

В случае, когда к контакту приложено постоянное во времени напряжение V , ток $I(t)$ через контакт был выведен в микроскопической теории [5, 6]. Он имеет вид

$$I(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} I_l e^{-2ileVt}, \quad I_{-l} = I_l^*, \quad (2)$$

где гармоники тока могут быть выражены в форме [11]

$$I_0 = \frac{V}{R_N} + \frac{1}{eR_N} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon \left(\tanh \frac{\epsilon + eV}{2T} - \tanh \frac{\epsilon}{2T} \right) \times \\ \times \prod_{1 \leq m \leq n} |a^R(\epsilon + meV)|^2 \quad (3)$$

и

$$I_{l>0} = -\frac{1}{eR_N} \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon \tanh \frac{\epsilon}{2T} \prod_{1 \leq k \leq 2l} a^R(\epsilon + keV) + \\ + \frac{1}{eR_N} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon \left(\tanh \frac{\epsilon + eV}{2T} - \tanh \frac{\epsilon}{2T} \right) \times \\ \times \prod_{1 \leq m \leq n} |a^R(\epsilon + meV)|^2 \prod_{n+1 \leq k \leq n+2l} a^R(\epsilon + keV). \quad (4)$$

Здесь комбинация

$$a^R(\epsilon) = \frac{f^R(\epsilon)}{1 + g^R(\epsilon)} \quad (5)$$

определяет амплитуду андреевского отражения. Имея в виду, что запаздывающие функции Грина–Эйленберга записываются как

$$g^R(\epsilon) = \frac{\epsilon + i\theta}{\xi^R(\epsilon)}, \quad f^R(\epsilon) = \frac{\Delta}{\xi^R(\epsilon)}, \quad (6)$$

где $\xi^R(\epsilon) = \sqrt{(\epsilon + i\theta)^2 - \Delta^2}$, а θ феноменологически контролирует силу неупругой релаксации, из уравнения (5) в пределе $\theta \rightarrow 0$ мы получаем

$$a^R(\epsilon) = \frac{\epsilon}{\Delta} - \frac{i\sqrt{\Delta^2 - \epsilon^2}}{\Delta} = \exp\left(-i \arccos \frac{\epsilon}{\Delta}\right) \quad (7)$$

при $|\epsilon| < \Delta$ и

$$a^R(\epsilon) = \frac{\text{sgn} \epsilon}{\Delta} \left(|\epsilon| - \sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2} \right) \quad (8)$$

при $|\epsilon| > \Delta$.

Далее мы будем интересоваться лишь случаем низких температур $T \ll \Delta$ и малых напряжений $eV \ll \Delta$. Тогда, отбрасывая сублидирующие члены $\sim V/R_N$ и меньшие их, можно переписать уравнение (3) как

$$I_0 \simeq \frac{2V}{R_N} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(\sum_{m=1}^n \ln |a^R(meV)|^2\right) \quad (9)$$

и заменить суммирование по m в показателе экспоненты интегрированием.

Оценивая интеграл, мы приходим к соотношению

$$\sum_{m=1}^n \ln |a^R(meV)|^2 \simeq 2N\theta(z-1) \left[\sqrt{z^2-1} + z \log\left(z - \sqrt{z^2-1}\right) \right], \quad (10)$$

где $\theta(x)$ – функция Хевисайда, $N = \Delta/(eV)$ и $z = n/N$.

Используя выражения выше и заметив, что характерные значения n , которые вносят вклад в сумму в выражении (3) имеют порядок $n - N \sim N^{1/3}$, после простых преобразований мы приходим к следующему выражению:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \prod_{1 \leq m \leq n} |a^R(meV)|^2 \simeq N + N^{1/3} \frac{\Gamma(5/3)3^{2/3}}{2^{5/3}}, \quad (11)$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция Эйлера. Далее мы получаем

$$\bar{I} = I_0 \simeq \frac{2\Delta}{eR_N} \text{sgn} V \left[1 + 0.59 \left(\frac{e|V|}{\Delta} \right)^{2/3} \right]. \quad (12)$$

Это уравнение определяет вольт-амперную характеристику полностью прозрачных сверхпроводящих слабых связей в пределе малых заданных напряжений $eV \ll \Delta$ и низких температур $T \ll \Delta$. Любопытно отметить, что хотя эта вольт-амперная характеристика детально изучалась в многочисленных предыдущих публикациях (см., например, [5–7, 11, 12]) – лидирующий член, зависящий от напряжения $\propto |V|^{2/3} \text{sgn} V$ (12) при малых V , не был выписан ранее.

Теперь мы обратимся к осциллирующей части тока и оценим Фурье-компоненты (4) при малых

$eV \ll \Delta$. Нетрудно проверить, что в лидирующем приближении вкладом первого слагаемого $\sim V/R_N$ в (4) можно пренебречь, в то время как второе слагаемое можно переписать в виде

$$I_{l>0} \simeq \frac{2V}{R_N} \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{1 \leq m \leq n} |a^R(meV)|^2 \prod_{n+1 \leq k \leq n+2l} a^R(keV). \quad (13)$$

Действуя подобно тому выводу, который использовался выше, мы получаем

$$I_{l>0} \simeq \frac{2V}{R_N} \left(\frac{N}{1-4l^2} + 0.59N^{1/3} + O(N^0) \right). \quad (14)$$

В действительности, последний член $O(N^0)$ в (14) превосходит принятую точность вычислений, поэтому мы будем им пренебрегать. Заметим, что поступая так для достаточно больших l , необходимо проверить, что отброшенные члены не растут с l , иначе это приближение перестанет работать для достаточно больших l . В дополнение, нетрудно проверить, что используемая процедура получения вклада $\sim N^{1/3}$ в (14) справедлива только для $l \ll N$. Имея это в виду и собирая все существенные вклады, мы приходим к выражению для тока $I(t)$

$$I(t) = I_c \operatorname{sgn} V \left(|\sin \varphi(t)| + 1.18 \left(\frac{|\dot{\varphi}(t)|}{\Delta} \right)^{2/3} Y(\varphi(t)) \right), \quad (15)$$

где $I_c = \pi\Delta/(eR_N)$ – критической ток слабой связи [13] при $T \rightarrow 0$, $\varphi(t) = eVt$ – половина фазы Джозефсона и

$$Y(\varphi) = \sum_{|l| < l_{\max}} e^{-2il\varphi(t)}, \quad l_{\max} \lesssim N. \quad (16)$$

Разумеется, усредняя (15) по времени, мы вновь приходим к выражению (12).

3. Режим заданного тока. Теперь мы рассмотрим режим заданного тока, т.е. случай постоянного во времени тока I , протекающего через сверхпроводящую слабую связь. Очевидно, в этом случае напряжение V не может считаться независимым от времени, и вышеприведенные рассуждения, приводящие, например, к вольт-амперной характеристике (12), перестают быть верными. Для дальнейшего продвижения мы (а) предположим, что напряжение остается малым при наших вычислениях, т.е. $V(t) \ll \Delta/e$, и (б) применим своего рода адиабатическое приближение для $V(t) = \dot{\varphi}(t)/e$. Эти два приближения (которые будут проверены к концу вычислений) позволяют использовать зависимость ток-фаза (15), первоначально выведенную для постоянного во времени V .

Рассматриваемая задача сводится к решению следующего уравнения на фазовую переменную $\varphi(t)$:

$$I = I_c |\sin \varphi| + \frac{1.18}{\pi} I_c \left(\frac{\dot{\varphi}}{\Delta} \right)^{2/3} Y(\varphi). \quad (17)$$

Вводя новую безразмерную переменную

$$s = \left(\frac{\pi}{1.18} \right)^{3/2} \Delta t \quad (18)$$

и полагая $Y(\varphi) = 1$ (т.е. пренебрегая всеми осциллирующими членами в выражении (16)), мы приходим к уравнению

$$\frac{d\varphi}{ds} = (a - |\sin \varphi|)^{3/2}, \quad a = I/I_c > 1 \quad (19)$$

с очевидным решением

$$s = F(\varphi, a) = \int_0^{\varphi} \frac{dx}{(a - |\sin x|)^{3/2}}. \quad (20)$$

Для $0 \leq \varphi \leq \pi$ получается

$$F(\varphi, a) = \frac{2 \cos \varphi}{(1-a^2)\sqrt{a-\sin \varphi}} + \frac{2}{\sqrt{a}(a^2-1)} + \frac{2E\left(\frac{\pi}{4}, -\frac{2}{a-1}\right)}{\sqrt{a-1}(a+1)} - \frac{2E\left(\frac{1}{4}(\pi-2\varphi), -\frac{2}{a-1}\right)}{\sqrt{a-1}(a+1)}, \quad (21)$$

где $E(\varphi, m) = \int_0^{\varphi} dx \sqrt{1-m \sin^2 x}$ – неполный эллиптический интеграл. Для больших φ в интервале $p\pi < \varphi < (p+1)\pi$ с целым p мы приходим к

$$F(\varphi, a) = pF(\pi, a) + F(\varphi - p\pi, a). \quad (22)$$

Зависимости фазовой переменной φ и напряжения V от s , следующие из приведенного решения, представлены на рис. 1. Мы видим, что при $a-1 \ll 1$ напряжение остается малым большую часть времени и резко возрастает в коротких временных интервалах, когда фазовая переменная приближается к значениям $\varphi = \pi m$ (с $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), при которых компонента тока $I_c |\sin \varphi|$ стремится к нулю.

Усредняя вышеприведенные уравнения по времени, мы приходим к вольт-амперной характеристике в виде

$$\bar{V} = \left(\frac{\pi}{1.18} \right)^{3/2} \frac{\pi\Delta}{e} \left(\frac{4}{\sqrt{a}(a^2-1)} + \frac{4E\left(\frac{\pi}{4}, -\frac{2}{a-1}\right)}{\sqrt{a-1}(a+1)} \right)^{-1}. \quad (23)$$

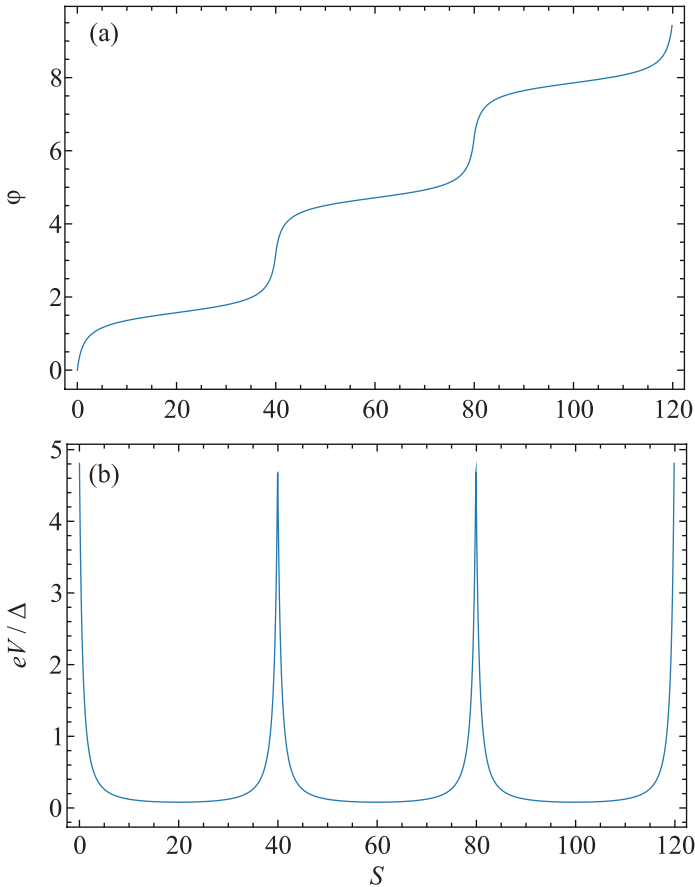


Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимость фазовой переменной φ (a) и напряжения V (b) от времени, следующие из уравнений (20)–(22) при $a = 1.07$

В частности, когда величина тока I лишь немного превосходит I_c , т.е. при $a - 1 \ll 1$, это выражение сводится к простому результату

$$\bar{V} \simeq \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \left(\frac{\pi}{1.18} \right)^{3/2} \frac{\Delta}{e} (a - 1) \simeq 1.54 R_N (I - I_c). \quad (24)$$

С помощью полученных результатов мы можем проверить правомерность предположений (a) и (b), принятых в начале нашего вычисления. Разумеется, среднее напряжение (24) подчиняется условию (a) $\bar{V} \ll \Delta/e$ в интересующем нас пределе $I - I_c \ll I_c$. То же касается и мгновенных значений $V(t)$ за исключением узких интервалов вблизи его максимальных значений, где приближение (a) достигает границы своей применимости, см. рис. 1b. При пиковых значениях напряжения (т.е. для $eV > 2\Delta$) диссипация должна перейти от субомической к преимущественно омической, что, тем не менее, не может повлиять на наши выводы.

Что касается условия адиабатичности (b), оно выполняется при условии, что напряжение $V(t)$ не из-

меняется существенно за время δt , которое требуется квазичастице, чтобы завершить цикл MAR, состоящий из $\sim 2N = 2\Delta/eV$ проходов через контакт. Поскольку каждое из таких проходов происходит в течение интервала времени $\sim 1/\Delta$, мы можем оценить $\delta t \sim N/\Delta \sim 1/eV$. Таким образом, предположение (b) оправдано при условии, что напряжение $V(t)$ изменяется медленно на временном масштабе $\sim 1/eV$. Используя вышеприведенные результаты, нетрудно проверить, что данное условие выполняется, если $eV(t)$ не превосходит Δ (см. рис. 1b), т.е. при $I - I_c \ll I_c$. Другими словами, область выполнения обоих наших предположений (a) и (b) по существу совпадает для выведенного здесь решения.

Теперь осталось оценить осциллирующие члены в выражении для $Y(\varphi)$ (16), которыми мы пренебрегли при выводе уравнения (19). Применяя как аналитические, так и численные расчеты, нетрудно проверить, что при $a - 1 \ll 1$ и достаточно большом, но конечном l_{\max} , вклад в ток от отброшенных членов оказывается малым (это свидетельствует, что в уравнении (17) мы действительно можем положить $Y(\varphi) \simeq 1$), за исключением узких окрестностей значений фазы $\varphi = \pi m$. Заметим, однако, что $eV(t)$ принимает значения $\sim \Delta$ в окрестностях этих фаз (см. рис. 1), вследствие чего $N = \Delta/eV \sim 1$ для таких значений φ . Вспоминая, что члены $\sim N^{1/3}$ в уравнении (14) могут быть получены только при $l \ll N$, мы заключаем, что всеми членами в выражении (16), за исключением $l = 0$, можно пренебречь, когда $N \sim 1$ и, следовательно, $Y(\varphi) = 1$ также для $\varphi \approx \pi m$. Это замечание завершает наш анализ.

4. Обсуждение. Вольт-амперные характеристики (12) и (24), выведенные соответственно в режимах заданного напряжения и заданного тока, изображены и сопоставлены на рис. 2.

Для того, чтобы сравнить наши результаты с недавними экспериментальными наблюдениями [8–10], необходимо иметь в виду, что использованная нами модель короткой баллистической слабой связи не в полной мере соответствует образцам, которые исследовались в данных экспериментах. Например, авторы [8] сообщают, что их джозефсоновские контакты на основе HgTe “не соответствуют ни короткому, ни баллистическому пределу”, поэтому они находятся в промежуточном режиме, описываемом эффективным коэффициентом прохождения $\mathcal{T} < 1$. Авторы [9], в свою очередь, оценивают средний коэффициент прохождения их джозефсоновских контактов, состоящих из алюминиевых электродов и квантовых ям InAs, как $\mathcal{T} \simeq 0.85$, в то время как наши расчеты исходили из $\mathcal{T} = 1$. Из чего непосред-

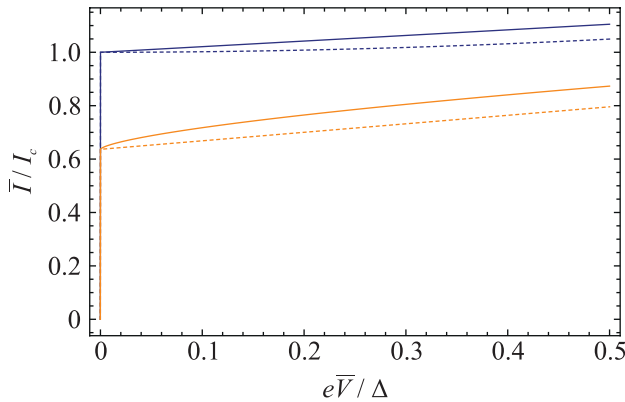


Рис. 2. (Цветной онлайн) Вольт-амперные характеристики короткого баллистического контакта в режимах заданного напряжения и заданного тока, определяемые соответственно выражениями (12) (сплошная оранжевая линия) и (24) (сплошная синяя линия). Для сравнения штриховыми линиями и теми же цветами проведены вольт-амперные характеристики в случае омической диссипации

ственно следует, что настоящая модель применима для описания экспериментальных результатов лишь при напряжениях, удовлетворяющих условию [14]

$$eV \gg (1 - \mathcal{T})\Delta, \quad (25)$$

при котором мала пертурбативная по $1 - \mathcal{T} \ll 1$ поправка к вольт-амперной характеристике полностью прозрачных контактов. Для объемной сверхпроводящей щели $\Delta \simeq 220$ мкэВ в экспериментах [9], мы приходим к оценке $(1 - \mathcal{T})\Delta/e \sim 0.033$ мВ и замечаем, что в согласии с выражением (25), линейная часть вольт-амперной характеристики начинается при напряжениях, превышающих это значение, см. вставку на рис. 1d работы [9].

Сходным образом, в экспериментах [8] с объемной щелью $\Delta \simeq 350$ мкэВ, линейный участок в зависимости среднего напряжения \bar{V} от заданного тока I наблюдался при напряжениях, превышающих ~ 0.1 мВ, см. вставку на рис. 4 этой работы. К сожалению, авторами [8] не была приведена надежная оценка коэффициента прохождения \mathcal{T} . Если для определенности мы будем исходить из довольно консервативной оценки $\mathcal{T} \gtrsim 0.9$, мы получим $(1 - \mathcal{T})\Delta/e \lesssim 0.035$ мВ. Эта оценка снова согласуется с экспериментальными данными [8], в частности с учетом дополнительных числовых префакторов [14].

Заметим, что при меньших напряжениях, т.е. вне области применимости нашей теории (25), в обоих экспериментах [8, 9] наблюдался гистерезис вольт-амперных характеристик. Такое поведение довольно характерно для сверхпроводящих слабых связей

и может быть объяснено целым рядом причин, включая, например, эффекты нагрева или влияние емкостей. Подобный гистерезис не получается в нашей модели, что никоим образом не удивительно и не свидетельствует о противоречии с экспериментальными данными [8, 9].

Наблюдаемый линейный участок вольт-амперной характеристики может быть описан соотношением

$$d\bar{V}/dI = \gamma R_N, \quad (26)$$

где γ – числовой множитель, почти равный единице и примерно половине в экспериментах [8] и [9] соответственно. Другое указание на зависимость (26) было получено в экспериментах на джозефсоновских контактах с квантовыми ямами Al/InAs [10]. Как следует из рис. S2b этой работы, дифференциальное сопротивление осциллирует около постоянного значения $\sim R_N$, когда ток превышает критический (в статье [10] отмечено, что “многочисленные пики и провалы ... связаны с многократными андреевскими отражениями”, что служит указанием на наличие нормального отражения, т.е. $\mathcal{T} < 1$, в этих экспериментах, см. также рис. 3 статьи [14]). В данном случае можно оценить, что $\gamma \approx 0.6$.

Наблюдаемое соотношение (26) согласуется с нашим результатом (24) с точностью до численного множителя порядка единицы. Это согласие уже может считаться удовлетворительным (в особенности, если принять во внимание отличие нашей простой модели от образцов [8–10]), и оно может быть улучшено далее, если учесть два следующих обстоятельства. Во-первых, вспоминая выражение для нормальной проводимости контакта $1/R_N = \mathcal{N}\mathcal{T}e^2/\pi$, становится понятно, что численный множитель в выражении (24) нужно сравнивать с комбинацией $\gamma/\mathcal{T} > \gamma$, а не с γ . Во-вторых, как уже отмечалось, наш анализ несколько недооценивает диссипативные токи в непосредственной окрестности пиков напряжения. Соответственно, фактические пики должны быть несколько ниже изображенных на рис. 1b, и численный множитель в выражении (24) нужно скорректировать умножением на некоторое число < 1 . Дальнейшие эксперименты могут внести существенный вклад в проверку наших предсказаний.

В заключение, наши результаты показывают, что вольт-амперные характеристики сверхпроводящих слабых связей в режиме заданного тока и при достаточно низких напряжениях могут существенно зависеть от формы лидирующего диссипативного вклада в ток. Например, заменяя последнее слагае-

мое в правой части выражений (12) и (17) на $\propto V^q$, и повторяя те же шаги, мы приходим к

$$\bar{V} \propto (I - I_c)^{\frac{1}{q} - \frac{1}{2}}. \quad (27)$$

Это соотношение объединяет как наш результат (24), так и корневую зависимость [7], полученную в омическом пределе.

1. M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, 2nd ed., McGraw-Hill, N.Y. (1996).
2. A. Barone and G. Paterno, *Physics and Applications of the Josephson Effect*, John Wiley & Sons, N.Y. (1982).
3. K. K. Likharev, *Dynamics of Josephson Junctions and Circuits*, Gordon and Breach, N.Y. (1986).
4. M. Octavio, M. Tinkham, G. E. Blonder, and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **27**, 6739 (1983).
5. U. Günsenheimer and A. D. Zaikin, *Phys. Rev. B* **50**, 6317 (1994).
6. D. Averin and A. Bardas, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1831 (1995).
7. D. Averin and A. Bardas, *Phys. Rev. B* **53**, R1705 (1996).
8. E. Bocquillon, J. Wiedenmann, R. S. Deacon, T. M. Klapwijk, H. Buhmann, and L. W. Molenkamp, *Microwave studies of the fractional Josephson effect in HgTe-based Josephson junctions*, in *Topological Matter*, ed. by D. Bercioux, J. Cayssol, M. Vergniory, and M. Reyes Calvo, Springer Series in Solid-State Sciences, Springer, Cham, Switzerland (2018), v. 190, p. 115.
9. M. C. Dartailh, J. J. Cuzzo, B. H. Elfeky, W. Mayer, J. Yuan, K. S. Wickramasinghe, E. Rossi, and J. Shabani, *Nat. Comm.* **12**, 78 (2021).
10. P. Zhang, S. Mudi, M. Pendharkar, J. S. Lee, C. P. Dempsey, A. P. McFadden, S. D. Harrington, J. T. Dong, H. Wu, A.-H. Chen, M. Hocevar, C. J. Palmström, and S. M. Frolov, arXiv:2211.08710v1.
11. A. V. Galaktionov and A. D. Zaikin, *Phys. Rev. B* **104**, 054521 (2021).
12. J. C. Cuevas, A. Martín-Rodero, and A. Levy Yeyati, *Phys. Rev. B* **54**, 7366 (1996).
13. I. O. Kulik and A. N. Omel'yanchuk, *Fizika Nizkikh Temperatur* **3**, 945 (1977) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **3**, 459 (1977)].
14. A. V. Galaktionov and A. D. Zaikin, *Phys. Rev. B* **107**, 214507 (2023).