

**Фазовый переход вблизи нечетного фактора заполнения  $\nu = 3$** 

А. В. Щепетильников<sup>+1)</sup>, Г. А. Николаев<sup>+\*</sup>, С. А. Андреева<sup>×+</sup>, А. Р. Хисамеева<sup>+</sup>, Я. В. Федотова<sup>+</sup>,  
А. А. Дрёмин<sup>+</sup>, И. В. Кукушкин<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черногловка, Россия

<sup>\*</sup>Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия

<sup>×</sup>Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 101000 Москва, Россия

Поступила в редакцию 27 марта 2024 г.

После переработки 19 апреля 2024 г.

Принята к публикации 20 апреля 2024 г.

Фазовый переход, сопровождающийся появлением пика в продольном сопротивлении двумерной электронной системы, был изучен при помощи электронного спинового резонанса вблизи нечетного фактора заполнения  $\nu = 3$  в ZnO/MgZnO гетеропереходе. Такой переход возникал при увеличении угла наклона магнитного поля  $\theta$  до некоторого критического значения  $\theta_c$ . Анализ амплитуды спинового резонанса позволил продемонстрировать спиновую природу этого явления. Так, основное состояние системы по обе стороны от перехода имеет ненулевую спиновую поляризацию, величина которой меняется в несколько раз при переходе из одной фазы в другую. При этом интенсивный спиновый резонанс наблюдается как при  $\theta < \theta_c$ , так и при  $\theta > \theta_c$ . Удивительным образом, непосредственно в критическом угле  $\theta_c$  спиновый резонанс детектировался лишь в одной из фаз, лежащей в области магнитных полей меньших, чем критическое поле  $B_c$ , соответствующее положению пика в продольном сопротивлении. По мере увеличения магнитного поля до этого значения наблюдалось как уменьшение амплитуды резонанса, так и увеличение его ширины. В области полей, больших  $B_c$ , спиновый резонанс полностью исчезал. Такое поведение резонанса, по всей видимости, обуславливается разбиением электронной системы на домены с разной спиновой поляризацией.

DOI: 10.31857/S1234567824110107, EDN: DPXSFG

Сильное электрон-электронное взаимодействие приводит к значительному усложнению физики низкоразмерных электронных систем при низких температурах и обуславливает появление целого ряда различных нетривиальных основных и возбужденных состояний системы [1–18]. Несмотря на то, что значительная часть ключевых теоретических концепций появилась много лет назад, экспериментальные исследования сильно коррелированных электронных систем были существенно ограничены из-за отсутствия образцов достаточного качества, которые появились лишь относительно недавно [19–21]. Например, для наблюдения наиболее ярких многочастичных эффектов – неустойчивости Стонера и кристаллизации Вигнера – требуется, чтобы кинетическая энергия электронов – энергия Ферми – была пренебрежимо мала в сравнении с обменной энергией, что в нулевом магнитном поле достигается лишь при уменьшении двумерной плотности  $n$  вплоть до очень низкого значения  $\sim 10^{10} \text{ см}^{-2}$  в типичных структурах [24]. Действительно, ха-

рактерная энергия кулоновского взаимодействия  $\sim n^{1/2}$ , а энергия Ферми линейна по  $n$ , а значит, отношение этих двух величин растет с уменьшением электронной плотности  $n$ .

Приложение внешнего магнитного поля снимает жесткое ограничение на электронную плотность, поскольку оно превращает спектр движения электронов в набор дискретных уровней, т.е. фактически “замораживает” их кинетическое движение. Так, в двумерных системах даже с не самыми маленькими плотностями  $\sim 10^{11} \text{ см}^{-2}$  в больших магнитных полях наблюдаются яркие многочастичные явления – дробный квантовый эффект Холла [25], в том числе и вблизи факторов заполнения с четными знаменателями [26], формирование вигнеровского кристалла [27], а также ферромагнитные фазовые переходы, аналогичные стонерской неустойчивости, при которых происходит крупномасштабное изменение спиновой поляризации основного состояния системы [5] в режиме квантового эффекта Холла. Отметим, что еще одним способом уменьшения кинетической энергии в сравнении с энергией кулоновского взаимодействия является понижение размерности системы, что

<sup>1)</sup>e-mail: shchepetilnikov@issp.ac.ru

также позволяет наблюдать магнитную неустойчивость Стонера в одномерных [28] и нульмерных системах [29, 30].

Рассмотрим спонтанное изменение спиновой поляризации основного состояния системы в режиме квантового эффекта Холла более подробно. Подобный ферромагнитный переход может наблюдаться как вблизи целых [1, 5], так и дробных факторов заполнения [31, 32]. Он происходит при уменьшении электронной плотности или при изменении угла  $\theta$  наклона магнитного поля. Изменение  $n$  фактически изменяет характерную энергию обменного взаимодействия, а увеличение угла  $\theta$  приводит к увеличению спинового расщепления электронных состояний для фиксированного фактора заполнения, величина которого задается полным магнитным полем  $B_{\perp}/\cos\theta$ . Перпендикулярная плоскости образца компонента магнитного поля  $B_{\perp}$  определяется фактором заполнения системы и электронной плотностью  $n$ . В работе [5, 33] анализ фотолюминесценции электронной системы позволил построить фазовую диаграмму ферромагнитной неустойчивости вблизи фактора заполнения  $\nu = 2$  в координатах плотность электронов  $n$  и  $1/\cos\theta$ . Аналогичные фазовые переходы могут также происходить и в различных однослойных материальных системах, в которых многочастичный фактор Ланде увеличивается в несколько раз за счет электрон-электронного взаимодействия [34–37].

Спонтанное изменение спинового состояния системы сопровождается значительным изменением как транспортных, так и оптических свойств двумерного канала. Как было показано, например, в работе [38], разбиение системы на домены с разной спиновой поляризацией вблизи перехода приводит к усилению рассеяния на доменных стенках и, как следствие, появлению ярко выраженного пика в продольном сопротивлении образца. Такое поведение также подтверждается гистерезисом пика при развороте магнитного поля. Интересно, что в магнетосопротивлении этот пик присутствует лишь в определенном температурном диапазоне  $\sim 1$  К и исчезает при достаточно высоких и достаточно низких температурах [38], а значит, при определенных условиях транспортные методы анализа ферромагнитного перехода могут быть неприменимы. В работах [5, 33] было показано, что ферромагнитная и парамагнитная фаза вблизи четного фактора заполнения характеризуются разным спектром фотолюминесценции. Анализ амплитуды линии комбинационного рассеяния света, отвечающей рождению спинового экситона, позволил доказать, что такие фазовые пе-

реходы действительно сопровождаются изменением спиновой поляризации системы, причем как вблизи четного фактора заполнения  $\nu = 2$ , так и вблизи нечетного  $\nu = 3$  [5]. Измерение температурной зависимости амплитуды такой линии позволило определить характерную энергию образования доменов вблизи  $\nu = 2$  [39]. Магниторезонансные методики также активно использовались для изучения ферромагнитных фазовых переходов. Так, используя ядерный магнитный резонанс было продемонстрировано, что острый пик в сопротивлении, наблюдающийся вблизи дробного фактора заполнения  $\nu = 2/3$  связан с ферромагнитным переходом и сопровождается переходом системы из неполяризованного в поляризованное по спину состояние [40]. Поведение электронного спинового резонанса вблизи фазового перехода при  $\nu = 2$  было изучено в работе [41].

В рамках данной работы предполагается расширить существующие экспериментальные магниторезонансные исследования фазовых переходов в режиме квантового эффекта Холла и впервые применить методику электронного спинового резонанса для анализа фазового перехода вблизи фактора заполнения  $\nu = 3$ . Ранее такой подход успешно применялся для исследования фазового перехода вблизи  $\nu = 2$  [41]. Отметим, что переходы вблизи  $\nu = 2$  и  $\nu = 3$  существенно различаются. Так, при  $\nu = 2$  происходит переход между номинально парамагнитной и ферромагнитной фазами, а вблизи  $\nu = 3$  обе фазы являются поляризованными по спинами, при этом степень их поляризации различается в несколько раз. Таким образом, спиновый резонанс должен наблюдаться по обе стороны от фазового перехода при  $\nu = 3$ , что позволит гораздо лучше понять модификацию всех основных спиновых свойств системы вблизи перехода. Фазовый переход вблизи  $\nu = 3$  исследовался ранее при помощи комбинационного рассеяния света [33]. При этом анализировалось поведение линии, соответствующей рассеянию на спиновом экситоне – именно такое возбуждение рождается при резонансном поглощении микроволнового излучения в условиях спинового резонанса. Однако, как правило, методом комбинационного рассеяния света сложно отследить изменение ширины и формы резонансной линии, отвечающей спиновому экситону, из-за ограниченной разрешающей способности типичных спектрометров [5]. Напротив, магниторезонансные подходы свободны от такого ограничения и дают возможность с хорошей точностью изучать резонансные линии даже суб-мТ ширины. Более того, диапазон волновых векторов  $k$ , применяемых в рамках этих двух подходов, существенно различается. Если

при комбинационном рассеянии света типичные значения  $k$  составляют  $0.1/l_b$  (здесь  $l_b = \sqrt{\hbar/eB}$  представляет собой магнитную длину), то при спектроскопии спинового резонанса типичные значения  $kl_b$  лежат в диапазоне  $10^{-4}$ – $10^{-5}$ , а значит, свойства системы изучаются на принципиально иных масштабах. Учитывая все приведенные выше обстоятельства, можно заключить, что изучение спонтанного изменения спиновой поляризации вблизи  $\nu = 3$  при помощи электронного спинового резонанса представляет собой актуальную и интересную задачу.

В качестве объекта исследования в нашей работе выступал ZnO/MgZnO гетеропереход, содержащий высококачественную электронную систему. Структура была выращена посредством молекулярно-лучевой эпитаксии [42]. При низких температурах двумерная плотность электронов и их подвижность в исследуемом образце составляли  $n = 1.9 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и  $\mu = 5 \times 10^5 \text{ см}^2/\text{Вс}$ , соответственно. Выбор такой материальной системы объясняется рядом ее уникальных качеств. Большая эффективная масса электрона и относительно небольшая диэлектрическая проницаемость материала обеспечивают доминирование характерной энергии  $e-e$  взаимодействий в сравнении с энергией кинетического движения электронов. При этом параметр Вигнера–Зейтца (фактически отношение характерной энергии  $e-e$  взаимодействия и энергии Ферми)  $r_s$  достигает значения 8, что практически на порядок превышает  $r_s$  в типичных GaAs/AlGaAs структурах. Большой фактор Ланде в таких структурах приводит к значительному одночастичному расщеплению спиновых состояний, что также облегчает наблюдение ферромагнитного фазового перехода.

На образце в геометрии ван дер Пау были сформированы индиевые контакты. Образец помещался в жидкий гелий-3 в область однородного магнитного поля. Эксперименты проводились при температуре 0.5 К, которая достигалась путем откачки паров гелия-3, и в магнитных полях вплоть до 15 Тл. Образец помещался на наклонную плоскость так, что магнитное поле было направлено под углом  $\theta$  к нормали к поверхности структуры, как показано на рисунке 1b. Основные экспериментальные данные были получены для ряда углов  $\theta = 0^\circ, 50^\circ, 61^\circ$  и  $67^\circ$ , что позволило изучить состояние системы до, во время и после фазового перехода при  $\nu = 3$ . Типичный вид продольного сопротивления двумерного канала  $R_{xx}$  в зависимости от перпендикулярного магнитного поля для всех четырех углов показан на рисунке 1a. На этом же рисунке отмечено положение пер-

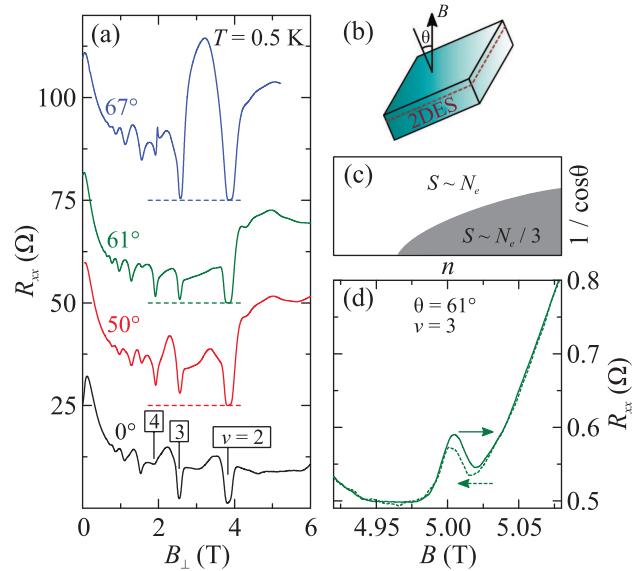


Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Продольное магнетосопротивление  $R_{xx}$  образца в зависимости от перпендикулярной компоненты магнитного поля. Приведены графики для углов  $\theta = 0^\circ$  и  $50^\circ$  ( $\theta < \theta_c$ ), для критического угла  $\theta_c = 61^\circ$  и для  $\theta = 67^\circ$  ( $\theta > \theta_c$ ). (b) – Схема, на которой показано взаимное расположение внешнего магнитного поля и нормали к поверхности образца. (c) – Схематичное изображение фазовой диаграммы рассматриваемого перехода. (d) – Гистерезис пика фазового перехода в магнитном поле при  $\nu = 3$  в критическом угле. Сплошная кривая соответствует магнетосопротивлению двумерного канала при увеличении магнитного поля, пунктирная – при уменьшении

вых нескольких факторов заполнения. При промежуточном угле  $\theta_c = 61^\circ$  наблюдался пик в сопротивлении образца вблизи фактора заполнения  $\nu = 3$ , как показано на панели (d) того же рисунка. Хорошо заметно, что этот пик проявляет гистерезис при развороте магнитного поля. При углах, отличных от  $\theta_c$ , такой пик в сопротивлении образца отсутствует. Описанное поведение пика соответствует фазовому переходу. Схематично фазовая диаграмма рассматриваемого перехода показана на рис. 1c.

Для возбуждения электронного спинового резонанса использовалось электромагнитное излучение в диапазоне частот от 60 до 250 ГГц. Оно создавалось микроволновым генератором, сопряженным с набором модулей умножения частоты, и подводилось к образцу посредством цилиндрического сверхразмерного волновода. Эксперименты проводились в линейном по мощности режиме. Электронный спиновый резонанс детектировался по изменению сопротивления двумерного канала при поглощении микроволнового излучения [43]. При этом для улучше-

ния соотношения сигнал-шум использовалась стандартная методика двойного синхронного детектирования, подробно описанная в наших предыдущих работах [44, 45]. Здесь приведем лишь краткое описание. По образцу пропускался переменный ток с частотой 1 кГц, первый синхронный детектор был настроен на частоту переменного тока и измерял сигнал, пропорциональный сопротивлению  $R_{xx}$  образца. Электромагнитное излучение было модулировано по амплитуде на частоте  $f \sim 20$  Гц и вызывало появление вариации сопротивления  $\delta R_{xx}$ , которая измерялась вторым синхронным детектором, настроенным на ту же частоту  $f$ . При таком подходе спиновый резонанс детектировался как острый пик в  $\delta R_{xx}$  при фиксированной частоте возбуждающего излучения и развороте магнитного поля. Стоит отметить, что форма и амплитуда наблюдаемых резонансных пиков не зависели ни от частот модуляции, ни от скорости разворота магнитного поля.

Примеры пиков, измеренных вблизи фактора заполнения  $\nu = 3$ , приведены на рис. 2а, с и е для трех углов  $\theta = 50^\circ$ ,  $61^\circ$  и  $67^\circ$ . Пунктирной линией отмечено положение фактора заполнения  $\nu = 3$  по магнитному полю. На рисунке 2с, на котором показаны экспериментальные данные для критического угла в  $61^\circ$ , штрих-пунктирная линия задает положение пика в сопротивлении, отвечающего фазовому переходу. Вблизи каждого резонансного пика указана соответствующая частота возбуждающего электромагнитного излучения. При  $\theta = \theta_c$  в области полей, лежащих вблизи и выше пика в сопротивлении, для линий  $\delta R_{xx}$  частоты излучения не указаны, а экспериментальные значения сняты при последовательном увеличении частоты с шагом 0.3 ГГц.

При углах  $\theta = 50^\circ$  и  $67^\circ$ , один из которых меньше критического, а второй больше, наблюдался хорошо выраженный спиновый резонанс во всем диапазоне магнитных полей в окрестности фактора заполнения  $\nu = 3$ . Причем для большего угла его интенсивность была в несколько раз выше. Можно заключить, что обе фазы, между которыми в критическом угле происходит переход, имеет существенно ненулевую спиновую поляризацию, а в состоянии, возникающем при  $\theta = 67^\circ$ , спиновая поляризация существенно больше. Это хорошо согласуется с простыми феноменологическими представлениями об устройстве такого фазового перехода, а также с экспериментальными данными, полученными при изучении неупругого рассеяния света в аналогичной структуре [33]. Устройство основного состояния в рамках простой феноменологической модели, которая описывает эффекты сильного электрон-

электронного взаимодействия путем введения перенормировки основных зонных параметров электрона – его массы и фактора Ландау, показано на панелях (b), (d) и (f) рис. 2. Подчеркнем, что такая модель носит чисто феноменологический характер, а ее обоснованность на данный момент доказана не до конца. Более правильный теоретический подход, основанный на рассмотрении модификации спектра спиновых возбуждений за счет электрон-электронного взаимодействия с учетом экранирования, хорошо описывает фазовый переход вблизи фактора заполнения 2 [46, 47], однако соответствующие расчеты еще не были проведены для случая  $\nu = 3$ . В рамках феноменологической модели основное состояние системы при  $\nu = 3$  в области углов, меньших критического, соответствует полностью заполненному нулевому уровню Ландау, а также заполненному нижайшему спин-отщепленному подуровню первого уровня Ландау. Такое устройство характерно, например, для систем со слабым взаимодействием в GaAs/AlGaAs квантовых ямах и гетеропереходах. При таком заполнении поляризованной по спине оказывается примерно треть всех электронов. В области углов, больших  $\theta_c$ , заполнены лишь нижайшие спиновые подуровни трех первых уровней Ландау, так что фактически все электроны поляризованы по спине. При таком заполнении должен наблюдаться интенсивный спиновый резонанс в полном соответствии с экспериментальными данными. Отметим, что при  $\theta = 67^\circ$  спиновые резонансы заметно шире, чем при  $\theta = 50^\circ$ . Такое поведение может объясняться наличием спин-орбитального взаимодействия в такой структуре [48], которое перемешивает спиновую степень свободы и орбитальное движение электрона в режиме квантового эффекта Холла. Как следствие, спиновое расщепление  $i$ -го уровня Ландау зависит от квадрата его индекса. Таким образом, положения по магнитному полю резонансных спиновых переходов с каждого из уровней Ландау отличаются, обуславливая уширение суммарного пика. Оценка разницы в расщеплении для нулевого и второго уровней Ландау дает уширение на уровне  $\sim 1$  мТ, что неплохо согласуется с экспериментальными данными.

С учетом всего сказанного выше удивительным выглядит поведение спинового резонанса непосредственно в критическом угле. Спиновый резонанс наблюдался лишь в одной из фаз, лежащей в области магнитных полей меньших, чем критическое поле  $B_c$ , соответствующее положению пика в продольном сопротивлении. Подчеркнем, что при таких фазовых переходах [41] область с большей спиновой поляризацией лежит именно в меньших критического маг-

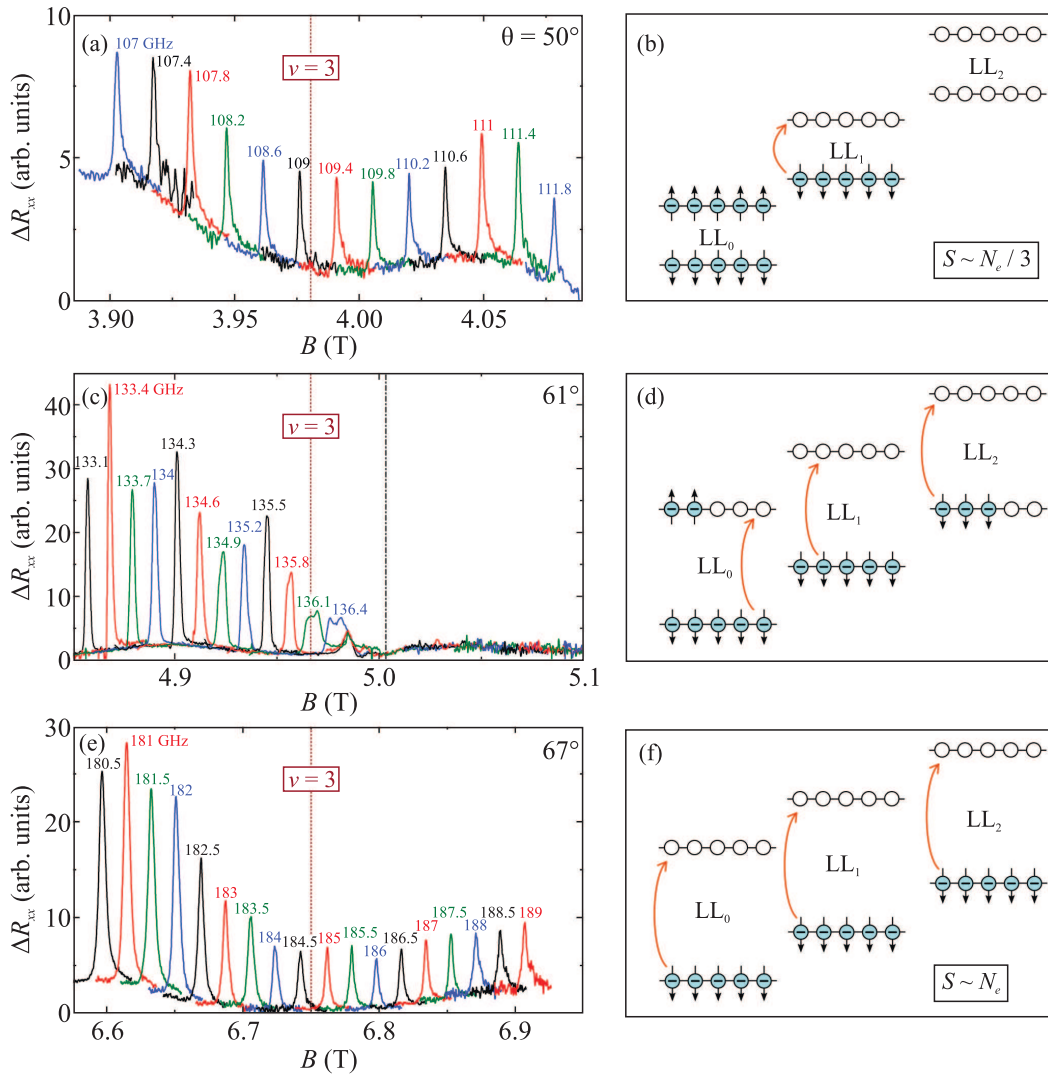


Рис. 2. (Цветной онлайн) Пики электронного спинового резонанса вблизи фактора заполнения  $\nu = 3$  квантового эффекта Холла при разных углах  $\theta = 50^\circ$ ,  $61^\circ$  и  $67^\circ$  показаны на панелях (a), (c) и (e), соответственно. По оси абсцисс отложено полное магнитное поле. Пунктирной линией отмечено положение фактора заполнения  $\nu = 3$  по магнитному полю. На панели (c), на которой показаны экспериментальные данные для критического угла в  $61^\circ$ , штрих-пунктирная линия задает положение пика в сопротивлении, отвечающего фазовому переходу. Вблизи каждого резонанса указана соответствующая частота возбуждающего электромагнитного излучения. При  $\theta = \theta_c$  в области полей, лежащих вблизи и выше пика в сопротивлении, для линий  $\delta R_{xx}$  частоты излучения не указаны, а экспериментальные значения сняты при последовательном увеличении частоты с шагом 0.3 ГГц. На панелях (b), (d) и (f) показано схематичное положение уровней Ландау в упрощенной феноменологической модели, учитывающей многочастичное взаимодействие посредством перенормировки основных зонных параметров электрона – его массы и фактора Ланде, для тех же углов  $\theta = 50^\circ$ ,  $61^\circ$  и  $67^\circ$ , соответственно.

нитных полях. По мере увеличения магнитного поля до критического наблюдалось как уменьшение амплитуды резонанса, так и увеличение его ширины, а также расщепление его на несколько пиков. В области полей, больших  $B_c$ , спиновый резонанс полностью исчезал. Такое поведение противоречит простой феноменологической модели, основывающейся

на перенормировке зонных параметров электронной системы, так как в этом диапазоне полей состояние все еще должно быть поляризовано по спину, а значит, спиновый резонанс должен наблюдаться. Примерное положение уровней энергии в рамках такой модели показано на рис. 2d. Более того, это наблюдение не согласуется с результатами, полученными

при изучении комбинационного рассеяния света на спиновых экситонах [33]. Действительно, в этих экспериментах соответствующая линия наблюдалась в широком диапазоне магнитных полей вблизи фазового перехода, а ее амплитуда различалась примерно в три раза по разные стороны от него. Такое различие еще раз подчеркивает разницу в получаемых в рамках этих двух экспериментальных подходов результатов.

По всей видимости, такое поведение спинового резонанса объясняется появлением зародышей новых фаз – доменов с разной спиновой поляризацией – при приближении к фазовому переходу. Наличие таких доменов может приводить к значительному уменьшению времени спиновой релаксации из-за рассеяния на границах зерен, что обуславливает подавление спинового резонанса в таких системах. Как видно из эксперимента, такое подавление наблюдается не только при наличии зародышей ферромагнитной фазы в парамагнитной, что характерно для перехода вблизи  $\nu = 2$  и обсуждалось в нашей предыдущей работе [41], но и при наличии ферромагнитных зародышей, имеющих отличную спиновую поляризацию, от поляризации основной фазы. Уширение и расщепление спинового резонанса на несколько пиков при подходе к  $B_c$  около  $\nu = 3$  аналогично поведению спинового резонанса при ферромагнитном переходе при  $\nu = 2$  и, по всей видимости, обуславливается таким же механизмом. Наличие неоднородностей спиновой поляризации конечного размера  $\xi$  позволяет не сохранять волновой импульс спинового экситона, возбуждаемого вблизи спинового резонанса, на масштабах  $\hbar/\xi$ , при этом из-за наличия квадратичной дисперсии у спиновой волны можно ожидать уширения резонансных пиков и даже разбиения их на несколько.

В заключении, фазовый переход, сопровождающийся изменением спиновой поляризации основного состояния, был изучен при помощи электронного спинового резонанса вблизи нечетного фактора заполнения  $\nu = 3$  в ZnO/MgZnO гетеропереходе. Такой переход возникал при увеличении угла наклона магнитного поля  $\theta$  до некоторого критического значения  $\theta_c$ . Анализ амплитуды спинового резонанса позволил подтвердить спиновую природу этого явления. При этом интенсивный спиновый резонанс наблюдается как при  $\theta < \theta_c$ , так и при  $\theta > \theta_c$ . Удивительным образом, непосредственно в критическом угле  $\theta_c$  спиновый резонанс детектировался лишь в одной из фаз, лежащей в области меньших магнитных полей. При увеличении магнитного поля вплоть до  $B_c$  наблюдалось уменьшение амплитуды резонанса и уши-

рение резонансного пика. В области полей, больших  $B_c$ , спиновый резонанс исчезал. Такое поведение резонанса связано с разбиением электронной системы на домены с разной спиновой поляризацией. Работа была выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант # 20-72-10097 (продление)). Авторы благодарны Дж. Фальсону за предоставленные для исследования гетероструктуры.

**Финансирование работы.** Работа была выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант # 20-72-10097 (продление)).

**Конфликт интересов.** Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. Y. Kozuka, A. Tsukazaki, D. Maryenko, J. Falson, C. Bell, M. Kim, Y. Hikita, H.Y. Hwang, and M. Kawasaki, *Phys. Rev. B* **85**, 075302 (2012).
2. D. Maryenko, J. Falson, Y. Kozuka, A. Tsukazaki, and M. Kawasaki, *Phys. Rev. B* **90**, 245303 (2014).
3. D. Maryenko, J. Falson, M. S. Bahramy, I. A. Dmitriev, Y. Kozuka, A. Tsukazaki, and M. Kawasaki, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 197601 (2015).
4. A. B. Van'kov, B. D. Kaysin, V. E. Kirpichev, V. V. Solovyev, and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. B* **94**, 155204 (2016).
5. A. B. Van'kov, B. D. Kaysin, and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. B* **96**, 235401 (2017).
6. A. B. Van'kov, B. D. Kaysin, and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. B* **98**, 121412(R) (2018).
7. A. B. Van'kov, B. D. Kaysin, S. Volosheniuk, and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. B* **100**, 041407(R) (2019).
8. S. Dickmann and B. D. Kaysin, *Phys. Rev. B* **101**, 235317 (2020).
9. A. B. Van'kov and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. B* **102**, 235424 (2020).
10. S. J. Papadakis, E. P. De Poortere, and M. Shayegan, *Phys. Rev. B* **59**, R12743(R) (1999).
11. J. Falson, D. Maryenko, B. Friess, D. Zhang, Y. Kozuka, A. Tsukazaki, J. H. Smet, and M. Kawasaki, *Nature Phys* **11**, 347 (2015).
12. J. Falson, D. Tabrea, D. Zhang, I. Sodemann, Y. Kozuka, A. Tsukazaki, M. Kawasaki, K. von Klitzing, and J. H. Smet, *Sci. Adv.* **4**, 8742 (2018).
13. D. Maryenko, A. McCollam, J. Falson, Y. Kozuka, J. Bruin, U. Zeitler, and M. Kawasaki, *Nat. Commun.* **9**, 4356 (2018).
14. E. P. De Poortere, Y. P. Shkolnikov, E. Tutuc, S. J. Papadakis, M. Shayegan, E. Palm, and T. Murphy, *Appl. Phys. Lett.* **80**, 1583 (2002).
15. T. Gokmen, M. Padmanabhan, and M. Shayegan, *Nat. Phys.* **6**, 621 (2010).
16. Y. J. Chung, K. W. Baldwin, K. W. West, D. Kamburov, M. Shayegan, and L. N. Pfeiffer, *Phys. Rev. Materials* **1**, 021002(R) (2017).

17. A. B. Van'kov, JETP Lett. **117**, 350 (2023).
18. А. С. Кореев, П. С. Бережной, А. Б. Ваньков, И. В. Кукушкин, Письма в ЖЭТФ **119**, 201 (2024).
19. E. Wigner, Phys. Rev. **46**, 1002 (1934).
20. E. C. Stoner, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences **165**, 372 (1938).
21. L. D. Landau, Sov. Phys. JETP **8**, 70 (1959).
22. J. Falson, I. Sodemann, B. Skinner, D. Tabrea, Y. Kozuka, A. Tsukazaki, M. Kawasaki, K. von Klitzing, and J. H. Smet, Nat. Mater. **21**, 311 (2022).
23. M. Shayegan, Nat. Rev. Phys. **4**, 212 (2022).
24. N. D. Drummond and R. J. Needs, Phys. Rev. Lett. **102**, 126402 (2009).
25. H. L. Stormer, D. C. Tsui, and A. C. Gossard, Rev. Mod. Phys. **71**, S298 (1999).
26. R. L. Willett, Rep. Prog. Phys. **76**, 076501 (2013).
27. I. V. Kukushkin, V. I. Fal'ko, R. J. Haug, K. von Klitzing, K. Eberl, and K. Toetemayer, Phys. Rev. Lett. **72**, 3594 (1994).
28. J. Zhu, H. Zhao, and W. Hu, Phys. Chem. Chem. Phys. **25**, 18926 (2023).
29. I. L. Kurland, I. L. Aleiner, and B. L. Altshuler, Phys. Rev. B **62**, 14886 (2000).
30. I. S. Burmistrov, Y. Gefen, and M. N. Kiselev, JETP Lett. **92**, 179 (2010).
31. J. P. Eisenstein, H. L. Stormer, L. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **62**, 1540 (1989).
32. J. H. Smet, R. A. Deutschmann, W. Wegscheider, G. Abstreiter, and K. von Klitzing, Phys. Rev. Lett. **86**, 2412 (2001).
33. A. B. Van'kov and I. V. Kukushkin, JETP Lett. **113**, 102 (2021).
34. Z. Wang, K. F. Mak, and J. Shan, Phys. Rev. Lett. **120**, 066402 (2018).
35. M. V. Gustafsson, M. Yankowitz, C. Forsythe, D. Rhodes, K. Watanabe, T. Taniguchi, J. Hone, X. Zhu, and C. R. Dean, Nat. Mater. **17**, 411 (2018).
36. J. Li, M. Goryca, N. P. Wilson, A. V. Stier, X. Xu, and S. A. Crooker, Phys. Rev. Lett. **125**, 147602 (2020).
37. F. Xuan and S. Y. Quek, npj Comput. Mater. **7**, 198 (2021).
38. E. P. De Poortere, E. Tutuc, and M. Shayegan, Phys. Rev. Lett. **91**, 216802 (2003).
39. A. B. Van'kov, B. D. Kaysin, and I. V. Kukushkin, JETP Lett. **107**, 106 (2018).
40. O. Stern, N. Freytag, A. Fay, W. Dietsche, J. H. Smet, K. von Klitzing, D. Schuh, and W. Wegscheider, Phys. Rev. B **70**, 075318 (2004).
41. A. V. Shchepetilnikov, A. R. Khisameeva, Y. A. Nefyodov, and I. V. Kukushkin, JETP Lett. **113**, 657 (2021).
42. J. Falson and M. Kawasaki, Rep. Prog. Phys. **81**, 056501 (2018).
43. D. Stein, K. von Klitzing, and G. Weimann, Phys. Rev. Lett. **51**, 130 (1983).
44. A. V. Shchepetilnikov, D. D. Frolov, Yu. A. Nefyodov, I. V. Kukushkin, L. Tiemann, C. Reichl, W. Dietsche, and W. Wegscheider, JETP Lett. **108**, 481 (2018).
45. A. V. Shchepetilnikov, D. D. Frolov, V. V. Solov'yev, Yu. A. Nefyodov, A. Grosser, T. Mikolajick, S. Schmult, and I. V. Kukushkin, Appl. Phys. Lett. **113**, 052102 (2018).
46. S. Dickmann and B. D. Kaysin, Phys. Rev. B **101**, 235317 (2020).
47. S. Dickmann and P. S. Bereznoy, Phys. Rev. B **108**, 115313 (2023).
48. A. R. Khisameeva, A. V. Shchepetilnikov, A. A. Dremin, and I. V. Kukushkin, JETP Lett. **117**, 681 (2023).