Письма в ЖЭТФ, том 120, вып. 6, с. 424 – 429

О флексоэлектричестве в многодоменном сегнетоэлектрике

А. С. Юрков[+1)], *П. В. Юдин*[*]

[+]*Омский научный центр Сибирского отделения РАН (Институт радиофизики и физической электроники), 644024 Омск, Россия*

[*]*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе, 630090 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 3 августа 2024 г.
После переработки 18 августа 2024 г.
Принята к публикации 20 августа 2024 г.

Рассмотрено флексоэлектричество в макроскопически неполяризованном многодоменном сегнетоэлектрике. Показано, что флексоэлектрические модули модифицируются за счет пьезоэффекта в отдельных доменах. Построена теория возмущений, согласно которой эффект возникает в третьем порядке. Оценка эффекта для титаната свинца в изотропном приближении показала, что поправки к флексоэлектрическим модулям f_{1111} и f_{1122} сравнимы по величине с их исходными значениями и зависят лишь от исходной величины f_{1212}. Поправка же к f_{1212} мала, что позволяет использовать теорию возмущений.

DOI: 10.31857/S0370274X24090178, EDN: HPKRAV

Флексоэлектричество – электромеханический эффект высшего порядка, обусловленный связью электрической поляризации с градиентом деформации и/или градиента поляризации с деформацией [1–6]. В последнее время он привлекает значительное внимание ряда исследователей. Это связано с тем, что эффект является масштабно зависимым и растет с уменьшением характерного размера, становясь сравнимым с пьезоэлектричеством в нанометровом масштабе. Поэтому изучение флексоэлектричества имеет существенное значение для развития технологии микро- и наномеханических устройств (MEMS и NEMS соответственно) [7–16]. Наиболее сильно флексоэлектричество проявляется в материалах с большой диэлектрической проницаемостью [17–21], поэтому зачастую оно исследуется в сегнетоэлектриках.

В то же время сегнетоэлектрики могут находиться в парафазе и сегнетофазе. Конечно, в сегнетофазе возникает пьезоэффект, и в монодоменном образце на фоне пьезоэлектричества флексоэффект проявляется менее ярко. Однако обычно в сегнетофазе образец разбивается на домены, причем в среднем по образцу, если не принять специальных мер, инверсионная симметрия по прежнему сохраняется. Так что в среднем по образцу пьезоэффект исчезает. В этом случае флексоэффект в сегнетофазе сегнетоэлектрика так же существенен, как и в парафазе. Заметим, что экспериментальные работы по флексоэлектричеству в сегнетофазе сегнетоэлектриков известны [22–25]. Что же касается теоретических работ, то здесь можно указать работы по влиянию флексоэлектричества на доменные стенки [26–28]. Теоретических же работ, посвященных флексоэлектричеству в образце в целом (в сегнетофазе), авторам данной статьи не известно.

Если рассматривать прямой флексоэффект (поляризация под действием градиента деформации), которым мы здесь только и ограничимся, сразу можно заметить, что градиент деформации, свернутый с флексотензором, входит в термодинамический потенциал точно так же, как и электрическое поле. Поэтому может показаться, что теория прямого флексоэффекта в многодоменном сегнетоэлектрике ничем не отличается от теории поляризации такого сегнетоэлектрика под действием электрического поля. Но внимательное рассмотрение этого вопроса показывает, что это не вполне так. Дело в том, что, хотя в среднем по образцу пьезоэффект отсутствует, локально он все же есть, что приводит к перенормировке флексоэлектрического тензора. Рассмотрение такой перенормировки и составляет содержание данной статьи.

Нужно отметить, что задачи, связанные с доменной структурой, являются, в теоретическом отношении, довольно сложными в силу нелинейности соответствующих уравнений. По-видимому, количественные результаты тут возможны только на основе прямого численного моделирования, подобного, например, тому, что делалось в [29]. Такое прямое моделирование требует крайне больших вычислительных ресурсов. При этом даже в случае линеаризации на

[1)]e-mail: fitec@mail.ru

фоне доменной структуры, что в основном нас и интересует, точное аналитическое решение оказывается проблематичным в силу случайного характера доменной структуры. Тем не менее качественный результат, заключающийся в демонстрации указанного выше эффекта, может быть получен и на основании теории возмущений. Именно это и делается ниже.

2. Основные уравнения. Основой нашего рассмотрения является объемная плотность потенциала Ландау Φ, интеграл от которой дает потенциал Ландау. Минимум этого потенциала определяет равновесную конфигурацию. Используя тензорные обозначения Эйнштейна и знак при флексоэлектрическом слагаемом в соответствии с [30], запишем этот потенциал в следующем виде (используем систему СИ):

$$\Phi = \frac{1}{2}g_{ijkl}P_{i,j}P_{k,l} + \frac{1}{2}a_{ij}P_iP_j + \frac{1}{12}b_{ijkl}P_iP_jP_kP_l - \\ - \phi P_{i,i} - \frac{\varepsilon_0}{2}\phi_{,i}\phi_{,i} - q_{ijkl}P_iP_ju_{k,l} - f_{ijkl}u_{i,j,l}P_k + \\ + \frac{1}{2}c_{ijkl}u_{i,j}u_{k,l} - \sigma_{ij}u_{i,j}. \tag{1}$$

Здесь P_i – вектор поляризации, u_i – вектор упругого смещения, ϕ – электростатический потенциал, σ_{ij} – симметричный тензор, являющийся формальным источником упругих деформаций, ε_0 – диэлектрическая постоянная, g_{ijkl}, a_{ij}, b_{ijkl}, q_{ijkl}, f_{ijkl}, c_{ijkl} – тензоры материальных постоянных, описывающие дисперсионные, диэлектрические (в двух порядках), электрострикционные, флексоэлектрические и упругие свойства соответственно.

Относительно формулы (1) нужно сделать два замечания. Во-первых, в ней мы пишем несимметризованный градиент смещения $u_{i,j}$, в то время как фактически имеет место зависимость только от симметризованного тензора (тензора деформаций). Так можно делать потому, что материальные тензоры симметричны по соответствующим индексам и несимметричная часть $u_{i,j}$ все равно выпадает. Во-вторых, флексоэлектрическое слагаемое мы пишем в форме $f_{ijkl}u_{i,j,l}P_k$, а не в форме $f_{ijkl}(u_{i,j,l}P_k - u_{i,j}P_{k,l})/2$. Так можно делать потому, что с точностью до поверхностных членов, возникающих при интегрировании по частям, эти две формы эквивалентны, поверхностными же эффектами мы здесь не интересуемся.

В сегнетофазе материальный тензор a_{ij} не является положительно определенным, что приводит к возникновению спонтанной поляризации $P_i^{(0)}$. С учетом того, что возникает доменная структура, поле $P_i^{(0)}$ является пространственно неоднородным, причем мы будем его считать случайным полем, так же, как поле соответствующих деформаций $u_i^{(0)}$ и поле электростатического потенциала $\phi^{(0)}$.

Нас интересует линеаризованная теория. Поэтому переразложим (1) над $P_i^{(0)}$ с точностью до членов второго порядка по $\tilde{P}_i = P_i - P_i^{(0)}$, $\tilde{u}_i = u_i - u_i^{(0)}$, $\tilde{\phi} = \phi - \phi^{(0)}$. При этом линейные члены, кроме $\sigma_{ij}\tilde{u}_{i,j}$, исчезают в силу равновесности доменной структуры при $\sigma_{ij} = 0$ (по меньшей мере локальной равновесности), и, опуская несущественную для нас константу, получаем

$$\Phi = \frac{1}{2}g_{ijkl}\tilde{P}_{i,j}\tilde{P}_{k,l} + \\ + \frac{1}{2}\left[a_{ij} + b_{ijkl}P_k^{(0)}P_l^{(0)} - 2q_{ijkl}u_{k,l}^{(0)}\right]\tilde{P}_i\tilde{P}_j - \\ - \tilde{\phi}\tilde{P}_{i,i} - \frac{\varepsilon_0}{2}\tilde{\phi}_{,i}\tilde{\phi}_{,i} - 2q_{ijkl}P_i^{(0)}\tilde{P}_j\tilde{u}_{k,l} - \\ - f_{ijkl}\tilde{u}_{i,j,l}\tilde{P}_k + \frac{1}{2}c_{ijkl}\tilde{u}_{i,j}\tilde{u}_{k,l} - \sigma_{ij}\tilde{u}_{i,j}. \tag{2}$$

В результате такого переразложения у нас возникло случайное поле анизотропии $b_{ijkl}P_k^{(0)}P_l^{(0)}$ и случайное же поле пьезотензора $d_{jkl} = -2q_{ijkl}P_i^{(0)}$. Отметим, что тензор $a_{ij} + b_{ijkl}P_k^{(0)}P_l^{(0)}$ теперь уже является положительно определенным, причем в нем удобно выделить средний (по случайной доменной структуре) тензор, записав

$$a_{ij} + b_{ijkl}P_k^{(0)}P_l^{(0)} - 2q_{ijkl}u_{k,l}^{(0)} = \langle\beta_{ij}\rangle + \alpha_{ij}. \tag{3}$$

Здесь $\langle\beta_{ij}\rangle$ – постоянный тензор, имеющий симметрию исходной парафазы, так что в кубическом случае он сводится к скаляру, $\langle\alpha_{ij}\rangle = 0$.

Далее для упрощения записи мы будем опускать тильды и знак усреднения у $\langle\beta_{ij}\rangle$. В итоге получим

$$\Phi = \frac{1}{2}g_{ijkl}P_{i,j}P_{k,l} + \frac{1}{2}(\beta_{ij} + \alpha_{ij})P_iP_j - \phi P_{i,i} - \\ - \frac{\varepsilon_0}{2}\phi_{,i}\phi_{,i} + d_{ikl}P_iu_{k,l} - f_{ijkl}u_{i,j,l}P_k + \\ + \frac{1}{2}c_{ijkl}u_{i,j}u_{k,l} - \sigma_{ij}u_{i,j}. \tag{4}$$

Варьируя интеграл от такого потенциала по P_i, u_i и ϕ, получаем следующую систему линейных уравнений:

$$(\beta_{ij} + \alpha_{ij})P_j - g_{ijkl}P_{k,l,j} + \phi_{,i} + d_{ikl}u_{k,l} - f_{kjil}u_{k,l,j} = 0\,, \tag{5}$$

$$\left(c_{klij}u_{i,j} + d_{ikl}P_i + f_{klij}P_{i,j} - \sigma_{kl}\right)_{,l} = 0\,, \tag{6}$$

$$\left(\varepsilon_0\phi_{,i} - P_i\right)_{,i} = 0\,. \tag{7}$$

Хотя полученные уравнения являются линейными, дело усложняется тем, что это стохастические уравнения, так как величины α_{ij} и d_{ikl} являются случайно неоднородными. Поэтому придется воспользоваться теорией возмущений по соответствующим слагаемым в (5)–(7). Также параметром разложения будет флексоэлектрическое слагаемое.

3. Теория возмущений. Получить теорию возмущений проще всего, осуществляя итерации интегральных уравнений, эквивалентных (5)–(7):

$$P_i(\mathbf{r}) = \int G_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')[\alpha_{jn}(\mathbf{r}')P_n(\mathbf{r}') + \\ + d_{jkl}(\mathbf{r}')u_{kl}(\mathbf{r}') - f_{knjl}u_{kn,l}(\mathbf{r}')]d^3\mathbf{r}', \tag{8}$$

$$u_{ij}(\mathbf{r}) = \int D_{ijkl}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')[\sigma_{kl}(\mathbf{r}') - \\ - d_{nkl}(\mathbf{r}')P_n(\mathbf{r}') - f_{klnm}P_{n,m}(\mathbf{r}')]d^3\mathbf{r}'. \tag{9}$$

Здесь $u_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$, а функции Грина (пропагаторы) G_{ij} и D_{ijkl} удовлетворяют уравнениям

$$g_{ijkl}G_{kn,j,l}(\mathbf{r}) - \beta_{ij}G_{jn}(\mathbf{r}) - \phi_{n,i}(\mathbf{r}) = \delta_{in}\delta(\mathbf{r}), \tag{10}$$

$$\varepsilon_0\phi_{n,i,i} = G_{in,i}, \tag{11}$$

$$D_{klnm} = \frac{1}{2}\left(\mathcal{D}_{kn,m,l} + \mathcal{D}_{ln,m,k}\right), \tag{12}$$

$$c_{ijkl}\mathcal{D}_{kn,l,j}(\mathbf{r}) = \delta_{in}\delta(\mathbf{r}). \tag{13}$$

Эти функции могут быть найдены с помощью преобразования Фурье.

Из уравнений (8) и (9) очевидно следующее. Невозмущенное решение содержит только упругую деформацию:

$$u^{(0)}_{ij}(\mathbf{r}) = \int D_{ijkl}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\sigma_{kl}(\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}', \tag{14}$$

$$P^{(0)}_i = 0. \tag{15}$$

В первом порядке появляется вклад только в поляризацию

$$P^{(1)}_i(\mathbf{r}) = \int G_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')[d_{jkl}(\mathbf{r}')u^{(0)}_{kl}(\mathbf{r}') - \\ - f_{knjl}u^{(0)}_{kn,l}(\mathbf{r}')]d^3\mathbf{r}', \tag{16}$$

$$u^{(1)}_{ij} = 0. \tag{17}$$

Во втором порядке есть вклад и в поляризацию

$$P^{(2)}_i(\mathbf{r}) = \int G_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\alpha_{jn}(\mathbf{r}')P^{(1)}_n(\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}', \tag{18}$$

и в деформацию

$$u^{(2)}_{ij}(\mathbf{r}) = -\int D_{ijkl}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')[d_{nkl}(\mathbf{r}')P^{(1)}_n(\mathbf{r}') + \\ + f_{klnm}P^{(1)}_{n,m}(\mathbf{r}')]d^3\mathbf{r}'. \tag{19}$$

Вклад в поляризацию третьего порядка равен

$$P^{(3)}_i(\mathbf{r}) = \int G_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')[\alpha_{jn}(\mathbf{r}')P^{(2)}_n(\mathbf{r}') + \\ + d_{jkl}(\mathbf{r}')u^{(2)}_{kl}(\mathbf{r}') - f_{knjl}u^{(2)}_{kn,l}(\mathbf{r}')]d^3\mathbf{r}'. \tag{20}$$

Вклад третьего порядка в деформацию и все более высокие вклады нас интересовать не будут.

Далее надо сделать подстановки и усреднить полученную поляризацию по случайной доменной структуре. При этом надо учесть, что в силу того, что мы предполагаем сохранение инверсионной симметрии в среднем (вероятности доменов с противоположной поляризацией равны), то обратятся в ноль $\langle d_{ikl}\rangle$ и $\langle d_{ikl}\alpha_{nm}\rangle$. Также обратится в ноль $\langle \alpha_{ij}\rangle$, так как его среднюю часть мы выделили в β_{ij} и учли до построения теории возмущений. Тогда получаем

$$P^{(1)}_i(\mathbf{r}) = -\int G_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')f_{knjl}u^{(0)}_{kn,l}(\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}'. \tag{21}$$

Это обычный невозмущенный флексоэлектрический вклад. Во втором порядке усреднение обнуляет вклад в поляризацию:

$$\langle P^{(2)}_i\rangle = 0. \tag{22}$$

Что же касается третьего порядка, то в нем возникает десять слагаемых, пять из которых обращаются в ноль при усреднении. Из оставшихся пяти слагаемых, четыре лишь модифицируют пропагаторы. Они нас здесь не интересуют. Интересующий нас эффект описывается единственным слагаемым третьего порядка

$$P^{(3)}_i(\mathbf{r}) = -\int G_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')D_{klmn}(\mathbf{r}'-\mathbf{r}'')f_{mnpq}\times \\ \times G_{pr,q}(\mathbf{r}''-\mathbf{r}''')\langle d_{jkl}(\mathbf{r}')d_{rst}(\mathbf{r}''')\rangle u^{(0)}_{st}(\mathbf{r}''')\times \\ \times d^3\mathbf{r}'''d^3\mathbf{r}''d^3\mathbf{r}'. \tag{23}$$

4. Дополнительный вклад в флексоэлектрические модули. Последнюю формулу предыдущего раздела можно переписать в виде отклика за счет нелокального пьезоэлектричества (здесь мы уже опускаем обозначение порядка теории возмущений):

$$P_i(\mathbf{r}) = \int G_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\Delta_{jkl}(\mathbf{r}'')u^{(0)}_{kl}(\mathbf{r}'-\mathbf{r}'')d^3\mathbf{r}''d^3\mathbf{r}', \tag{24}$$

где

$$\Delta_{jkl}(\mathbf{r}) = \int \langle d_{rkl}(0)d_{jst}(\mathbf{r})\rangle D_{stmn}(\mathbf{r}')\times \\ \times f_{mnpq}G_{pr,q}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}'. \tag{25}$$

Здесь учтено, что $\langle d_{jkl}(\mathbf{r}')d_{rst}(\mathbf{r}''')\rangle$ зависит только от разности своих пространственных аргументов, так как в среднем трансляционная инвариантность сохраняется.

Нелокальный пьезоэффект, описываемый формулой (24), для достаточно медленно меняющихся упругих полей может быть стандартным образом представлен как флексоэффект. Для этого надо лишь разложить $u^{(0)}_{kl}(\mathbf{r}'-\mathbf{r}'')$ вблизи $\mathbf{r}'$ с точностью до линейных членов. Тогда получится следующее:

$$P_i(\mathbf{r}) = \int G_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')u^{(0)}_{kl}(\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}' \int \Delta_{jkl}(\mathbf{r}'')d^3\mathbf{r}'' - \\ - \int G_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')u^{(0)}_{kl,m}(\mathbf{r}')d^3\mathbf{r}' \int r''_m \Delta_{jkl}(\mathbf{r}'')d^3\mathbf{r}''. \quad (26)$$

Первое слагаемое обращается в ноль по симметрийным причинам. Что же касается второго слагаемого, то сравнив его с (21), мы убеждаемся, что получилась поправка к флексоэлектрическому тензору, определяемая следующими формулами:

$$\delta f_{klij} = \int r_j \Delta_{ikl}(\mathbf{r})d^3\mathbf{r} = L_{klijmnpq} f_{mnpq}, \quad (27)$$

$$L_{klijmnpq} = \int \langle d_{rkl}(0)d_{ist}(\mathbf{r})\rangle D_{stmn}(\mathbf{r}') \times \\ \times G_{pr,q}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')r_j d^3\mathbf{r}' d^3\mathbf{r}. \quad (28)$$

Практически удобнее пользоваться фурье-представлением последней формулы:

$$L_{klijmnpq} = -4q_{urkl}q_{vist} \int \left\langle P^{(0)}_u P^{(0)}_v \right\rangle (-\mathbf{k}) \times \\ \times \frac{\partial}{\partial k_j}\left[D_{stmn}(\mathbf{k})k_q G_{pr}(\mathbf{k})\right] \frac{d^3\mathbf{k}}{8\pi^3}. \quad (29)$$

Здесь мы дополнительно выразили коррелятор поля пьезомодулей через коррелятор поля спонтанной поляризации.

5. Численная оценка. Сделаем оценку порядка величины δf_{klij} для типичного сегнетоэлектрика кубической (в парафазе) структуры $PbTiO_3$. Поскольку мы оцениваем лишь порядок, то пренебрежем кубической анизотропией и примем для фурье-образа коррелятора спонтанной поляризации крайне простую аппроксимацию:

$$\langle P_i P_j\rangle(\mathbf{k}) = \begin{cases} 6\pi^2 \delta_{ij}\Lambda^{-3}\left(P^{(0)}\right)^2 & k<\Lambda, \\ 0 & k>\Lambda. \end{cases} \quad (30)$$

Здесь Λ – параметр обрезания, имеющий порядок обратного размера доменов.

При такой аппроксимации можно, во-первых, записать основную формулу (29) в виде интеграла по объему шара. Во-вторых, используя тот факт, что в этом случае под интегралом стоит лишь частная производная, интеграл по объему шара можно свести к интегралу по его поверхности:

$$L_{klijmnpq} = -q_{urkl}q_{uist}24\pi^2\left(P^{(0)}\right)^2\Lambda^{-3} \times \\ \times \oint_{k=\Lambda} \frac{k_j}{k} D_{stmn}(\mathbf{k})k_q G_{pr}(\mathbf{k})\frac{dS}{8\pi^3}. \quad (31)$$

Здесь использовано представление единичного вектора внешней нормали в виде $n_j = k_j/k$.

Практически всегда корреляционная длина флуктуаций много меньше, чем характерный размер доменов. А это означает, что при $k<\Lambda$, с учетом того, что в сегнетоэлектрике относительная диэлектрическая проницаемость ε много больше единицы, пропагатор $G_{ij}(\mathbf{k})$ дается следующей формулой:

$$G_{ij} = \varepsilon\varepsilon_0\left(k_i k_j/k^2 - \delta_{ij}\right). \quad (32)$$

Существенно, что такой пропагатор масштабно инвариантен (не меняется при изменении масштаба вектора k_i). Упругий пропагатор масштабно инвариантен изначально. Поэтому в интеграле (31) можно сделать масштабное преобразование $\mathbf{k}$, и свести интегрирование к интегрированию по *единичной* сфере, причем параметр Λ^{-3} при этом сокращается:

$$L_{klijmnpq} = -q_{urkl}q_{uist}24\pi^2\left(P^{(0)}\right)^2 \times \\ \times \oint_{k=1} k_j D_{stmn}(\mathbf{k})k_q G_{pr}(\mathbf{k})\frac{dS}{8\pi^3}. \quad (33)$$

Учитывая явный вид пропагаторов, ясно, что в результате таких преобразований интегрирование свелось к интегралам вида

$$\oint_{k=1} k_i \ldots k_n dS. \quad (34)$$

Такие интегралы удобно вычислять, дифференцируя по компонентам вектора $\mathbf{r}$ производящую функцию

$$F(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi}\oint_{k=1} e^{i\mathbf{kr}}dS_{\mathbf{k}} = \frac{\sin r}{r} \quad (35)$$

и беря после дифференцирования предел $\mathbf{r}\to 0$. При этом, чтобы избежать необходимости раскрывать неопределенности, синус в F удобно представить в виде разложения в ряд Тейлора.

В результате, после несколько громоздких, но принципиально простых выкладок, в предположении изотропности тензора f_{ijkl}, получается простая формула для поправок к этому тензору:

$$\delta f_{klij} = -\left(P^{(0)}\right)^2 \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 f_{1212}}{5c_{1212}} \times \\ \times (2q_{ujkl}q_{uiss} - 3q_{uskl}q_{uisj} - 3q_{utkl}q_{uijt}). \qquad (36)$$

Подставляя численные параметры (все в СИ): $\varepsilon = 400$ [31], $c_{1111} = 17.46 \cdot 10^{10}$, $c_{1212} = 11.1 \cdot 10^{10}$, $q_{1111} = 11.41 \cdot 10^9$, $q_{1122} = 0.46 \cdot 10^9$, $q_{1212} = 1.87 \cdot 10^9$, $P_0 = 0.63$ [32], получаем следующее:

$$\begin{aligned} \delta f_{1111} &= 2.6 f_{1212}, \\ \delta f_{1122} &= 0.8 f_{1212}, \\ \delta f_{1212} &= -0.1 f_{1212}. \end{aligned} \qquad (37)$$

В поправках изотропности тензора уже нет, что связано с тем, что тензор электрострикции взят с реальной кубической симметрией.

Обращают на себя внимание два факта. Первый – все выразилось только через компоненту f_{1212}. Это довольно естественное следствие чисто поперечной структуры пропагатора G и изотропности затравочного тензора f_{ijkl}. Второй примечательный факт заключается в том, что поправка к f_{1212} мала и это благоприятно с точки зрения применимости теории возмущений. В это же время поправки к f_{1111} и f_{1122} малыми не являются, что благоприятно с точки зрения возможности наблюдения рассматриваемого эффекта и его важности.

6. Заключение. Мы построили континуальную теорию, описывающую влияние случайной доменной структуры в сегнетоэлектрике на его макроскопические электромеханические свойства. Исходная система уравнений содержит электрострикцию, флексоэлектрический эффект и корреляционные члены. Пьезоэффект в данной модели описывается сверткой тензора электрострикции с вектором поляризации. При усреднении по доменной структуре пьезоэффект зануляется, а диэлектрическая проницаемость описывается изотропным тензором, для оценки которого можно воспользоваться данными для поликристалла [31]. Рассматривая все случайно-неоднородные величины как возмущение классических уравнений для сегнетоэлектрика, мы получили соответствующую теорию возмущений. В рамках такой теории возмущений появляется перенормировка флексоэлектрического тензора, добавка к которому связана с локальным пьезоэффектом. Она выражается через функции Грина (пропагаторы) поляризационного и упругого поля, исходные флексоэлектрические модули, квадратичную форму компонент тензора электрострикции и пространственный коррелятор вектора поляризации. Фурье-образ последнего мы аппроксимировали крайне простой характеристической функцией однородного шара, что позволило осуществить численную оценку эффекта для типичного сегнетоэлектрика титаната свинца. Получающиеся поправки к флексоэлектрическим модулям f_{1111} и f_{1122} по порядку величины сравнимы с исходными модулями и не зависят ни от размера доменов, ни от корреляционной длины, ни от размеров образца. В связи с тем, что в случае достаточно крупных доменов фурье-образ поляризационного пропагатора можно взять в форме поперечного проектора, в ответ вошла лишь компонента f_{1212} флексотензора, поправка к которой оказалась мала. Тем самым использование теории возмущений для данного случая, по меньшей мере, не противоречиво, несмотря на общую большую величину эффекта в других компонентах. Сформулированная нами в общем виде теория может применяться для решения широкого класса задач, связанных с электромеханическим откликом в случайно поляризованном образце.

Финансирование работы. Работа А. С. Юркова финансировалась в соответствии с государственным заданием Омского научного центра Сибирского отделения Российской академии наук (номер госрегистрации проекта 122011200349-3). Работа П. В. Юдина финансировалась в рамках государственного задания Института теплофизики им. С. С. Кутателадзе Сибирского отделения Российской академии наук (номер госрегистрации проекта 122022800489-6).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. V. Mashkevich and K. Tolpygo, Soviet Physics – JETP **5**(3), 435 (1957).
2. K. Tolpygo, Soviet Physics – Solid State **4**, 1297 (1963).
3. S. M. Kogan, Soviet Physics – Solid State **5**(10), 2069 (1964).
4. P. Harris, J. Appl. Phys. **36**(3), 739 (1965).
5. R. D. Mindlin, International Journal of Solids and Structures **4**(6), 637 (1968).
6. A. Askar, P. Lee, and A. Cakmak, Phys. Rev. B **1**(8), 3525 (1970).
7. M. Majdoub, P. Sharma, and T. Çağin, Phys. Rev. B **78**(12), 121407 (2008).
8. X. Wang, Nano Energy **1**(1), 13 (2012).
9. X. Jiang, W. Huang, and S. Zhang, Nano Energy **2**(6), 1079 (2013).

10. Q. Deng, M. Kammoun, A. Erturk, and P. Sharma, International Journal of Solids and Structures **51**(18), 3218 (2014).
11. J.K. Han, S.Y.C. Do Hyun Jeon, S.W. Kang, S. A. Yang, S. D. Bu, S. Myung, J. Lim, M. Choi, M. Lee, and M. K. Lee, Sci. Rep. **6**, 29562 (2016).
12. H. Tzou and X. Zhang, Journal of Vibration and Acoustics **138**(3), 031006 (2016).
13. A. G. Moura and A. Erturk, J. Appl. Phys. **121**(6), 064110 (2017).
14. X. Liang, S. Hu, and S. Shen, Smart Mater. Struct. **26**(3), 035050 (2017).
15. X. Liang, R. Zhang, S. Hu, and S. Shen, J. Intell. Mater. Syst. Struct. **28**, 2064 (2017).
16. Z. Yan, Physica E: Lowdimensional Systems and Nanostructures **88**, 125 (2017).
17. P. Zubko, G. Catalan, A. Buckley, P. Welche, and J. Scott, Phys. Rev. Lett. **99**(16), 167601 (2007).
18. J. Hong, G. Catalan, J. Scott, and E. Artacho, J. Phys. Condens. Matter **22**(11), 112201 (2010).
19. V. Zalesskii and E. Rumyantseva, Phys. Solid State **56**, 1352 (2014).
20. E. D. Obozova, P. P. Syrnikov, and V. G. Zalesskii, Phys. Solid State **60**(5) (2018).
21. V. Zalesskii, E. Obozova, and A. Polushina, Instruments and Experimental Techniques **62**, 830 (2019).
22. E. Bursian and O. Zaikovskii, Soviet Physics – Solid State **10**(5), 1121 (1968).
23. E. Bursian, O. Zaikovskii, and K. Makarov, Seriya Fizicheskaya **33**(7), 1098 (1969).
24. E. Bursian and N. Trunov, Soviet Physics – Solid State **10**, 760 (1974).
25. E. Rumyantseva and V. G. Zalesskii, Phys. Solid State **58**, 689 (2016).
26. P.V. Yudin, A.K. Tagantsev, E.A. Eliseev, A. N. Morozovska, and N. Setter, Phys. Rev. B **86**(13), 134102 (2012).
27. E. A. Eliseev, P. V. Yudin, S. V. Kalinin, N. Setter, A. K. Tagantsev, and A. N. Morozovska, Phys. Rev. B **87**(5), 054111 (2013).
28. R. Ahluwalia, A. K. Tagantsev, P. Yudin, N. Setter, N. Ng, and D. J. Srolovitz, Phys. Rev. B **89**(17), 174105 (2014).
29. R. Ahluwalia, P. Yudin, and A. Yurkov, Physica Status Solidi (b) **255**(3), 1700312 (2018).
30. P. Yudin and A. Tagantsev, *Basic theoretical description of flexoelectricity in solids*, in *Flexoelectricity in solids: from theory to applications*, World Scientific, Singapore (2017), p. 1.
31. M. E. Lines and A. M. Glass, *Principles and applications of ferroelectrics and related materials*, Oxford university press, Oxford (2001).
32. P. Mokrỳ, T. Sluka, and A. K. Tagantsev, *Nonlinear extrinsic permittivity and piezoelectricity in lead titanate due to 90° domain walls pinning*, in *2013 Joint IEEE International Symposium on Applications of Ferroelectric and Workshop on Piezoresponse Force Microscopy (ISAF/PFM)*, IEEE, Piscatway (2013), p. 222.