

# Проверка модели “бегущей аксиальной массы” на данных по рассеянию мюонных нейтрино на ядрах в ближнем детекторе NOvA

И. Д. Какорин<sup>\*1)</sup>, В. А. Наумов<sup>\*1)</sup>, О. Б. Самойлов<sup>+\*1)</sup>

<sup>\*</sup>Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

<sup>+</sup>Институт ядерных исследований РАН, 117312 Москва, Россия

Поступила в редакцию 17 апреля 2024 г.

После переработки 23 апреля 2024 г.

Принята к публикации 25 апреля 2024 г.

Феноменологическая модель с “бегущей аксиальной массой” (MAgun) была ранее предложена для расчета сечений квазиупругих взаимодействий нейтрино и антинейтрино с ядрами. Ее особенностью является простота имплементации в нейтринных генераторах, а значения всего лишь двух ее свободных параметров были получены из глобального фита экспериментальных данных по полным и дифференциальным сечениям квазиупругих взаимодействий (анти)нейтрино с различными ядерными мишенями. В данной статье представлено сравнение полного и дифференциальных сечений рассеяния мюонных нейтрино, измеренных в ближнем детекторе эксперимента NOvA с результатами симулирования, выполненного с помощью монте-карловского генератора нейтринных событий GENIE v.3.4.0, в котором предусмотрена возможность использования модели MAgun как одной из опций.

DOI: 10.31857/S1234567824110016, EDN: ZHIGKW

**Введение.** Детальное экспериментальное и теоретическое изучение сечений взаимодействия нейтрино с ядрами в широкой кинематической области необходимо для проверки Стандартной Модели (СМ) и инспирированной ею феноменологии, для многочисленных астрофизических приложений, а также для обработки и интерпретации экспериментов, изучающих свойства нейтрино за пределами СМ, в частности, экспериментов по нейтринным осцилляциям.

В современных ускорительных экспериментах с длинной базой и двумя детекторами – ближним и дальним (как, например, в NOvA [1] и T2K [2]) практикуется тонкая настройка модели взаимодействия на данные измерений ближнего детектора. Такая настройка, безусловно, необходима, но все же не позволяет полностью устранить неопределенности модели при ее экстраполяции на дальний детектор, в который нейтрино приходят лишь из малого телесного угла вблизи оси пучка и, следовательно, работающий с энергетическим спектром нейтрино, искаженным по сравнению со спектром в ближнем детекторе, даже если детекторы расположены соосно.

При совместном анализе нескольких экспериментов, индивидуальные настройки моделей взаимодействия тем более не работают по очевидным причинам. С другой стороны, планируемые экспери-

менты следующего поколения, такие как DUNE [3], T2HK [4], T2HKK [5], P2O [6], потребуют качественно, в разы увеличить точность расчета сечений. Современное состояние теории пока этого не позволяет. Поэтому на данном этапе для совместного анализа осцилляционных экспериментов представляется необходимым применение имеющихся универсальных (микроскопических и феноменологических) моделей, проверенных или отфитированных на возможно большем наборе данных независимых ускорительных экспериментов с разными мишенями в широком диапазоне энергий.

В работе проводится сравнение одной из таких феноменологических моделей [7–9], развитой для описания квазиупругого рассеяния нейтрино и антинейтрино на ядрах и имплементированной в монте-карловский генератор нейтринных событий GENIE [10], с недавно опубликованными результатами измерений взаимодействий мюонных нейтрино заряженным током в ближнем детекторе NOvA [1].

Данные эксперимента NOvA представлены в виде усредненных по спектру нейтрино инклюзивных сечений: двойного дифференциального  $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ , дифференциального  $d\sigma/dQ^2$ , а также отношения полного сечения,  $\sigma(E_\nu)$ , к энергии нейтрино  $E_\nu$ ; здесь  $T_\mu$  – кинетическая энергия мюона,  $\theta_\mu$  – угол его вылета относительно направления импульса нейтрино и  $Q^2$  – модуль квадрата 4-импульса переданного от нейтрино к мюону.

<sup>1)</sup>e-mail: kakorin@jinr.ru; vnaumov@theor.jinr.ru; samoylov@jinr.ru

В расчете сечений необходимо аккуратно учесть элементный состав детектора и энергетический спектр пучка  $\nu_\mu$ . Поскольку этот спектр сравнительно широк, события в детекторе генерируются при взаимодействиях многих типов – от квазиупругого до глубоко неупругого. Все они, как и вторичные взаимодействия с ядром адронов, рождающихся в неупругих столкновениях, моделируются с помощью генератора GENIE v.3.4.0, без какой-либо настройки на данные NOvA. Также обсуждается сравнение с предсказаниями нескольких других популярных моделей.

**1. Характеристики детектора и пучка NOvA.** Ближний детектор (ND) является трековым калориметром с размерами  $4 \times 4 \times 16$  м и активной массой 193 т, состоящим из вертикально и горизонтально ориентированных прямоугольных поливинилхлоридных ячеек с шириной 3.9 см, длиной 3.9 м и глубиной 6.6 см в направлении пучка, заполненных жидким сцинтиллятором – смесью из 95 % минерального масла и 5 % 1, 2, 4-триметилбензола с добавлением флуоресцентных светосмещающих добавок. В результате рабочий объем ND в массовых долях состоит из 67 % углерода, 16 % хлора, 11 % водорода, 3 % титана, 3 % кислорода и менее 1 % других элементов.

Укорительный комплекс NuMI (Neutrinos at Main Injector) лаборатории Ферми (США) в так называемой “нейтринной конфигурации” обеспечивает поток  $\nu_\mu$  с примесью 1.8 %  $\bar{\nu}_\mu$  и 0.7 %  $\nu_e + \bar{\nu}_e$  при  $E_\nu = 1-5$  ГэВ. Нейтрино и антинейтрино рождаются в 650-метровом распадном канале из распадов пионов, каонов и вторичных мюонов. Пионы и каоны рождаются при столкновениях протонов с энергией 120 ГэВ из Главного Инжектора (протонного синхротрона) с графитовой мишенью и фокусируются парой магнитных горнов. Ближний детектор расположен под углом 14.6 мрад к направлению центральной оси пучка нейтрино. Спектр  $\nu_\mu$  имеет характерный узкий “пионный” пик при энергии  $E_\nu \simeq 1.8$  ГэВ и широкий “каонный” пик при  $E_\nu \simeq 12$  ГэВ. При  $E_\nu = 20$  ГэВ интенсивность  $\nu_\mu$  уменьшается почти в 420 раз по сравнению с максимальным значением.

**2. Моделирование.** В генераторе GENIE v.3.4.0 столкновения (анти)нейтрино с ядрами разыгрываются независимо для каждого из каналов (квазиупругого, резонансного, глубоко неупругого, и т.д.) с использованием специализированных моделей и учетом их относительного вклада в суммарное число событий. Как правило, для каждого типа процессов в генераторе предусмотрено несколько взаимозаменяемых моделей, из которых строятся комплексные кон-

фигурации, так называемые СМС (Comprehensive Model Configurations).

Для симуляции квазиупругих событий мы использовали модель релятивистского Ферми-газа (РФГ) Смита–Моница [11] (с небольшим видоизменением [12] и уточненными значениями параметров РФГ – импульсов Ферми и энергий связи) с опцией “MARunAxialFormFactorModel”, подключающей эмпирическую модель с бегущей аксиальной массой (MARun). Данная модель была предложена для расчета сечений квазиупругих (CCQE) [7, 8] и квазиупруго-подобных (CCQE-like) [9] взаимодействий нейтрино и антинейтрино с ядрами, индуцированных заряженным током. Для этого в стандартной дипольной параметризации аксиального форм-фактора,  $F_A(Q^2) = F_A(0)/(1 + Q^2/M_A^2)^2$ , вместо постоянного параметра, – токовой аксиальной массы нуклона,  $M_A$ , предложено использовать зависящую от энергии нейтрино, “бегущую” аксиальную массу, которая в лаб. системе может быть параметризована простой зависимостью  $M_A^{\text{run}} = M_0(1 + E_0/E_\nu)$ . Здесь энергия  $E_\nu$ , трактуется как лоренц-инвариант,  $E_\nu = (s - M^2)/2M$ , где  $M$  – масса нуклона,  $s$  – переменная Мандельштама, а универсальные (не зависящие от ядра-мишени) константы  $M_0$  и  $E_0$  находятся из глобального фита имеющимся (на 2013 г.) ускорительных данных по CCQE и CCQE-like взаимодействиям (анти)нейтрино с ядрами, включая прецизионные результаты экспериментов NOMAD [13] (полные сечения) и MiniBooNE [14, 15] (дважды дифференциальные сечения).

Найденные в [8, 9] значения параметров равны  $M_0 = 1.008 \pm 0.025$  ГэВ,  $E_0 = 331_{-54}^{+57}$  МэВ. Постоянную  $M_0$  можно интерпретировать как токовую аксиальную массу, так как при высоких энергиях ( $E_\nu \gg \gg E_0$ ) с хорошей точностью можно пренебречь эффектами РФГ и считать, что рассеяние происходит на свободном нуклоне. Значение  $M_0$ , действительно, согласуется в пределах ошибок с величиной  $M_A^D = 1.003 \pm 0.083$  ГэВ, полученной из анализа данных на дейтериевых мишенях, в котором учитывались эффекты обменных мезонных токов (ОМТ) в приближении однопионного обмена в статическом пределе. Оно также согласуется с результатами предыдущих глобальных анализов [7, 12]. Кроме того, модель MARun вполне удовлетворительно описывает большой массив не вошедших в фит данных экспериментов T2K ND280 [16, 17] и MINERvA [18, 19] и MiniBooNE [14, 15, 20], где эффекты ОМТ эмпирически учитываются зависимостью  $M_A^{\text{run}}$  от энергии. Разумеется, модель не может претендовать на детальное описание данных в кинематических областях, в

которых вклад ОМТ доминирует (например, в данных по эксклюзивным и полуинклюзивным реакциям с регистрацией пары конечных нуклонов).

Для расчета нейтринорождения пионов использовалась модифицированная к особенностям генератора GENIE, “расширенная” модель Рейна–Сегал (РС) [21] – так называемая модель КЛН-БС (аббревиатура из начальных букв фамилий ее авторов [22, 23]). В этой модели была учтена поляризация и масса конечного заряженного лептона [22], а так же вклад пионного полюса в адронный аксиальный ток [23]. По ряду причин в текущей версии GENIE (как и в более ранних версиях) учтены не все аспекты КЛН-БС-модели. Наиболее важные модификации (часто это вынужденные упрощения) заключаются в следующем.

- Не учитывается интерференция между резонансами с одинаковыми спинами и орбитальными угловыми моментами конечного  $N\pi$  состояния, что позволяет сравнительно просто включить в моделирование множественное рождение пионов и других легких мезонов. Учет этих процессов необходим для корректного описания нейтринных взаимодействий в кинематической области промежуточной между резонансной и глубоко неупругой.
- Нерезонансный механизм рождения пионов, используемый в моделях РС и КЛН-БС, заменен в GENIE более универсальным полуэмпирическим механизмом шивки в вышеупомянутой промежуточной кинематической области.
- Во избежание “двойного счета”, отрезаны нефизические “хвосты” резонансов в области их пересечения.

В данном расчете была сделана еще два существенных изменения.

- Для брейт-вигнеровских функций, аппроксимирующих форму резонансов не используется введенная в [21] перенормировка. Детальная аргументация в пользу такого упрощения изложена в работе [24].
- Для важного параметра модели, так называемой “резонансной” аксиальной массы,  $M_A^{\text{RES}}$ , мы использовали значение  $1.18 \pm 0.07$  ГэВ, найденное из глобального фита данных по нейтринорождению одиночных пионов, полученных в экспериментах АНЛ, БНЛ, ФНАЛ и ЦЕРН с дейтериевыми и водородными пузырьковыми камерами [24]. Основными причинами отличия нового значения  $M_A^{\text{RES}}$  от используемого

в GENIE и в ряде других нейтринных генераторов значения “по умолчанию”  $1.12 \pm 0.06$  ГэВ, полученного в предыдущем глобальном анализе [25] (включающем также данные на ядрах тяжелее дейтерия), являются усовершенствование процедуры фитирования, учет современных данных по параметрам нуклонных и барионных резонансов (масс, полных и парциальных ширин) [26], корректировка части данных АНЛ и БНЛ [27], а так же совместное фитирование  $M_A^{\text{RES}}$  и параметра  $f_{\text{NRB}}$ , задающего общий масштаб для нерезонансного нейтринорождения одиночных пионов.

Для генерации событий от остальных вкладов (глубоко неупругого, когерентного, дифракционного и т.д.) использовались те же модели, что и в наборе настроек модели GENIE CMC G18\_10a [10].

**3. Сравнение экспериментальных данных с результатами Монте-Карло симуляции.** В расчетах мы использовали элементный состав мишени NOvA ND, обсуждавшийся выше, и энергетический спектр  $\nu_\mu$  с  $E_\nu < 20$  ГэВ из [1], но с более детальным биннингом. Приведенные ниже двойные и одинарные дифференциальные сечения следует понимать как инклюзивные сечения, усредненные по энергетическому спектру. На рисунке 1 представлено сравнение измеренного дважды дифференциального инклюзивного сечения,  $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ , с результатами Монте-Карло симулирования, выполненного в модели с “бегущей аксиальной массой”.

На рисунке 2 показаны аналогичные сравнения для дифференциального сечения  $d\sigma/dQ^2$  и отношения полного сечения  $\sigma(E_\nu)$  к энергии нейтрино. Гистограммы с разным типом штриховки показывают вклады трех основных процессов в инклюзивные сечения: квазиупругий (включая квазиупругоподобный), резонансное рождение одиночных пионов и глубоко неупругий. Суммарное сечение включает эти и все остальные, относительно небольшие вклады, такие как множественное рождение легких мезонов, когерентное и дифракционное взаимодействия, рождение чарма. Эти вклады наиболее заметны при малых углах,  $\cos\theta_\mu \gtrsim 0.98$ . Для всех типов взаимодействий учитываются эффекты внутриядерного каскадирования и взаимодействия в конечном состоянии, включенные в GENIE v.3.4.0.

Результат симулирования хорошо описывает данные, представленные на рис. 1 при  $0.50 < \cos\theta_\mu < 0.91$ . Вне этой области модель систематически недооценивает данные: для бионов с  $0.91 < \cos\theta_\mu < 0.99$  при сравнительно больших кинетических

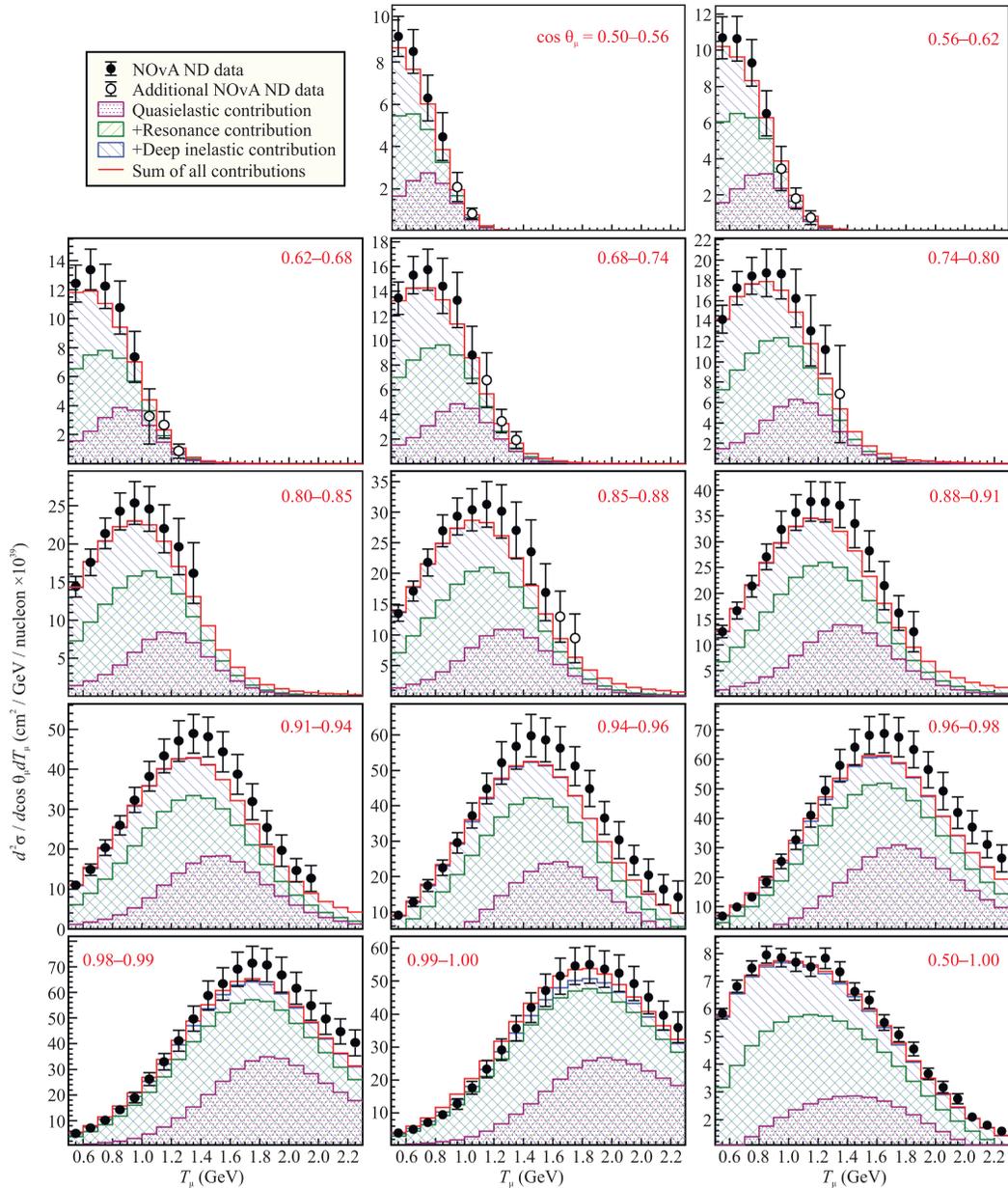


Рис. 1. (Цветной онлайн) Сравнение двойного дифференциального инклюзивного сечения рассеяния  $\nu_\mu$  на ядрах с заряженным током,  $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ , измеренного в ближнем детекторе NOvA [1], с результатами моделирования, выполненного с помощью МК генератора нейтринных событий GENIE v.3.4.0 с опцией “бегающая аксиальная масса” (MAxip); подробности моделирования приведены в основном тексте. Гистограммами с разной штриховкой показаны квазиупругий, резонансный и глубоко неупругий вклады в суммарное сечение (см. легенду). Черными точками показаны экспериментальные данные (с полными ошибками), вошедшие в окончательный анализ NOvA, а белыми – дополнительные данные. Каждая панель отвечает указанному интервалу значений  $\cos\theta_\mu$ . На нижней правой панели показано сечение, полученное объединением всех угловых интервалов

энергиях мюона (т.е. правее пиков), а для бинов с  $0.99 < \cos\theta_\mu < 1$  – при малых энергиях (т.е. левее пиков). Итоговое распределение, которое получается объединением всех угловых интервалов с  $\cos\theta_\mu > 0,5$  (нижняя правая панель рис. 1), недооценивает экспериментальные данные примерно для трети бинов, но

расхождения не превышают одного стандартного отклонения.

В случае дифференциального сечения  $d\sigma/dQ^2$  (см. рис. 2a), расчет хорошо согласуется с данными при всех значениях квадрата переданного 4-импульса, за исключением единственного (предпо-

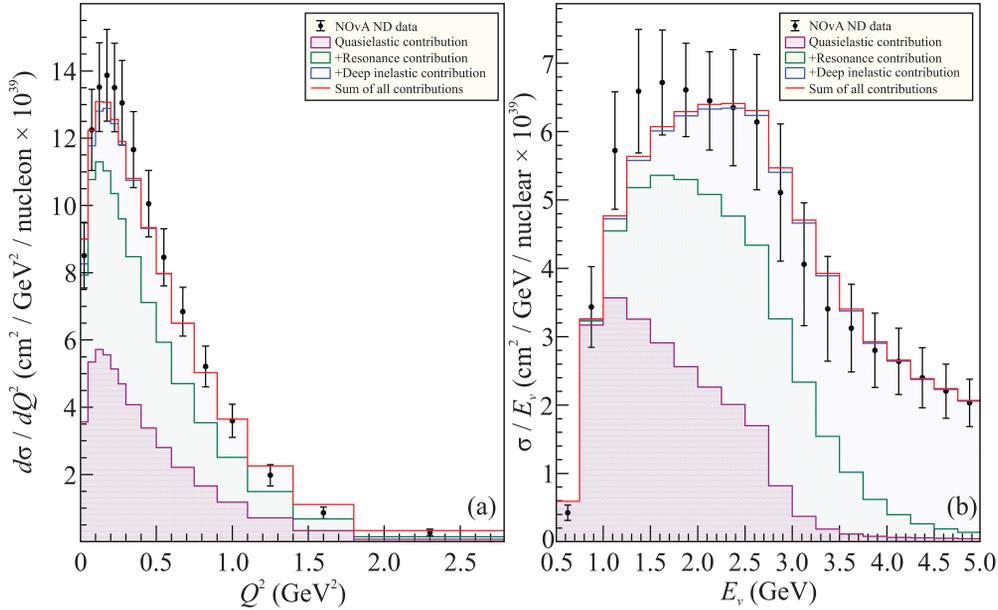


Рис. 2. (Цветной онлайн) Сравнение дифференциального инклюзивного сечения рассеяния  $\nu_\mu$  на ядрах с заряженным током,  $d\sigma/dQ^2$  (a) и отношения полного сечения  $\sigma(E_\nu)$  к энергии нейтрино  $E_\nu$  (b), измеренных в ближнем детекторе NOvA [1], с результатами моделирования, выполненного с помощью МК генератора GENIE v.3.4.0 с опцией MAgun; подробности моделирования приведены в основном тексте. Обозначения те же, что на рис. 1

следнего) бина. Расчет отношения  $\sigma(E_\nu)/E_\nu$  согласуется с экспериментом во всем энергетическом диапазоне  $0.5 \text{ ГэВ} < E_\nu < 5 \text{ ГэВ}$ , за исключением трех бинов, в которых, однако, разногласия малы.

Для более объективного, количественного сравнения мы обсудим здесь результаты подробного анализа, учитывающего корреляции ошибок данных. В анализе мы также будем сравнивать расчеты, выполненные в работе [1] для ряда конкурентных моделей взаимодействия нейтрино с ядрами. Помимо базовой модели NOvA, так называемой “GENIE v2.12.2 – NOvA Tune” [28], основанной на версии GENIE v2.12.2 [29, 30], но существенно доработанной и настроенной для наилучшего согласия с данными NOvA ND [1], мы рассматриваем исходную (не адаптированную к данным NOvA) модель, инкорпорированную в генератор GENIE v2.12.2, и модель (СМС) N18-10j-02-11a, входящую в более позднюю версию GENIE v3.00.06 [31, 32]. Кроме этого, мы рассматриваем модели, включенные в нейтринные МК генераторы NEUT v5.4.0 [33–35] и NuWro [36, 37], а также в GiBUU [38, 39], – более общий инструмент симуляции адронных и электро-слабых реакций на ядрах. Все эти генераторы широко используются при планировании, обработке и интерпретации результатов экспериментов с ускорительными и атмосферными нейтрино. Их основные особенности и сравнительные характеристики можно найти в обзоре [40, 41].

Для сравнения расчетов с данными будем использовать три следующие величины:

$$\chi_{\text{diag}}^2 = \sum_i \frac{(E_i - T_i)^2}{\sigma_i^2}, \quad (1)$$

$$\chi_{\text{tot}}^2 = (\mathbf{E} - \mathbf{T})^T \mathbf{W}_{\text{tot}}^{-1} (\mathbf{E} - \mathbf{T}), \quad (2)$$

$$\chi_{\text{sh}}^2 = (\mathbf{E} - N\mathbf{T})^T \mathbf{W}_{\text{sh}}^{-1} (\mathbf{E} - N\mathbf{T}) + \frac{(N-1)^2}{\delta^2}. \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{E}$  and  $\mathbf{T}$  – векторы, составленные из усредненных по бину экспериментальных данных,  $E_i$ , и модельных предсказаний,  $T_i$ , соответственно;  $\mathbf{W}_{\text{tot}} = ||W_{ij}||$  – полная ковариационная матрица,  $\mathbf{W}_{\text{sh}}$  – ковариационная матрица, относящаяся к форме (“шейпу”), т.е. зависимости данных от измеряемых кинематических переменных, и не учитывающая неопределенности общей нормировки данных;  $\delta = 0.112$  – средняя относительная неопределенность общей нормировки бинов;  $\sigma_i = \sqrt{W_{ii}}$  – полная ошибка измерения для  $i$ -го бина. Все данные взяты с публичного сайта NOvA [42].

Корреляционные матрицы, соответствующие ковариационным матрицам  $\mathbf{W}_{\text{tot}}$  и  $\mathbf{W}_{\text{sh}}$  для трех типов данных показаны на рис. 3, 4 и 5. Из этих рисунков видно, например, что большая часть данных каждого типа сильно коррелирована (см. панели (a) на рис. 3, 4 и 5), но после вычета из полной матрицы  $\mathbf{W}_{\text{tot}}$  ковариаций, обусловленных неопределенностями нормировок потока и сечений появляются обла-

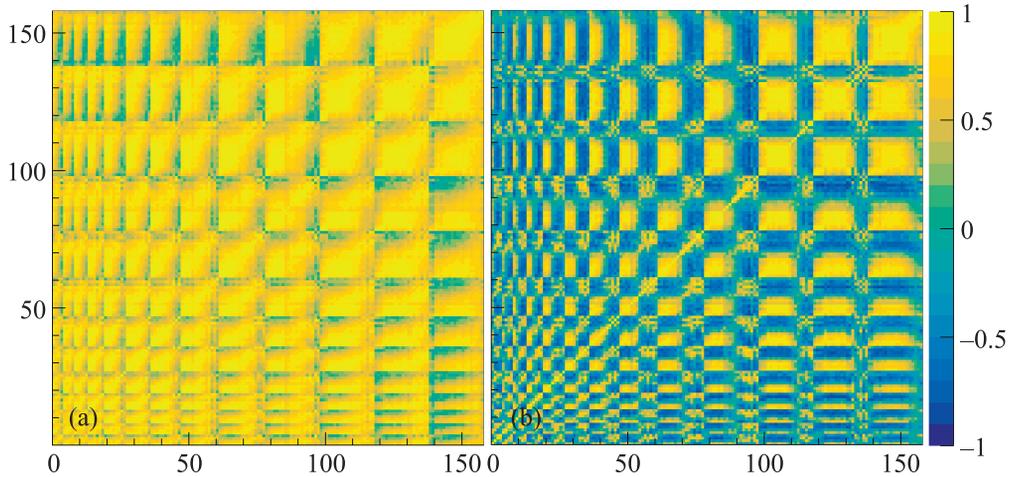


Рис. 3. (Цветной онлайн) Корреляционные матрицы, соответствующие ковариационным матрицам  $\mathbf{W}_{\text{tot}}$  (a) и  $\mathbf{W}_{\text{sh}}$  (b) для  $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ . Нумерация бинов идет в направлении слева направо и сверху вниз по первым тринадцати панелям рис. 1. Цветовая шкала справа относится к обеим панелям

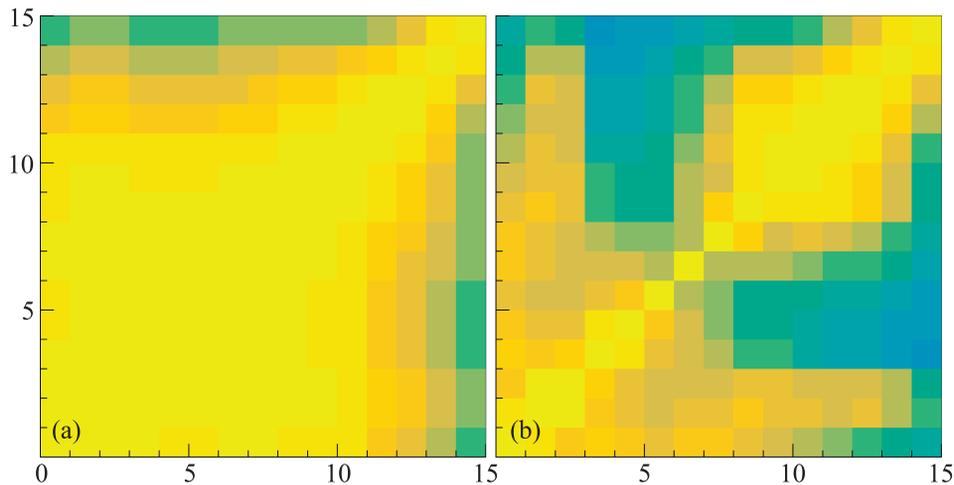


Рис. 4. (Цветной онлайн) Корреляционные матрицы, соответствующие ковариационным матрицам  $\mathbf{W}_{\text{tot}}$  (a) и  $\mathbf{W}_{\text{sh}}$  (b) для  $d\sigma/dQ^2$ . Бины нумеруются в направлении роста значений  $Q^2$  на рис. 2а. Цветовая шкала та же, что на рис. 3

сти со слабой корреляцией и даже с сильной антикорреляцией (см. панели (b) на рис. 3, 4 и 5). Корреляционные коэффициенты и ковариации значительно варьируются в разных областях значений кинематических переменных  $T_\mu$ ,  $\theta_\mu$ ,  $Q^2$  и  $E_\nu$ .

Нетривиальная структура корреляционных матриц показывает, что оценка качества описания данных с помощью  $\chi_{\text{diag}}^2$  была бы не просто слишком грубой, но часто приводящей к диаметрально противоположным выводам. Поэтому ниже мы приводим такие оценки лишь для иллюстрации важности учета корреляций. Отметим так же, что не имеет смысла сравнивать между собой приведенные ниже значения величин  $\chi_{\text{tot}}^2$  и  $\chi_{\text{sh}}^2$ , поскольку ковариационная матрица  $\mathbf{W}_{\text{sh}}$  не содержит доминирующих вкладов в

систематические ошибки и ковариации, а  $\chi_{\text{sh}}^2$  включает штрафной член. Сравнивать друг с другом следует лишь однотипные  $\chi^2$ -характеристики, рассчитанные для разных моделей взаимодействия.

Приведенная выше оценка величины  $\delta$  (11.2%) получена как средневзвешенное значение по ошибкам всех бинов измеренного двойного дифференциального сечения. Доминирующим вкладом в значение  $\delta$  является неопределенность потока нейтрино, достигающая  $\pm 20\%$  при  $E_\nu \lesssim 200$  МэВ,  $\pm 15\%$  при  $E_\nu \gtrsim 4$  ГэВ и равная в среднем  $\pm 9.1\%$ . Вклады от всех источников неопределенности нормировки практически 100-процентно коррелируют друг с другом и с остальными систематическими ошибками. Статистические ошибки, в среднем равные  $\pm 1.6\%$ ,

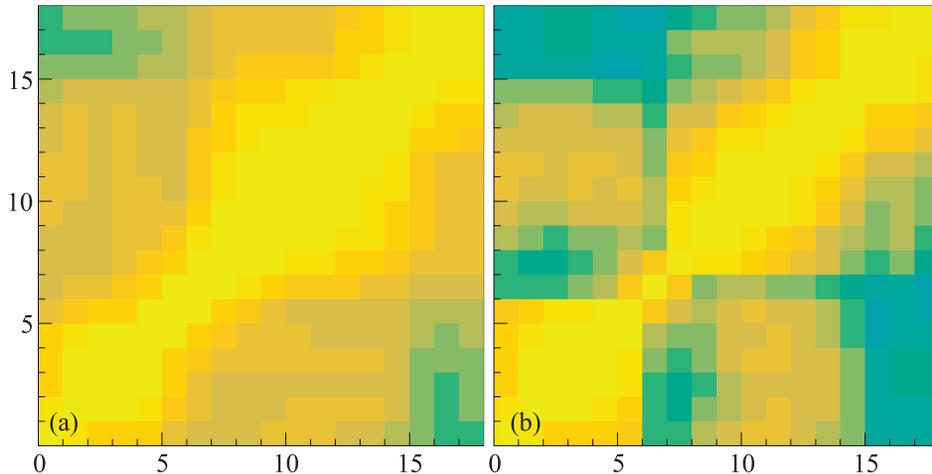


Рис. 5. (Цветной онлайн) Корреляционные матрицы, соответствующие ковариационным матрицам  $\mathbf{W}_{\text{tot}}$  (a) и  $\mathbf{W}_{\text{sh}}$  (b) для  $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ . Бины нумеруются в направлении роста значений  $E_\nu$  на рис. 2b. Цветовая шкала та же, что на рис. 3

очень слабо коррелируют с систематическим – средневзвешенный корреляционный коэффициент равен 0.0031 (ср. с 0.71 для усредненной полной систематической ошибки).

Нормировочный фактор  $N$  в (3) определяется из условия минимума  $\partial\chi_{\text{sh}}^2/\partial N = 0$ :

$$N = \frac{1 + \delta^2 \mathbf{T}^T \mathbf{W}_{\text{sh}}^{-1} \mathbf{E}}{1 + \delta^2 \mathbf{T}^T \mathbf{W}_{\text{sh}}^{-1} \mathbf{T}}. \quad (4)$$

Очевидно,  $N \rightarrow 1$  при  $\delta \rightarrow 0$ . Зависимость  $N$  от  $\delta$  ослабевает с ростом  $\delta$ . Применительно к данным NOvA, зависимость  $N$  от  $\delta$  становится несущественной при  $\delta \gtrsim 9\%$ . Учитывая этот факт, ниже мы используем оценку  $\delta = 11.2\%$  также для анализа данных по  $d\sigma/dQ^2$  и  $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ .

В таблице 1 приведены значения нормировочного фактора (с полными ошибками) для трех типов данных и семи моделей, полученные стандартной нормировкой расчетов на площадь; именно такой способ нормировки был использован в работе [1]. Для сравнения в табл. 1 приведены так же ошибки нормировок, оцененные по диагональным значениям матрицы  $\mathbf{W}_{\text{tot}}$ , т.е. без учета корреляций. Видно, что пренебрежение корреляциями занижает реальные ошибки в 8.2 раза (!) для  $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$  и в 3.3 раза для  $d\sigma/dQ^2$  и  $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ . Уже этот простой пример хорошо иллюстрирует определяющую роль корреляций при количественном сравнении модельных расчетов с данными NOvA.

Значения  $N$ , полученные нормировкой на площадь не являются оптимальными в том смысле, что не обеспечивают наилучшего описания данных по форме. Поэтому они могут (и, вообще говоря, должны) отличаться от соответствующих значений  $N$ ,

следующих из (4). Эти отличия хорошо видны из сравнения нормировок, представленных в табл. 1 и 2: в некоторых случаях разница не превышает 0.5%, но чаще достигает нескольких процентов (максимум – 8.8%). При этом разница всегда укладывается с запасом в полные ошибки, приведенные в табл. 1, так что два способа нормировки формально друг другу не противоречат.

На рисунке 6 показаны отношения усредненных по спектру нейтрино значений сечений  $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ , рассчитанных в нескольких моделях нейтрино-ядерных взаимодействий, к соответствующим экспериментальным значениям. Результаты показаны в представлении линейного биннинга, как подробно поясняется в подписи к рис. 6. На панели (a) рис. 6 представлены отношения для абсолютных (неперенормированных) модельных предсказаний, а на панели (b) рис. 6 – для перенормированных, с нормировочными коэффициентами, даваемыми формулой (4), полученной минимизацией величины  $\chi_{\text{sh}}^2$ . Найденные значения нормировочных коэффициентов и трех  $\chi^2$ -характеристик приведены в табл. 2.

Данные, показанные на рис. 1 и 6 белыми кружками (14 бинов), имеют сравнительно большие статистические и систематические ошибки и исключены из официального анализа NOvA. Они не участвуют в расчете нормировок и значений  $\chi^2$ , приведенных в табл. 2 и показаны здесь, чтобы продемонстрировать, что модель MAgn этим данным не противоречит.

Как видно из рис. 6 и табл. 2, неперенормированные предсказания разных моделей не согласуются друг с другом. После перенормировок разногласия между моделями значительно уменьшаются, но тре-

**Таблица 1.** Значения нормировочных коэффициентов (с полными ошибками), требуемых при стандартной нормировке величин  $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ ,  $d\sigma/dQ^2$  и  $\sigma(E_\nu)/E_\nu$  на площадь, рассчитанные в семи моделях взаимодействия нейтрино с ядрами. Относительные ошибки нормировки для приведенных типов данных равны, соответственно, 9.76 %, 9.73 % и 12.5 %. При оценке этих ошибок использовались полные ковариационные матрицы  $\mathbf{W}_{\text{tot}}$ . Для сравнения, в квадратных скобках указаны полные абсолютные ошибки, полученные без учета корреляций. Соответствующие относительные ошибки равны 1.19 %, 2.94 % и 3.79 %

Модель	$d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ (158 бинов)	$d\sigma/dQ^2$ (15 бинов)	$\sigma(E_\nu)/E_\nu$ (18 бинов)
GENIE 2.12.2	$0.974 \pm 0.095$ [0.012]	$0.942 \pm 0.092$ [0.028]	$0.943 \pm 0.117$ [0.036]
GENIE 3.00.06	$1.088 \pm 0.106$ [0.013]	$1.126 \pm 0.109$ [0.033]	$1.086 \pm 0.135$ [0.033]
NEUT 5.4.0	$0.996 \pm 0.097$ [0.012]	$0.987 \pm 0.096$ [0.029]	$1.015 \pm 0.126$ [0.039]
GiBBU 2019	$1.329 \pm 0.130$ [0.016]	$1.279 \pm 0.124$ [0.038]	$1.275 \pm 0.159$ [0.048]
NuWro 2019	$1.145 \pm 0.112$ [0.014]	$1.139 \pm 0.111$ [0.033]	$1.143 \pm 0.142$ [0.043]
NOvA Tune	$1.008 \pm 0.098$ [0.012]	$0.977 \pm 0.095$ [0.029]	$0.960 \pm 0.120$ [0.036]
MArun	$1.069 \pm 0.104$ [0.013]	$1.018 \pm 0.099$ [0.030]	$1.011 \pm 0.126$ [0.038]

**Таблица 2.** Значения  $\chi_{\text{diag}}^2$ ,  $\chi_{\text{tot}}^2$ ,  $\chi_{\text{sh}}^2$  рассчитанные для  $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ ,  $d\sigma/dQ^2$  и  $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ , а также нормировочные множители  $N$ , найденные из минимизации  $\chi_{\text{sh}}^2$ , в семи моделях взаимодействия нейтрино с ядрами

Модель	$d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$ (158 бинов)				$d\sigma/dQ^2$ (15 бинов)				$\sigma(E_\nu)/E_\nu$ (18 бинов)			
	$\chi_{\text{diag}}^2$	$\chi_{\text{tot}}^2$	$\chi_{\text{sh}}^2$	$N$	$\chi_{\text{diag}}^2$	$\chi_{\text{tot}}^2$	$\chi_{\text{sh}}^2$	$N$	$\chi_{\text{diag}}^2$	$\chi_{\text{tot}}^2$	$\chi_{\text{sh}}^2$	$N$
GENIE 2.12.2	463.0	1146	1094	0.979	38.8	540.4	495.6	0.979	6.8	23.7	20.0	0.948
GENIE 3.00.06	224.4	1501	1965	1.137	17.5	25.5	36.5	1.189	13.5	25.2	34.5	1.123
NEUT 5.4.0	390.0	1743	1848	1.026	7.2	108.2	107.3	1.039	5.8	17.1	16.5	1.010
GiBBU 2019	602.0	1225	2050	1.285	58.4	117.6	211.5	1.351	43.3	61.0	123.3	1.169
NuWro 2019	218.7	647.9	882.7	1.163	19.9	55.2	72.0	1.224	13.9	9.9	12.0	1.141
NOvA Tune	25.6	281.3	283.1	1.004	2.3	4.7	4.8	0.959	1.8	27.4	25.7	0.944
MArun	124.6	669.8	821.8	1.105	7.6	29.1	32.0	1.115	7.3	33.6	31.5	1.021

буемые для наилучшего согласия с данными значения нормировочных коэффициентов варьируются в широком диапазоне – от 0.98 (GENIE 2.12.2) до 1.29 (GiBBU 2019), т.е. в пределах примерно  $2.7\delta$ . Разумеется, ни одна из приведенных моделей не может конкурировать с моделью “NOvA Tune”, свободные параметры которой специально настроены на данные NOvA ND по  $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$  и которая поэтому не требует дополнительной перенормировки. Тем не менее модели NuWro 2019 и MArun дают удовлетворительные (наименьшие после NOvA Tune) и близкие друг к другу значения  $\chi_{\text{diag}}^2$ ,  $\chi_{\text{tot}}^2$  и  $\chi_{\text{sh}}^2$ . При этом для MArun требуется значительная, но согласующаяся с неопределенностью общей нормировки данных перенормировка, с коэффициентом  $N \simeq 1.11 \simeq 1 + 0.94\delta$  (ср. с величиной  $N \simeq 1.07 \simeq 1 + 0.62\delta$ , требуемой при нормировке на площадь). Другими словами, модель MArun согласуется с измеренными значениями  $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$  в пределах ошибок измерений, хотя для всех моделей, кроме NOvA Tune и (с оговорками) GiBBU 2019, наблюдается систематическое искажение предсказываемой зависимости сечения от энергии мюона. Для всех моделей, кроме NOvA Tune, степень этого искажения возрастает с увеличением  $\cos\theta_\mu$ .

На рисунке 7 для тех же моделей в представлении линейного биннинга показаны отношения расчетных перенормированных значений, усредненных по спектру дифференциального сечения  $d\sigma/dQ^2$  (а) и наклона полного сечения  $\sigma(E_\nu)/E_\nu$  (б) к соответствующим экспериментальным значениям, показанным на рис. 2. Нормировочные коэффициенты и все три  $\chi^2$ -характеристики представлены в табл. 2. Как видим, для  $d\sigma/dQ^2$  и  $\sigma(E_\nu)/E_\nu$  также имеет место большой разброс модельных предсказаний и требуемых для наилучшего описания данных значениях нормировочных коэффициентов: от 0.96 (NOvA Tune) до 1.35 (GiBBU 2019), т.е. в диапазоне  $\sim 3.5\delta$ , для  $d\sigma/dQ^2$  и от 0.94 (NOvA Tune) до 1.17 (GiBBU 2019), т.е. в диапазоне  $\sim 2\delta$ , для  $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ . Можно отметить, что настройка параметров модели NOvA Tune на данных по двойному дифференциальному сечению не избавляет от необходимости дополнительной, относительно небольшой перенормировки для описания данных по  $d\sigma/dQ^2$  и  $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ .

Модель MArun вполне конкурентна и здесь, хотя, как и для всех рассматриваемых моделей, кроме NOvA Tune, имеют место отклонения от наблюдаемых зависимостей сечений от  $Q^2$  и  $E_\nu$ . Для MArun разногласия с данными в большинстве находятся в

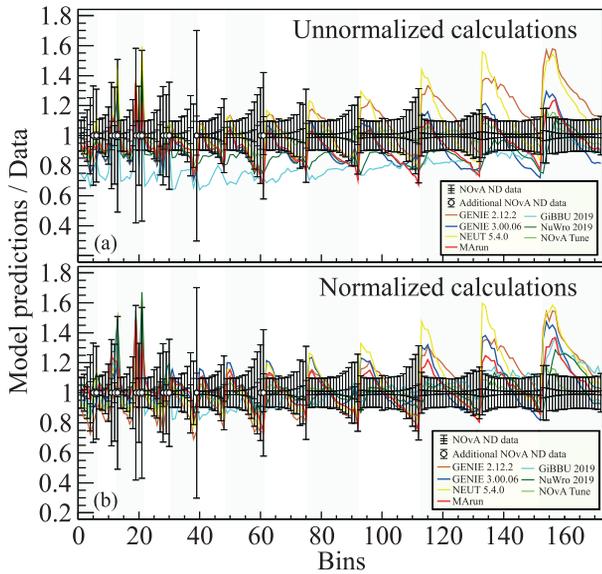


Рис. 6. (Цветной онлайн) Отношения расчетных (усредненных по спектру  $\nu_\mu$ ) значений двойных дифференциальных сечений  $d^2\sigma/d\cos\theta_\mu dT_\mu$  к измеренному в ближнем детекторе NOvA, представленные в зависимости от номера экспериментального бина; нумерация бинов идет в направлении слева направо и сверху вниз по первым тринадцати панелям рис. 1, а вертикальные полосы ограничивают диапазоны значений  $\cos\theta_\mu$ , указанные на этих панелях. В целях лучшей визуализации дискретные значения отношений для каждой из семи моделей соединены непрерывными линиями. Представлены результаты, соответствующие неперенормированным сечениям (a) и сечениям, перенормированным согласно процедуре, описанной в тексте (b). Показаны статистические и суммарные (статистические плюс систематические) ошибки измерений

пределах ошибок измерений. Отметим, что удаление из обработки данных рис. 7a) лишь одного последнего бина, определяющий вклад в который дает глубоко неупругое рассеяние и который слабо коррелирует с остальным набором данных (см. рис. 4), заметно улучшает описание зависимости  $d\sigma/dQ^2$  от  $Q^2$ , а именно, величина  $\chi_{sh}^2/n$  (где  $n$  – число бинов) уменьшается с 2.1 до 1.6. Похожий, но меньший эффект имеет место и для данных по наклону полного сечения,  $\sigma(E_\nu)/E_\nu$ : удаление из набора данных рис. 7b) последних двух (трех) бинов, CCQE вклад в которые тоже слабо коррелирован и мал ( $\lesssim 10\%$ ), приводит к уменьшению  $\chi_{sh}^2/n$  с 1.75 до 1.56 (1.59). Эти примеры свидетельствуют о том, что модель MArun адекватно описывает CCQE и CCQE-like вклады в дифференциальное и полное сечения.

**Заключение.** Показано, что модель с бегущей аксиальной массой (MArun), предназначенная для

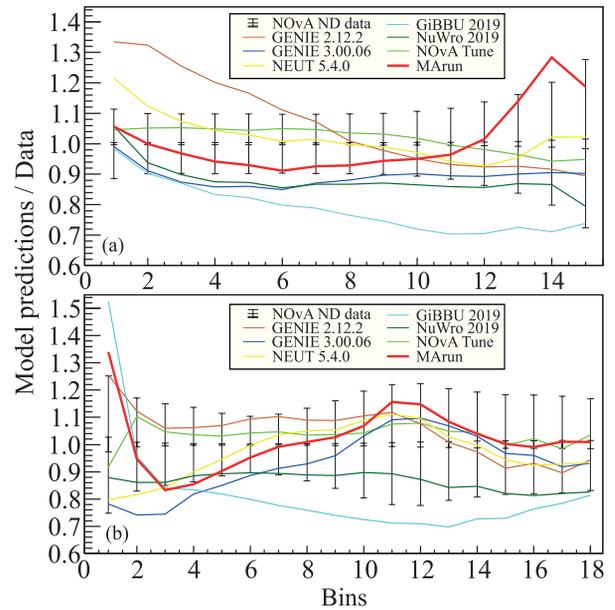


Рис. 7. (Цветной онлайн) Отношения расчетных неперенормированных значений  $d\sigma/dQ^2$  (a) и  $\sigma(E_\nu)/E_\nu$  (b) к измеренным, представленные в зависимости от номера экспериментального бина; бины нумеруются в направлении слева направо по рис. 2a и b, соответственно. С целью лучшей визуализации дискретные значения отношений для каждой из семи моделей соединены непрерывными линиями. Показаны статистические и суммарные ошибки измерений

описания квазиупругих и квазиупруго-подобных взаимодействий нейтрино с ядрами, при использовании в нейтринном генераторе GENIE, позволяющем учесть неупругие каналы и эффекты взаимодействия вторичных адронов с ядром, хорошо согласуется (без дополнительных модификаций и подгонок) с недавними результатами измерений эксперимента NOvA ND. Модель MArun, применительно к расчету инклюзивных сечений взаимодействия нейтрино с ядрами, является конкурентоспособной по сравнению с другими моделями, включенными в генераторы GENIE, NEUT, GiBBU, NuWro, и может использоваться наряду с ними при анализе осцилляционных данных в дальнем детекторе NOvA. Дополнительная тонкая настройка модели на данные NOvA ND и/или включение этих и других современных данных в расширенный глобальный фит позволит улучшить ее предсказательные возможности.

Отметим, что поскольку ОМТ учитываются в модели MArun не явно, а чисто эмпирически, за счет энергетической зависимости параметра  $M_A^{run}$ , представляет интерес проверить работоспособность MArun на данных по полунклюзивным сечениям, в кинематической области чувствительной к вкладу

обменных токов и, в частности,  $2p2h$  процессов. Это позволит уточнить область применимости модели.

Авторы благодарят Леонидаса Алиага, Линду Крмонези и Джонатана Пэйли за обсуждения деталей анализа данных эксперимента NOvA и теоретических расчетов, а так же Константина Кузьмина и Александра Ольшевского за полезные комментарии.

**Финансирование работы.** Поддержано Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках программы финансирования крупных научных проектов национального проекта “Наука”, грант номер 075-15-2024-541.

**Конфликт интересов.** Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. M. A. Acero, P. Adamson, L. Aliaga et al. (NOvA Collaboration), *Phys. Rev. D* **107**(5), 052011 (2023).
2. A. Cudd (on behalf of the T2K Collaboration), *Phys. Sci. Forum* **8**, 14 (2023).
3. V. Hewes, B. Abi, R. Acciarri et al. (DUNE Collaboration), *Instruments* **5**(4), 31 (2021).
4. K. Abe, H. Aihara, C. Andreopoulos et al. (Hyper-Kamiokande Proto-Collaboration), *PTEP* **2015**, 053C02 (2015).
5. K. Abe, R. Abe, S. H. Ahn et al. (Hyper-Kamiokande Proto-Collaboration), *PTEP* **2018**(6), 063C01 (2018).
6. A. V. Akindinov, E. G. Anassontzis, G. Anton et al. (P2O Proto-Collaboration), *Eur. Phys. J. C* **79**(9), 758 (2019).
7. K. S. Kuzmin, V. A. Naumov, and O. N. Petrova, *Phys. Part. Nucl.* **48**(6), 995 (2017).
8. I. D. Kakorin, K. S. Kuzmin, and V. A. Naumov, *Phys. Part. Nucl. Lett.* **17**(3), 265 (2020).
9. I. D. Kakorin, K. S. Kuzmin, and V. A. Naumov, *Eur. Phys. J. C* **81**(12), 1142, 2021.
10. L. Alvarez-Ruso, C. Andreopoulos, A. Ashkenazi et al. (GENIE Collaboration), *Eur. Phys. J. ST* **230**(24), 4449 (2021).
11. R. A. Smith and E. J. Moniz, *Nucl. Phys. B* **43**, 605 (1972; Erratum: *ibid.* **101**, 547 (1975)).
12. K. S. Kuzmin, V. V. Lyubushkin, and V. A. Naumov, *Eur. Phys. J. C* **54**, 517 (2008).
13. V. Lyubushkin, B. Popov, J. Kim et al. (NOMAD Collaboration), *Eur. Phys. J. C* **63**, 355 (2009).
14. A. A. Aguilar-Arevalo, C. E. Anderson, A. O. Bazarko et al. (MiniBooNE Collaboration), *Phys. Rev. D* **81**(9), 092005 (2010).
15. A. A. Aguilar-Arevalo, B. C. Brown, L. Bugel et al. (MiniBooNE Collaboration), *Phys. Rev. D* **88**(3), 032001 (2013).
16. K. Abe, J. Amey, C. Andreopoulos et al. (T2K Collaboration), *Phys. Rev. D* **98**(3), 032003 (2018).
17. K. Abe, J. Amey, C. Andreopoulos et al. (T2K Collaboration), *Phys. Rev. D* **97**(1), 012001 (2018).
18. D. Ruterbories, K. Hurtado, J. Osta et al. (MINERvA Collaboration), *Phys. Rev. D* **99**(1), 012004 (2019).
19. C. E. Patrick, L. Aliaga, A. Bashyal et al. (MINERvA Collaboration), *Phys. Rev. D* **97**(5), 052002 (2018).
20. A. A. Aguilar-Arevalo, B. C. Brown, L. Bugel et al. (MiniBooNE Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **120**(14), 141802 (2018).
21. D. Rein and L. M. Sehgal, *Ann. Phys. (N.Y.)* **133**(1), 79 (1981).
22. K. S. Kuzmin, V. V. Lyubushkin, and V. A. Naumov, *Mod. Phys. Lett. A* **19**(38), 2815 (2004).
23. C. Berger and L. M. Sehgal, *Phys. Rev. D* **76**(11), 113004 (2007).
24. I. D. Kakorin and K. S. Kuzmin, *Phys. Rev. D* **104**(9), 093001 (2021).
25. K. S. Kuzmin, V. V. Lyubushkin, and V. A. Naumov, *Acta Phys. Polon. B* **37**(8), 2337 (2006).
26. R. L. Workman, V. D. Burkert, V. Crede, et al. (Particle Data Group), *PTEP* **2022**, 083C01 (2022).
27. P. Rodrigues, C. Wilkinson, and K. McFarland, *Eur. Phys. J. C* **76**(8), 474 (2016).
28. M. A. Acero, P. Adamson, G. Agam et al. (NOvA Collaboration), *Eur. Phys. J. C* **80**(12), 1119 (2020).
29. C. Andreopoulos, A. Bell, D. Bhattacharya et al. (GENIE Collaboration), *Nucl. Instrum. Meth. A* **614**, 87 (2010).
30. C. Andreopoulos, C. Barry, S. Dytman, H. Gallagher, T. Golan, R. Hatcher, G. Perdue, and J. Yarba, arXiv:1510.05494 [hep-ph] (2015).
31. J. Tena-Vidal, C. Andreopoulos, A. Ashkenazi et al. (GENIE Collaboration), *Phys. Rev. D* **104**(7), 072009 (2021).
32. J. Tena-Vidal, C. Andreopoulos, C. Barry et al. (GENIE Collaboration), *Phys. Rev. D* **105**(1), 012009 (2022).
33. Y. Hayato, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **112**(1–3), 171 (2002).
34. G. Mitsuka, *AIP Conf. Proc.* **981**, 262 (2008).
35. Y. Hayato, *Acta Phys. Polon. B* **40**(9), 2477 (2009).
36. T. Golan, J. T. Sobczyk, and J. Zmuda, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **229–232**, 499 (2012).
37. T. Golan, C. Juszczak, and J. T. Sobczyk, *Phys. Rev. C* **86**(1), 015505 (2012).
38. O. Buss, T. Gaitanos, K. Gallmeister, H. van Hees, M. Kaskulov, O. Lalakulich, A. Larionov, T. Leitner, J. Weil, and U. Mosel, *Phys. Rept.* **512**, 1 (2012).
39. K. Gallmeister, U. Mosel, and J. Weil, *Phys. Rev. C* **94**(3), 035502 (2016).
40. U. Mosel, *J. Phys. G* **46**(11), 113001 (2019).

41. J. Campbell, M. M. Diefenthaler, T. J. Hobbs et al. (Initiative Group on Particles and Fields), *Event generators for high-energy physics experiments (Snowmass White Paper)*, in *Proceedings of the 2021 US Community Study on the Future of Particle Physics (Snowmass 2021)*, ed. by J. N. Butler, R. Sekhar Chivukula, and M. E. Peskin, APS Division of Particles and Fields, March 2022; arXiv:2203.11110 [hep-ph].
42. NOvA Collaboration, “Data releases,” 2024. URL: <https://novaexperiment.fnal.gov/data-releases/>, Accessed on April 2, 2024.