

Нестабильность БКШ двухслойной системы компози́тных фермионов

Ю. Е. Лозовик¹⁾, И. В. Овчинников

Институт спектроскопии РАН, 142190 Троицк, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 17 ноября 2003 г.

Рассматривается неустойчивость относительно спаривания двухслойной системы электронов, находящейся в сильном магнитном поле с четным дробным заполнением $\nu = 1/2m$ (m – целое число) нижайшего уровня Ландау в каждом из слоев. Анализируется предел большого расстояния d между слоями. Микроскопический анализ проводится в эйкональном приближении, в формализме компози́тных фермионов. Как оказалось, условие неустойчивости по отношению к спариванию в рамках рассматриваемой модели не зависит от d . Маргинальность системы компози́тных фермионов приводит к тому, что неустойчивость по отношению к спариванию в канале частица–частица (канал БКШ) возникает лишь при $\eta < 2$ или при $\eta = 2$, но $Mv_0 > 43$, где η и v_0 – параметры предполагаемого межэлектронного взаимодействия, $v \propto v_0/r^\eta$, а M – зонная электронная масса. В канале частица–дырка (канал волны изоспиновой плотности) неустойчивости нет.

PACS: 11.15.–q, 73.21.–b, 73.43.Nq

Двухслойная электронная система в условиях дробного квантового эффекта Холла привлекает в последнее десятилетие значительное внимание [1, 2]. Эта система имеет много общего с двухслойной электрон-дырочной системой, в частности, в сильных магнитных полях, в которой были предсказаны сверхтекучесть, эффекты Джозефсона и т.п. (см. [3] и цитированную там литературу). Недавнее экспериментальное обнаружение эффектов в двухслойной электронной системе [4], напоминающих эффект Джозефсона, еще более стимулировало теоретические исследования в этом направлении [5, 6].

Основное состояние системы зависит от расстояния между слоями, d , и туннелирования между слоями, которое может быть охарактеризовано величиной расщепления Δ_{sas} симметричных и антисимметричных одночастичных состояний в слоях. Основное состояние системы очевидно в двух пределах. При больших Δ_{sas} электроны заселяют нижайшее симметричное состояние и два слоя ведут себя как один слой в режиме заполнения $\nu = m^{-1}$. При нулевом туннелировании и малых d ($d \ll l_b$, где $l_b = \sqrt{\hbar c/eH}$ – циклотронный радиус) основным состоянием является состояние Гальперина (m, m, m) .

В реальных образцах Δ_{sas} экспоненциально убывает при увеличении d . Эволюция основного состояния при увеличении d (в пренебрежении Δ_{sas}) является на данный момент предметом разногласия. Именно, не ясно, существует ли квантовый переход

при увеличении d из состояния Гальперина (m, m, m) в состояние Гальперина $(2m, 2m, 0)$, которое является состоянием нескоррелированных слоев, каждый из которых находится в режиме $\nu = 1/2m$. В терминах компози́тных фермионов такой переход означал бы существование неустойчивости БКШ при $d < d_c$, где d_c – некоторое критическое расстояние между слоями, и отсутствие неустойчивости при $d > d_c$. Чтобы ответить на этот вопрос, в этой работе мы исследуем неустойчивость состояния $(2m, 2m, 0)$ относительно спаривания компози́тных фермионов из разных слоев при большом расстоянии между слоями d . Основной сложностью при рассмотрении спаривания двух систем компози́тных фермионов является то, что отдельно взятый слой компози́тных фермионов является не *нормальной*, а *маргинальной* фермижидкостью. Это означает, что затухание квазичастиц на ферми-поверхности одного порядка с энергией квазичастицы, а это может препятствовать спариванию. В случае нормальных фермижидкостей такой проблемы не возникает, поскольку при наличии сколь угодно слабого притяжения между двумя квазичастицами на ферми-поверхности связанное состояние всегда существует и при нулевой температуре система всегда неустойчива относительно спаривания.

Как будет ясно ниже, в длинноволновом пределе спаривательные и маргинальные поправки определяются одним и тем же пропагатором калибровочного поля, что диктует необходимость учитывать их в равной степени. Кроме того, необходимо

¹⁾e-mail: lozovik@isan.troitsk.ru

учесть все так называемые “наиболее пересекающиеся” диаграммы, которые являются в данной задаче наиболее существенными [7]. Оба требования можно учесть, воспользовавшись эйкональным приближением [8], развитым для двумерных систем с сингулярным взаимодействием типа ток–ток [9].

Рассмотрим основное состояние двумерной электронной системы в перпендикулярном магнитном поле при условии заполнения $\nu = 1/2m$ в каждом из слоев. Мы пренебрегаем туннелированием между слоями и предполагаем, что оба слоя имеют одинаковую плотность ρ , массу электрона M и, следовательно, химический потенциал μ . После добавления $2m$ квантов потока к каждому из электронов мы приходим к плотности лагранжиана композитных фермионов, связанных с калибровочным полем Черна–Саймонса [10]

$$\mathcal{L} = \psi^{(\alpha)\dagger} \left(i\mathcal{D}_0^{(\alpha)} - \frac{(-i\mathcal{D}^{(\alpha)})^2}{2M} \right) \psi^{(\alpha)} + \zeta a_0^{(\alpha)} \boldsymbol{\partial} \times \mathbf{a}^{(\alpha)} - \frac{1}{2} \int d\mathbf{r}' |\psi^{(\alpha)}|^2(\mathbf{r}) v^{(\alpha\beta)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |\psi^{(\beta)}|^2(\mathbf{r}').$$

Здесь греческие индексы, по которым подразумевается суммирование, нумеруют слои $\alpha, \beta = 1, 2$; $\zeta = 1/4\pi m$; $(a_0^{(\alpha)}, \mathbf{a}^{(\alpha)})$ – калибровочные поля в слоях; $i\mathcal{D}_0^{(\alpha)} = i\partial_0 - a_0^{(\alpha)} + \mu$, $-i\mathcal{D}^{(\alpha)} = -i\boldsymbol{\partial} - \mathbf{a}^{(\alpha)}$; второй член в правой части есть член Черна–Саймонса в радиационной калибровке, $\boldsymbol{\partial}\mathbf{a}^{(\alpha)} = 0$, которую мы используем. Потенциал межэлектронного взаимодействия имеет вид $v^{(\alpha\beta)}(\mathbf{r}) \propto v_0/(r^2 + d^2(1 - \delta_{\alpha,\beta}))^{\eta/2}$, где $\eta \geq 1$ (случаи $\eta = 1$ и $\eta \geq 2$ отвечают кулоновскому и короткодействующему взаимодействиям, соответственно). Фурье-компоненты потенциалов имеют вид $v^{(\alpha\beta)} = v_0 e^{-qd(1 - \delta_{\alpha,\beta})}/q^{2-\eta}$.

Для нахождения пропагатора калибровочного поля воспользуемся результатами, известными для однослойной системы композитных фермионов²⁾ при $\nu = 1/2m$. В низкочастотном и длинноволновом пределе времениподобная компонента калибровочного поля заэкранирована и поведение системы определяется лишь поперечной компонентой, поляризационный оператор которой равен [12] $\Pi = -\gamma(i|q_0|/q) + \chi_0 q^2$, где $\gamma = 2\rho/k_F$, $k_F = \sqrt{4\pi\rho}$ и $v_F = k_F/M$ – импульс и (неперенормированная) скорость Ферми, соответственно; $\chi_0 = (24\pi M)^{-1}$ – диамагнитная восприимчивость двумерной ферми-жидкости. Пропа-

гатор поперечной части калибровочного поля имеет следующую длинноволновую асимптотику:

$$D = (D_0^{-1} - \Pi)^{-1} = \left(\gamma \frac{i|q_0|}{q} - \chi_0 q^2 - \chi q^\eta \right)^{-1}, \quad (1)$$

где D_0 – “голый” пропагатор поля, равный $D_0^{-1} = -\zeta^2 q^2 v(q) \equiv -\chi q^\eta$, $\chi = \zeta^2 v_0$. Здесь и ниже в определениях пропагаторов поперечного калибровочного поля мы подразумеваем наличие множителя, отражающего поперечность калибровочного поля $\Delta_{ij}(\mathbf{q}) = \delta_{ij} - q_i q_j / q^2$, где индексы i, j нумеруют пространственные координаты $\{\hat{x}, \hat{y}\}$.

В двухслойной же системе пропагатор поперечного калибровочного поля становится матрицей по отношению к индексам слоев (α, β) , $D \rightarrow \hat{D} \equiv D^{(\alpha\beta)}$. “Голой” пропагатор имеет вид $\hat{D}_0^{-1} = -\zeta^2 q^2 v^{(\alpha\beta)}(q)$. Поляризационный оператор диагонален по отношению к индексам слоев $\hat{\Pi} = \Pi \hat{E}$, где \hat{E} – единичная матрица 2×2 . Таким образом, пропагатор поперечного поля имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{D} &= [\hat{D}_0^{-1} - \hat{\Pi}]^{-1} = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{E}^+}{\gamma \frac{i|q_0|}{q} - \chi_0 q^2 - \chi q^\eta (1 + e^{-dq})} + \frac{\hat{E}^-}{\gamma \frac{i|q_0|}{q} - \chi_0 q^2 - \chi q^\eta (1 - e^{-dq})} \right), \\ \hat{E}^+ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{E}^- = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Диагональные элементы в обоих членах ответственны за сингулярные собственно-энергетические поправки, то есть за маргинальность ферми-жидкостей в обоих слоях. Недиагональные элементы ответственны за межслоевые взаимодействия между композитными фермионами. Недиагональные элементы первого и второго членов отличаются знаком и, соответственно, определяют отталкивание и притяжение между композитными фермионами из разных слоев, связанные с синфазными и противофазными флуктуациями их плотности.

Расстояние между слоями d является естественным масштабом для системы. В пределе $qd \gg 1$ восстанавливается картина двух не взаимодействующих слоев, каждый из которых связан со своим калибровочным полем:

$$\hat{D} = D \hat{E} + O(e^{-dq}) \quad (2)$$

²⁾ Однослойная система двумерных композитных фермионов, взаимодействующих с калибровочным полем, принадлежит классу ферми-систем с сильным рассеянием вперед (см., например, обзор [11]).

с D из (1). Эти “быстрые” степени свободы ($q > d^{-1}$) в двух “невзаимодействующих” слоях могут быть интегрированы, оставляя слои нормальными ферми-жидкостями, перенормируя, однако, ферми-скорости и/или константу связи. Ниже станет ясно, что эта коротковолновая перенормировка не влияет на наш анализ, и по этой причине мы не вводим дополнительного обозначения для перенормированной v_F .

Теперь остается учесть моды калибровочного поля, принадлежащие обратному пределу ($qd \ll 1$). Здесь главная сингулярная часть пропагатора зависит от параметра η :

$$\hat{D} = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\hat{E}^-}{\gamma \frac{i|q_0|}{q} - \chi' q^2}, & \eta < 2, \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{E}^+}{\gamma(i|q_0|/q) - (\chi_0 + 2\chi)q^2} + \right. & \eta = 2, \\ \left. + \frac{\hat{E}^-}{\gamma(i|q_0|/q) - \chi_0 q^2} \right), & \eta > 2, \\ \hat{E}D, & \eta > 2, \end{cases} \quad (3)$$

где $\chi' = \chi_0$ при $\eta > 1$, и $\chi' = \chi_0 + d\chi$ при $\eta = 1$, а D в последней строчке определено в (1). Мы видим, что в случае короткодействия, $\eta = 2$, по сравнению со случаем дальнего действия, $\eta < 2$, выживает не только член, ответственный за межслоевое притяжение, но и член, ответственный за межслоевое отталкивание. Поэтому в этом случае условие неустойчивости может зависеть от их количественного отношения, то есть от параметра $\chi/\chi_0 \propto Mv_0$ (см. условие (8) ниже). В случае же $\eta > 2$ восстанавливается картина невзаимодействующих слоев. В последних системах не может возникнуть неустойчивость БКШ, и исследование этого случая на этом мы прекращаем.

Для фермиона, живущего около некоторой точки ферми-поверхности $k_F \mathbf{e}$ (\mathbf{e} – единичный вектор), можно линеаризовать дисперсию $\xi(\mathbf{p}) = p^2/2m - \mu \approx \mathbf{n}(\mathbf{p} - k_F \mathbf{e})$, $\mathbf{n} \equiv v_F \mathbf{e}$. Мы также сместим точку отсчета фермионного импульса \mathbf{p} в эту точку поверхности Ферми, так что $\xi(\mathbf{p}) = \mathbf{n}\mathbf{p}$ и $p/k_F \ll 1$. Отныне фермионные импульсы отсчитываются от точки ферми-поверхности, рядом с которой живет данный фермион.

Нас интересуют каналы частица–частица и частица–дырка. Неустойчивость, если существует, должна возникать в одновременных корреляторах с нулевым переданным импульсом:

$$L_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^{\pm}(t) = \begin{cases} \langle \hat{\psi}_{1, \mathbf{p}}(t) \hat{\psi}_{2, \mathbf{p}'}(t) \hat{\psi}_{1, \mathbf{p}}^{\dagger}(0) \hat{\psi}_{2, \mathbf{p}'}^{\dagger}(0) \rangle, \\ \langle \hat{\psi}_{1, \mathbf{p}}(t) \hat{\psi}_{2, \mathbf{p}'}^{\dagger}(t) \hat{\psi}_{1, \mathbf{p}}^{\dagger}(0) \hat{\psi}_{2, \mathbf{p}'}(0) \rangle. \end{cases}$$

Здесь и далее знаки \pm соответствуют каналам частица–частица и частица–дырка, а штрихованные и нештрихованные переменные – частице в первом слое и частице или дырке во втором слое.

Как мы уже говорили, мы воспользуемся эйкональным приближением, которое было развито для двумерных фермионных систем, связанных с калибровочным полем, в работе [8]. Этот подход аналогичен подходу Свидзинского, который, воспользовавшись методом собственного времени Фока, точно решил модель Блоха–Нордзика [13].

Выражения для интересующих нас корреляторов в эйкональном приближении и с использованием введенных ранее обозначений выглядят так:

$$L_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}^{\pm}(t) = \pm \int_{\mathbf{r}} \exp \left\{ -i(\mathbf{n}\mathbf{p} \pm \mathbf{n}'\mathbf{p}')t - \right. \\ \left. - i \iint_{\mathbf{q}; t_1, t_1'} \text{Tr}(\hat{D}(t_1' - t_1) \hat{S} \hat{\Theta}) \right\}, \\ \hat{\Theta}^{\alpha\beta} = \text{Diag} \{ \theta(\mathbf{n}(\mathbf{p} - \mathbf{q})); \theta(\pm \mathbf{n}'(\mathbf{p}' \mp \mathbf{q})) \}, \quad (4) \\ \hat{S}^{\alpha\beta} = \Delta_{ij}(\mathbf{q}) a_i^{\alpha}(t_1') a_j^{\beta}(t_1)^*, \\ a_i^{\alpha}(t) = [\mathbf{n}_i e^{i\mathbf{n}\mathbf{q}t}; \pm \mathbf{n}'_i e^{i\mathbf{n}'\mathbf{q}t} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}].$$

Здесь звездочка означает комплексное сопряжение; интегрирование по дополнительной переменной \mathbf{r} обеспечивает нулевую передачу импульса; знак взятия следа относится к слоевым индексам; $t > t_1 > t_1' > 0$.

Следуя [14], заметим, что в случае линеаризованной фермионной дисперсии, фермионный пропагатор не зависит от перпендикулярной (к \mathbf{n}) компоненты переданного импульса, q_{\perp} . Таким образом, q_{\perp} входит только через зависимость пропагатора виртуальных квантов калибровочного поля, и мы можем независимо проинтегрировать все такие пропагаторы по q_{\perp} . Введем

$$\tilde{D}(q_0) = \frac{1}{2} \int_{q_{\perp}} \frac{(q_{\perp}/q)^2}{\gamma \frac{i|q_0|}{q} - \chi' q^{\tilde{\eta}}} \approx -C \left(\frac{i}{|q_0|} \right)^{\xi}, \quad (5) \\ \tilde{D}(t) = \int_{q_0} e^{-iq_0 t} \tilde{D}(q_0) = -\tilde{C} i^{\xi} |t|^{\xi-1},$$

где $C = \gamma^{-\xi} \chi'^{-(1-\xi)} (1 - \xi)/2 \sin(\pi\xi)$, $\tilde{C} = C \sin(\frac{\pi}{2}\xi) \Gamma(1-\xi)/\pi$ и параметр $\xi = (\tilde{\eta} - 1)/(\tilde{\eta} + 1) = 1/3$ введен для удобства ($\tilde{\eta}$ – степень, с которой входит q в определение D в (3), то есть $\tilde{\eta} \equiv 2$ ($\tilde{\eta}$ отличается от параметра затравочного взаимодействия

между электронами η)³⁾. Усредненный пропагатор можно представить как

$$\hat{D} = \tilde{D}(\hat{E}^- + \alpha \hat{E}^+). \quad (6)$$

Здесь $\alpha = 0$ и $\alpha = (1 + 2\chi/\chi_0)^{-(1-\xi)}$ для систем с дально- и ближкодействиями, соответственно. Использование усредненного пропагатора эффективно сводит задачу к одномерной, и далее все фермионные импульсы одномерны ($p \equiv p_{\parallel}$).

В каналах частица–частица (+) и частица–дырка (–) необходимо положить $\mathbf{n} = \mp \mathbf{n}'$, соответственно. Используя (4) и (6), получаем следующее выражение для корреляторов

$$L_{p,p'}^{\pm}(t) = \pm v_F e^{-i(p-p')t} \int_r e^{\phi_{p,p'}^{\pm}(t,r)}, \quad (7)$$

где функция ϕ дается выражением

$$\begin{aligned} \phi_{p,p'}^{\pm}(t,r) = & \frac{-v_F}{2\pi} \iint_{t_1, t_1'} \tilde{D}(t_1' - t_1) \times \\ & \times \left\{ (1 + \alpha) \frac{e^{i\mathbf{n}\mathbf{p}(t_1' - t_1)} + e^{\pm i\mathbf{n}'\mathbf{p}'(t_1' - t_1)}}{(t_1' - t_1) - i\delta} + \right. \\ & \left. + (1 - \alpha) \left(\frac{e^{i\mathbf{n}\mathbf{p}(r \mp (t_1' \pm t_1))}}{r \mp (t_1' \pm t_1) - i\delta} \pm \frac{e^{i\mathbf{n}'\mathbf{p}'(r - (t_1' \pm t_1))}}{r - (t_1' \pm t_1) \pm i\delta} \right) \right\} \end{aligned}$$

с \tilde{D} из (5). Здесь мы также сделали замену $r/v_F \rightarrow r$. Это выражение состоит из двух членов. Член, не зависящий от r , соответствует диагональным элементам пропагатора, то есть он учитывает маргинальные поправки, связанные с виртуальными квантами калибровочного поля, которые начинаются и заканчиваются на одной и той же фермионной линии. Второй член соответствует недиагональным элементам пропагатора калибровочного поля, то есть он учитывает обмен квантами между фермионными линиями.

Чтобы обнаружить нестабильность, достаточно рассмотреть частицы, находящиеся непосредственно на ферми-поверхностях, то есть случай $p, p' \rightarrow 0$ ($\phi^{\pm}(t, r) \equiv \phi_{0,0}^{\pm}(t, r)$):

$$\begin{aligned} \phi^{\pm}(t, r) = & \tilde{g} t^{\xi} F^{\pm}(r/t - 1/2(1 \pm 1)), \\ F^{\pm}(x) = & i^{\xi} \left[\frac{2(1 + \alpha)}{\xi(\xi - 1)} + (1 - \alpha) f^{\pm}(x) \right], \\ f^{+}(x) = & \frac{{}_2F_1(1, 1; 2 + \xi|1/x) - (x \rightarrow -x)}{\xi(\xi + 1)x}, \\ f^{-}(x) = & \left(\frac{{}_2F_1(1, 1 - \xi; 2 - \xi|x)}{1 - \xi} - \right. \\ & \left. - \frac{{}_2F_1(1, 1 + \xi; 2 + \xi|1/x)}{(\xi + 1)x} \right) - (x \rightarrow -x). \end{aligned}$$

Здесь $\tilde{g} = v_F \tilde{C}/2\pi$ и ${}_2F_1(x)$ означает гипергеометрическую функцию.

Нестабильность возникнет тогда, когда хотя бы для какого-нибудь значения отношения r/t реальная часть функции ϕ стремится к $+\infty$ при $t \rightarrow +\infty$. При этом выражение (7) будет экспоненциально расходить при $t \rightarrow +\infty$. Этот критерий можно записать в следующем виде:

$$\max_{x \in (-\infty, \infty)} \operatorname{Re} F^{\pm}(x) = \operatorname{Re} F^{\pm}(1) > 0.$$

Справедливость знака равенства в этом выражении, то есть тот факт, что функция $\operatorname{Re} F^{\pm}(x)$ принимает свое максимальное значение при $x = 1$, непосредственно видна на рисунке. Результатом нашего исследования, как можно видеть из рисунка, является следующее:

1) канал частица–частица (БКШ канал) содержит нестабильность в случае дальнодействия ($\tilde{\eta} = 2 < \tilde{\eta}_0 \approx 2.1988, \alpha = 0$) и в случае короткодействия ($\tilde{\eta} = 2 < \tilde{\eta}_0 \approx 2.1988, \alpha > 0$), но при $\alpha > \alpha_0 \approx 0.083$ или, что то же, при

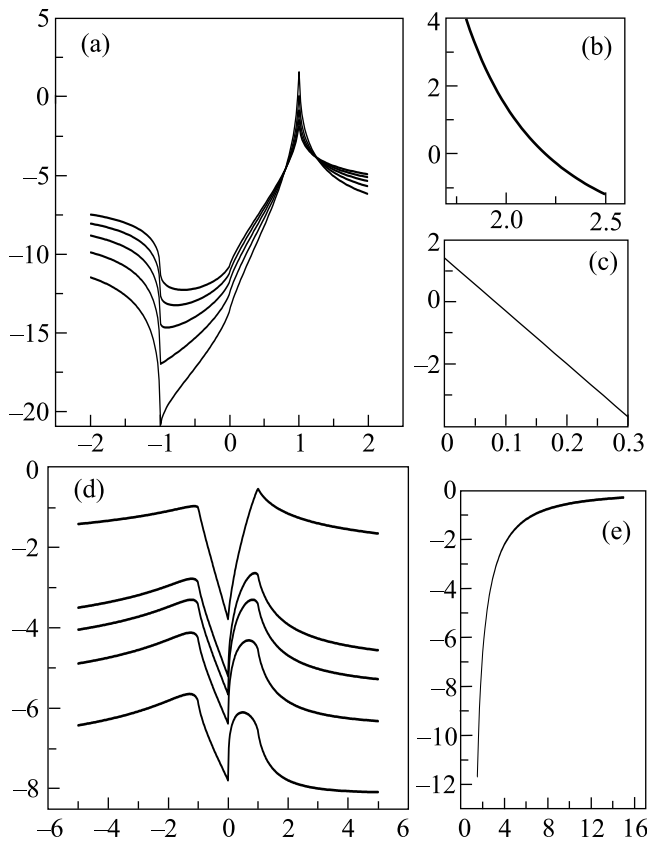
$$Mv_0 > \frac{\pi}{3} \left(\alpha_0^{-1/(1-\xi)} - 1 \right) \approx 43; \quad (8)$$

2) канал частица–дырка (волна спиновой плотности) нестабильностей не содержит.

Тот факт, что условие нестабильности не зависит от расстояния между слоями, d , является вполне естественным. Притяжение между композитными фермионами из разных слоев, которое определяется несимметричными флуктуациями плотности, возникает только на латеральных расстояниях, значительно превышающих d . На таких расстояниях электрон-электронное взаимодействие “не видит” различия между слоями и, следовательно, условие нестабильности не должно зависеть от d .

Возникающая благодаря спариванию щель должна уменьшаться с ростом d [5]. В нормальной ферми-жидкости щель может быть разрушена (по аналогии

³⁾ Случай $\tilde{\eta} \neq 2$ не отвечает физической системе, однако мы оставим параметры $\tilde{\eta}$ и/или ξ , вместо их численных значений для общности.



Случай дальнего действия ($\alpha = 0$). Функция $\text{Re } F^+(x)$ для $\tilde{\eta} = 1.8; 2; 2.2; 2.4; 2.6$. (b) $\text{Re } F^+(1)$ как функция $\tilde{\eta}$; $\text{Re } F^+(1) > 0$ при $\tilde{\eta} < \tilde{\eta}_0 \approx 2.1988$. (c) Случай короткого действия ($\tilde{\eta} = 2, \alpha > 0$), $\text{Re } F^+(1)$ как функция $\alpha > 0$; $\text{Re } F^+(1) > 0$ при $\alpha < \alpha_0 \approx 0.083$. (d) Функция $\text{Re } F^-(x)$ для $\tilde{\eta} = 2; 2.5; 3; 3.5; 10$. (e) $\text{Re } F^-(1)$ как функция $\tilde{\eta}$

с другими двухслойными ферми-системами, см., например, [3] и цитированную там литературу) наличием беспорядка, асимметричного относительно слоев. Щель также может быть разрушена [15] различием форм ферми-поверхностей в слоях, например, благодаря анизотропии массового тензора [16]. Понятно, что спаривание между двумя *маргинальными* ферми-жидкостями является еще более хрупким. Таким образом, в реальных системах должно существовать некоторое критическое d_c , при котором нестабильность пропадает.

При $\eta = 2, Mv_0 < 43$, или $\eta > 2$ маргинальность жидкостей композитных фермионов уничтожает нестабильность двухслойной системы относительно спаривания при больших d . В частности, нестабильность должна отсутствовать в системах, расположенных рядом с металлическими поверхностями, где силы изображения делают эффективное межэлектронное взаимодействие диполь-дипольным

($\eta = 3$). В таких системах при больших межслоевых расстояниях устойчивым является состояние $(2m, 2m, 0)$ (поэтому на промежуточных расстояниях должен произойти квантовый переход $(2m, 2m, 0) \leftrightarrow (m, m, m)$).

Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований и ИНТАС.

1. J. P. Eisenstein, S. M. Girvin, and A. H. MacDonald, в *Perspectives in Quantum Hall Effects*, Eds. S. Das Sarma and A. Pinczuk, Wiley, New York, 1997, и цит. там литература.
2. T. Chakraborty and P. Pietilainen, Phys. Rev. Lett. **59**, 2784 (1987); Y. W. Suen, L. W. Engel, M. B. Santos et al., Phys. Rev. Lett. **68**, 1379 (1992); J. P. Eisenstein, G. S. Boebinger, L. N. Pfeiffer et al., Phys. Rev. Lett. **68**, 1383 (1992); H. A. Fertig, Phys. Rev. **B40**, 1087 (1989); A. H. MacDonald, P. M. Platzman, and G. S. Boebinger, Phys. Rev. Lett. **65**, 775 (1990); R. Cote, L. Brey, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. **B46**, 10239 (1992); X. G. Wen and A. Zee, Phys. Rev. Lett. **69**, 1811 (1992); Phys. Rev. **B47**, 2265 (1993); Z. Ezawa and A. Iwazaki, Phys. Rev. **B48**, 15189 (1993); S. He, S. Das Sarma, and X. C. Xie, Phys. Rev. **B47**, 4394 (1993); K. Moon, H. Mori, K. Yang et al., Phys. Rev. **B51**, 5138 (1995); A. Stern, S. Das Sarma, M. P. A. Fisher, and S. M. Girvin, Phys. Rev. Lett. **84**, 139 (2000).
3. Yu. E. Lozovik, O. L. Berman, and V. G. Tsvetov, Phys. Rev. **B59**, 5627 (1999); Yu. E. Lozovik and O. L. Berman, JETP Lett. **64**, 573 (1996); Yu. E. Lozovik and V. I. Yudson, JETP Lett. **22**, 274 (1975).
4. I. B. Spielman, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **84**, 5808 (2000).
5. N. E. Bonesteel, Phys. Rev. **B48**, 11484 (1993); N. E. Bonesteel, I. A. MacDonald, and C. Nayak, Phys. Rev. Lett. **77**, 3009 (1996); T. Morinari, Phys. Rev. Lett. **81**, 3741 (1998).
6. L. Balents and L. Radzihovsky, Phys. Rev. Lett. **86**, 1825 (2001); A. Stern, S. M. Girvin, A. H. MacDonald, and N. Ma, Phys. Rev. Lett. **86**, 1829 (2001); M. M. Fogler and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **86**, 1833 (2001); J. Schliemann, S. M. Girvin, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. Lett. **86**, 1849 (2001); C. B. Hanna, Phys. Rev. **B66**, 165325 (2002); A. A. Burkov and A. H. MacDonald, Phys. Rev. **B66**, 115320 (2002); E. Demler, C. Nayak, H.-Y. Kee et al., Phys. Rev. **B65**, 155103 (2002); Y. B. Kim, C. Nayak, E. Demler et al., Phys. Rev. **B63**, 205315 (2001).
7. P. W. Anderson, Phys. Rev. Lett. **65**, 2306 (1990); **66**, 3226 (1991); **67**, 2092 (1991); P. C. E. Stamp, Phys. Rev. Lett. **68**, 2180 (1992).
8. D. V. Khveshchenko and P. C. E. Stamp, Phys. Rev. Lett. **71**, 2118 (1993); Phys. Rev. **B49**, 5227 (1994).

9. J. Gan and E. Wong, Phys. Rev. Lett. **71**, 4226 (1993); B. Blok and H. Monien, Phys. Rev. **B47**, 3454 (1993); C. Nayak and F. Wilczek, Nuclear Physics **B417**, 359 (1994).
10. J. K. Jain, Phys. Rev. Lett. **63**, 199 (1989); Phys. Rev. **B40**, 8079 (1989); B. I. Halperin, P. A. Lee, and N. Read, Phys. Rev. **B47**, 7312 (1993).
11. W. Metzner, C. Castellani, and C. Di Castro, Adv. Phys. **47**, 317 (1998) [cond-mat/9701012].
12. Y. B. Kim, A. Fukusaki, X.-G. Wen, and P. A. Lee, Phys. Rev. **B50**, 17917 (1994).
13. A. V. Svidzinsky, ZhETF **31**, 324 (1957) [JETP **4**, 179 (1957)]; V. A. Fock, Sow. Phys. **12**, 404 (1937); F. Bloch and A. Nordsieck, Phys. Rev. **52**, 54 (1937).
14. C. Castellani, C. Di Castro, and W. Metzner, Phys. Rev. Lett. **72**, 316 (1994); B. L. Altshuler, L. B. Ioffe, and A. J. Millis, Phys. Rev. **B50**, 14048 (1994).
15. Yu. E. Lozovik and V. I. Yudson, Solid State Phys. **17**, 1613 (1975).
16. D. B. Balagurov and Yu. E. Lozovik, Phys. Rev. **B62**, 1481 (2000).