

Магнонный сверхток и сброс фазы в пленке железо-иттриевого граната

Ю. М. Буньков⁺¹⁾, В. И. Белотелов^{+×*}, П. М. Ветошко^{+×°}, Г. А. Князев^{+*}, А. Н. Кузмичев⁺, П. Е. Петров^{+*}

⁺Российский квантовый центр, 143025 Сколково, Москва, Россия

^{*}Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

[×]Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского, 295007 Симферополь, Россия

[°]Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 августа 2024 г.

После переработки 21 августа 2024 г.

Принята к публикации 22 августа 2024 г.

Ровно 40 лет назад была открыта спиновая сверхтекучесть и Бозе-Эйнштейновская конденсация магнонов в сверхтекучем антиферромагнитном ³He-V. В данной статье мы демонстрируем спиновую сверхтекучесть и сброс фазы в пленке железо – иттриевого граната при комнатной температуре. Это наблюдение сделано при помощи оптического эффекта Фарадея. Исследовано пространственное распределение фазы и амплитуды спиновой прецессии в условиях магнонного Бозе-Эйнштейновского конденсата при изменении разности фаз накачки между двумя полосковыми линиями, возбуждающими магноны.

DOI: 10.31857/S0370274X24090191, EDN: НТМСЗА

Когерентные квантовые процессы переноса, такие как сверхтекучесть и сверхпроводимость, являются фундаментальными явлениями когерентного квантового состояния вещества. Сорок лет тому назад был открыт процесс когерентного переноса магнонов – спиновая сверхтекучесть [1–3]. Это открытие было сделано в Институте физических проблем, который сейчас носит имя его основателя – Петра Леонидовича Капицы. Оно было получено в той же комнате, что и открытие Петром Леонидовичем Капицей сверхтекучести в ⁴He более 80 лет тому назад. Спиновая сверхтекучесть магнонов была обнаружена в антиферромагнитном сверхтекучем ³He-V на уникальной установке ядерного размагничивания меди, которая позволила получить температуру существенно ниже одного милликельвина. Установка и эксперименты на ней были проведены молодым коллективом авторов по поручению Петра Леонидовича Капицы и при его непосредственной поддержке. Установка имеет уникальные характеристики по хладопроизводительности при столь низких температурах и продолжает устойчиво функционировать на протяжении более 40 лет.

³He-V является сверхтекучей жидкостью. Однако свойства спиновой сверхтекучести не связа-

ны непосредственно с массовой сверхтекучестью и определяются магнитными свойствами антиферромагнитного состояния ³He-V. Магнонная сверхтекучесть возникает за счет эффекта магнонной Бозе-Эйнштейновской Конденсации (мБЭК) [4]. Это явление находится в ряду таких квантовых макроскопических явлений, как электронная сверхпроводимость и массовая сверхтекучесть. Непосредственно Бозе-Эйнштейновская Конденсация (БЭК) наблюдалась в разряженном газе атомов [5, 6] а также фотонов [7–9]. Кроме частиц, макроскопические квантовые состояния могут образовывать и квазичастицы – магноны [4], фононы [10], ротонны [11], экситоны [12], поляритоны [13], связанные экситон-поляритонные состояния [14]. Условия Бозе-Эйнштейновской конденсации определяются известной формулой, в которую входят плотность, температура и масса квазичастиц.

$$T_{BEC} = \kappa_0 \frac{\hbar^2}{k_B m} \left(\frac{N}{V_s} \right)^{2/3}, \quad \kappa_0 = \frac{2\pi}{[\zeta(\frac{3}{2})]^{2/3}} \simeq 3.31, \quad (1)$$

где $\frac{N}{V_s}$ – плотность частиц, m – их масса а T – температура. Соответственно \hbar – постоянная планка, k_B – константа Больцмана и ζ – дзета-функция Римана.

Магнонная Бозе-Эйнштейновская конденсация в ³He-V была обнаружена благодаря очень малой величине спин-решеточной релаксации, так что магноны,

¹⁾e-mail: y.bunkov@rsc.ru

возбужденные импульсом магнитного резонанса, живут порядка минуты на частоте порядка МГц. За это время магны успевают термализоваться и создать когерентное квантовое состояние. Это состояние удалось наблюдать непосредственно благодаря спонтанному формированию когерентного сигнала магнитной индукции после первоначальной расфазировки спиновой системы в неоднородном магнитном поле. Механизм образования этого состояния был объяснен как пространственное перераспределение плотности магнов за счет спинового сверхтока, возникающего из-за градиента фазы прецессии. Экспериментальное наблюдение этого когерентного состояния детально описано в [15].

Интерпретация этого явления как образования когерентного квантового состояния магнов была дана в 1994 г. [16] и более детально в [17, 18]. Демонстрационный эксперимент, в котором наглядно продемонстрирована расфазировка возбужденных магнов, а затем спонтанное образование мБЭК был опубликован в [19].

В дальнейшем были обнаружены когерентные явления непосредственно связанные со сверхтекучестью магнов, такие как пространственный перенос магнитного момента на большое расстояние спиновым сверхтоком, сброс фазы при достижении критической скорости Ландау [20–22]. Был обнаружен магнный эффект Джозефсона [23, 24] и образование квантовых вихрей Абрикосова [25, 26]. Обзор этих исследований можно найти в [27–30].

Затем мБЭК был обнаружен также в $^3\text{He-A}$ [31, 32] и в полярной фазе $^3\text{He-P}$ [33], в атомарном газе водорода [34] и других системах [35]. Интересный обзор теоретических основ мБЭК был опубликован в обзоре [36].

Образование магнного БЭК и спиновой сверхтекучести в твердотельных магнетиках было предсказано в системах со связанной ядерно-электронной прецессией в антиферромагнетиках [37]. Динамические свойства прецессии намагниченности в них во многом аналогичны $^3\text{He-B}$. Минимум энергии также соответствует магнам с $\mathbf{k} = 0$ и частота прецессии увеличивается при увеличении их числа, что говорит о потенциале отталкивания между магнами. Величина критической плотности магнов для образования мБЭК в этих системах была вычислена в [38]. мБЭК был обнаружен в квазиядерной моде прецессии в CsMnF_3 [39] и MnCO_3 [40–44]. Так, в [40, 43] был получен эффект нерезонансного возбуждения магнов, в [41] образование голдстоуновских мод колебаний Бозе конденсата, а в [42, 44] показа-

но, что сигналы прецессии описываются образованием Бозе конденсата, а не линейной теорией.

Настоящим прорывом стало обнаружение явления магнной Бозе-Эйнштейновской конденсации магнов в пленках железо-иттриевого граната (ЖИГ) при комнатной температуре [45, 46]. Магны в пленках ЖИГ, намагниченных перпендикулярно плоскости образца, имеют минимум энергии при волновом векторе \mathbf{k} , равном нулю, и характеризуются взаимодействием отталкивания, как и в $^3\text{He-B}$. Поэтому мБЭК образуется стационарными магнами, как и в атомарном БЭК. В связи с тем, что магны являются квазичастицами в магнитоупорядоченных системах, их равновесная плотность определяется температурой системы. При этом их плотность всегда меньше, чем концентрация магнов, необходимая для Бозе конденсации. Однако их плотность можно существенно увеличить путем возбуждения неравновесных магнов. Критическая концентрация магнов для образования мБЭК для различных систем может быть вычислена из параметров спектра магнов. Так, для пленки ЖИГ, намагниченной перпендикулярно поверхности, критическая плотность магнов соответствует динамическому отклонению намагниченности на угол 2.5° [47]. В системе неравновесных магнов роль плотности частиц \mathcal{N} играет проекция полного спина на направление внешнего магнитного поля \mathcal{S}_z . Возбуждение неравновесных магнов приводит к уменьшению продольной намагниченности системы \mathcal{S}_z на величину, пропорциональную $1 - \cos \beta$, где β – угол динамического отклонения равновесной намагниченности [48, 49]. Взаимодействие между магнами приводит к сдвигу частоты прецессии от ларморовской на величину $\Delta\omega$, которая определяет длину когерентности и критическую скорость сверхтекучего тока магнов [48, 49].

Большим достоинством магнной сверхтекучести является то, что данное состояние с отклоненной и прецессирующей намагниченностью является основным состоянием системы при заданной плотности магнов. Поэтому его можно поддерживать непрерывно, возмещая испаряющиеся магны генерацией новых при помощи радиочастотной (РЧ) накачки. При этом новые магны рождаются в состоянии уже существующего Бозе конденсата [50]. Более того, частота РЧ накачки определяет химический потенциал и соответствующую плотность неравновесных магнов [4, 51]. Сканируя частоту (или магнитное поле) при постоянной РЧ накачке, возможно изменять плотность магнов в конденсате [52]. Этим объясняется так называемый “фолдовер” маг-

нитный резонанс, заключающийся в том, что частота прецессии намагниченности при достаточно большой мощности накачки следует за увеличивающейся частотой накачки (или уменьшающимся магнитным полем). Это явление было первоначально объяснено Андерсоном и Сулом как сдвиг частоты прецессии при отклонении намагниченности [53]. И хотя качественно эта теория объясняла эффект, экспериментальные результаты сильно отличались от предсказанных теорией [54]. (К сожалению, в этой статье был сделан вывод о согласии результатов экспериментов с теорией, хотя фактически опубликованные результаты сильно противоречат теоретическим предсказаниям!) Хорошее согласие теории с экспериментальными результатами было получено в [55] при модификации теории с учетом магнонной Бозе конденсации, когда плотность магнонов определяется не амплитудой РЧ накачки, как в теории [53], а сдвигом частоты от резонанса, т.е. химическим потенциалом возбуждаемых магнонов.

Основным каналом релаксации магнонов в пленках ЖИГ является возбуждение фононов в подложке [56]. В недавних экспериментах было обнаружено, что скорость релаксации магнонов существенно ускоряется при условии, что частота магнитного резонанса совпадает с частотой акустической моды на толщине подложки [57, 58]. В работе [57] был также обнаружен эффект антирезонанса, при котором скорость релаксации магнонов существенно замедлялась при совпадении частоты магнонов со серединой спектра стоячих акустических мод, что говорит о когерентности магнон-фононного взаимодействия. Таким образом была показана сильная связь в пленке ЖИГ между магнонным и фононным резервуарами. Дальнейшее исследование показало, что не только магноны могут возбуждать неравновесные фононы, но и фононы также могут возбуждать магноны [59]. Было показано, что мБЭК, возбужденный в одном образце пленки ЖИГ, может формировать мБЭК в другом образце, расположенном на той же подложке на большом расстоянии. В результате, при рассмотрении процессов переноса магнонов следует учитывать параллельный процесс переноса фононов через подложку, что усложняет интерпретацию экспериментальных результатов. Именно процессы переноса магнонов за счет градиента фазы волновой функции мБЭК – магнонной сверхтекучести – исследуются в данной статье.

Эксперименты проводились на образце пленки ЖИГ, выращенной методом эпитаксии на подложке из галлий-гадолиниевого граната в Крымском федеральном университете [60]. Пленка ЖИГ толщиной

6 мкм имела форму эллипса размером 4.5×1.5 мм. Эллиптическая форма образца была выбрана для уменьшения возможности образования вторичных резонансных мод. Исследования проводились на оригинальной магнитооптической установке, принципы работы которой были описаны в [61]. Ее применение для исследования магнонной Бозе конденсации представлено в [62, 63]. Пространственное распределение угла отклонения прецессирующей намагниченности и ее фаза прецессии измерялись при помощи эффекта Фарадея. В эксперименте, представленном в данной статье, магнитный резонанс возбуждался двумя узкими полосковыми линиями шириной 0.2 мм, расположенными на расстоянии 2.5 мм симметрично относительно образца и ориентированными перпендикулярно его главной оси. Принципиальная схема установки показана на рис. 1. Базовый РЧ сигнал подавался на первый полосок, а сигнал, сдвинутый по фазе, – на второй полосок. Модулированный луч лазера рассеивался на прецессирующей намагниченности и регистрировался в приемной системе. Детали оптической системы регистрации см. в [62, 63].

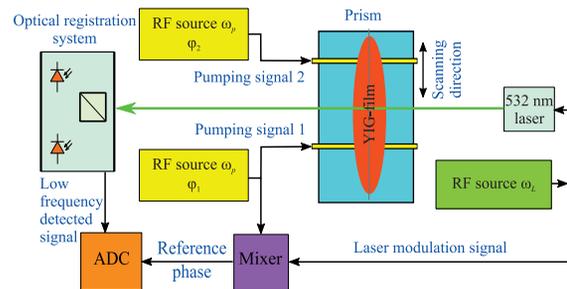


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема постановки эксперимента. Два генератора РЧ накачки с изменяемой разностью фаз возбуждают магнитный резонанс в двух полосках, расположенных на расстоянии 2.5 мм друг от друга. Пространственное распределение амплитуды и фазы прецессии вдоль основной оси образца считывается при помощи лазерной оптической установки с использованием эффекта Фарадея. Детальное описание оптической системы дано в [62, 63]

Эксперименты проводились в условиях образования магнонного БЭК на всем размере образца. Как было показано в работах [64, 65], при отклонении прецессирующей намагниченности на угол более 3° газ магнонов формирует БЭК. В этих условиях должен образовываться сверхтекучий ток магнонов при градиенте фазы прецессии и сброс фазы при достижении критической величины тока магнонов. Мы исследовали зависимость распределения амплитуды и фазы прецессии вдоль главной оси образца как функцию разности фаз РЧ возбуждения двумя по-

лосковыми линиям. Эксперименты проводились при мощности накачки в обоих полосках около 5 мВт, что приводило к формированию мБЭК во всем образце. На рисунке 2 показано пространственное распределение угла отклонения прецессирующей намагниченности как функция разности фаз РЧ накачки. Углы отклонения в области полосков составляли около 8 градусов. На краю полосков наблюдается уменьшение углов отклонения до около 5 градусов. Этот эффект наблюдался во всех предыдущих экспериментах и с одиночным полоском. Одновременно происходил разворот фазы прецессии на угол порядка 60–90 градусов по или против часовой стрелки в зависимости от направления внешнего поля. Этот краевой эффект пока не объяснен, и, возможно, связан с компонентой РЧ поля на краю полоска, направленной перпендикулярно плоскости образца. Так как нас интересовал процесс переноса намагниченности за пределами возбуждения, этот локальный эффект не сказывался на результатах исследований.

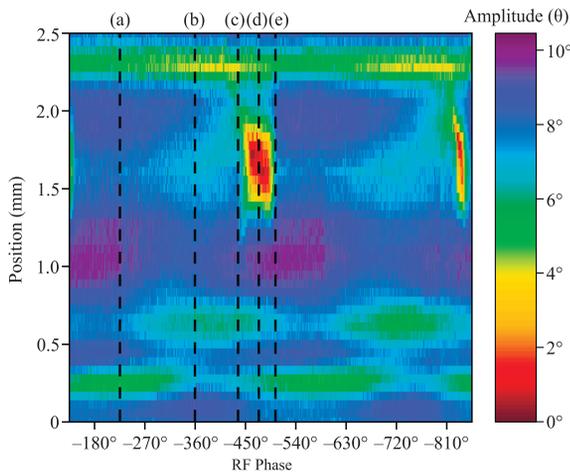


Рис. 2. (Цветной онлайн) Пространственное распределение угла отклонения прецессирующей намагниченности как функция разности фаз между РЧ накачками в двух полосках, расположенных в координатах 0 и 2.5

На рисунке 2 хорошо видно, что при разности фаз накачки -450° на отметке 1.7 мм образуется “яма” в которой угол отклонения прецессирующей намагниченности уменьшается до 1–2 градусов. Согласно теоретическим оценкам [47] и проведенным ранее экспериментам [64, 65], при таких углах отклонения мБЭК не образуется и мы имеем условия обычного линейного магнитного резонанса. При этом может нарушаться непрерывность фазы прецессии мБЭК, известный как “сброс фазы”. Именно этот эффект и происходит в данной точке.

На рисунке 3 показано пространственное распре-

деление фазы прецессии как функция разности фаз

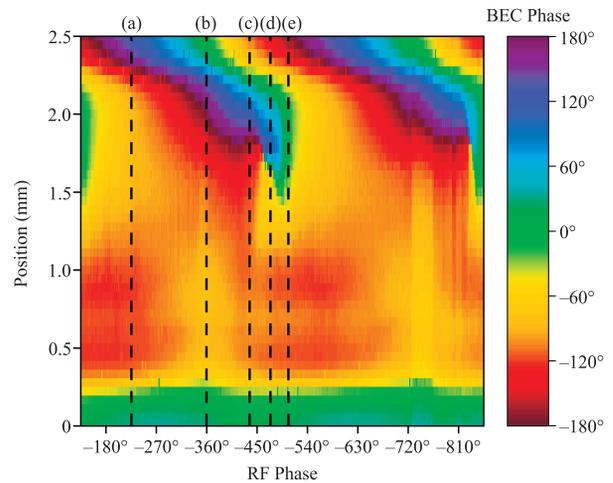


Рис. 3. (Цветной онлайн) Пространственное распределение фазы прецессии намагниченности как функция разности фаз между РЧ накачками в двух полосках, расположенных в координатах 0 и 2.5

РЧ накачки. В области первого полоска фаза прецессии близка к фазе базисной накачки. В области второго полоска фаза прецессии изменяется в соответствии с фазой накачки на втором полоске. Мы обнаружили, что в области от 0 до 1.2 мм фаза прецессии не зависит от разности фаз накачки. Напротив в области от 1.2 мм до второго полоска происходит разворот фазы, соответствующий разности фаз накачки между двумя полосками. На отметке 1.7 мм происходит сброс фазы на 2π при разности фаз накачки около -450° .

На рисунке 4 и 5 показаны зависимости амплитуды отклонения и фазы прецессии при фиксированной разности фаз накачки. Хорошо видно уменьшение амплитуды прецессии и резкий разворот фазы порядка 115° на расстоянии в 0.2 мм от края полосков, причем в разном направлении у первого и второго полоска. Таким образом суммарный разворот в этих областях составляет около -230° . Такое поведение сигнала около полоска наблюдалось и во всех предыдущих экспериментах, в том числе и с одиночным полоском. Возможно, оно связано с резким изменением направления возбуждающего РЧ поля у края полоска. Тем более что направление закручивания фазы меняет знак при изменении внешнего магнитного поля на обратное. К сожалению, никто из теоретиков не смог объяснить это явление. Оно требует дополнительных исследований.

Далее, на отрезках от 0.2 до 0.8 и от 2.0 до 2.3 сигнал испытывает амплитудную модуляцию. Нами было обнаружено [59], что высокочастотный газ фо-

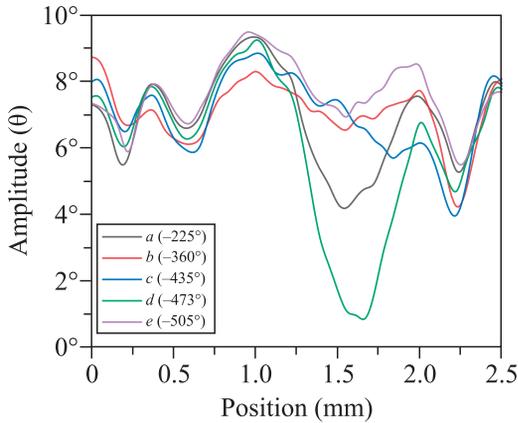


Рис. 4. (Цветной онлайн) Пространственная зависимость угла отклонения прецессирующей намагниченности при фиксированных разностях фаз накачки

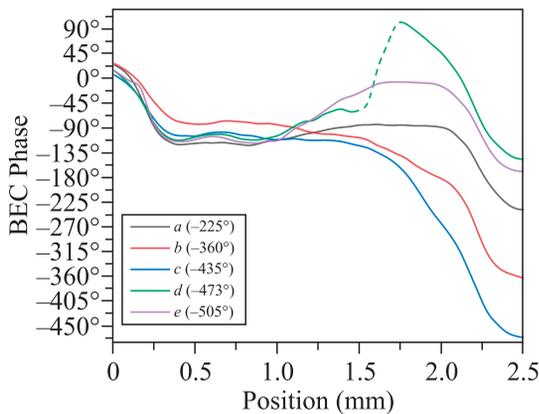


Рис. 5. (Цветной онлайн) Пространственная зависимость фазы прецессирующей намагниченности при фиксированных разностях фаз накачки

нонов может возбуждаться мБЭК в одном из образцов ЖИГ и возбуждать мБЭК в другом образце на большом расстоянии! Возможно данная модуляция амплитуды прецессии связана со взаимным переносом магнонов и фононов.

Наконец, интересующий нас эффект магнногого сверхтекучего тока наблюдается в диапазоне от 1.2 до 2.25 мм, где происходит основной разворот фазы прецессии, обусловленный разностью фаз накачки. Мы видим, что при разности фаз -225° (a) изменение фазы обусловлено только разворотом фазы около полосков. При разности фаз -360° (b) и -435° (c) наблюдается плавный разворот фазы. При этом градиент фазы достигает величины в $450^\circ/mm$. Этот градиент соответствует критическому току. При его увеличении возникает сброс фазы на 2π , что зафиксировано на записи при разности фаз -473° (d). При этом возникает область, в которой угол отклонения

прецессии опускается до 1° , что соответствует концентрации магнонов, при которой мБЭК разрушается. Наконец, при разности фаз -505° (e) непрерывность фазовой зависимости мБЭК между полосками полностью восстанавливается. При дальнейшем увеличении разности фаз накачки зависимости амплитуды и фазы прецессии повторяются.

Магнный ток в магнитном поле переносит зеемановскую энергию, как было показано в фундаментальном исследовании, опубликованном в статье [20]. Именно по переносу энергии между мБЭК в двух областях была измерена величина сверхтекучего спинового тока в $^3\text{He-B}$. В эксперименте, представленном в данном письме, мы также наблюдали отток энергии из области второго полоска при увеличении градиента фазы и, следовательно, увеличении магнногого сверхтока. В частности, на рис. 4 (кривые a, b, c) видно, что в области от 2.0 до 2.2 мм угол прецессии и, следовательно, плотность магнонов плавно уменьшается с увеличением градиента фазы, что связано с увеличением оттока магнонов из этой области. Так, угол динамического отклонения в точке 2.2 составляет 5.2° (кривая a), 4.2° (кривая b) и 4.0° (кривая c). Однако после сброса фазы отток магнонов резко уменьшается и плотность магнонов в этой области увеличивается до угла отклонения 5.5° (кривая e) при той же самой величине накачки во втором полоске. Мы можем сделать вывод, что с увеличением градиента фазы увеличивается отток магнонов и, соответственно, уменьшается плотность магнонов в области около второго полоска. Этот процесс также хорошо виден на рис. 2. Непосредственно в области полоска этот эффект наблюдать не удастся из-за сильной связи амплитуды накачки и плотности магнонов.

Таким образом мы впервые наблюдали сверхтекучий ток магнонов в пленке ЖИГ, намагниченной перпендикулярно плоскости, и сброс фазы при критическом градиенте в $450^\circ/mm$ при плотности магнонов, соответствующей динамическому отклонению намагниченности на 7° . Данное явление имеет сложный характер, что, видимо, связано с параллельным переносом фононов, как было показано в [59].

Мы также исследовали возможность образования мБЭК при помощи программы микромагнитного моделирования MuMax³ [66]. Данная программа использует парадигму, построенную на феноменологических уравнениях Ландау–Лифшица–Гильберта (ЛЛГ). При малой концентрации магнонов, соответствующей углу отклонения прецессирующей намагниченности менее 3° , т.е. меньшей, чем необходима для формирования мБЭК, нам удалось смоделиро-

вать результаты экспериментов с хорошей точностью. Как в эксперименте, так и в моделировании образовывались спиновые волны, распространяющиеся от области возбуждения и имеющие относительно малую амплитуду. Напротив, эксперименты показали, что при увеличении мощности накачки, когда углы отклонения прецессирующей намагниченности достигли порядка 6° , характер прецессирующей намагниченности скачком изменился. Вместо спиновых волн образовалось состояние с однородной прецессией на всем размере образца. При этом амплитуда прецессии тоже стала сравнима с амплитудой в области возбуждения. Другими словами, образовался мБЭК на всем размере образца. Однако моделирование экспериментальных результатов программой MuMax³ в условиях даже существенно большей плотности магнонов продолжало показывать распространение спиновых волн. Таким образом, моделирование на основе уравнений ЛЛГ не показало когерентное состояние магнонов с $\mathbf{k} = 0$ [65]. Мы можем сделать вывод, что квазиклассические уравнения типа ЛЛГ описывают феноменологически спиновые волны, но не могут описать динамику Бозе конденсата.

Интересно отметить также, что в случае продольной намагниченности пленки ЖИГ нам также удалось получить обратный “фолдовер” резонанс, который показывает формирование мБЭК магнонов с $\mathbf{k} = 0$ [67]. Он образуется при прямой накачке магнонов РЧ полем и имеет те же характеристики, что и мБЭК в поперечном поле. Однако этот эффект усложняется тем, что данное состояние не соответствует минимуму энергии. В данной геометрии минимум энергии спиновых волн соответствует волнам направленным вдоль магнитного поля с \mathbf{k} порядка 10^5 см^{-1} . При этом состояние с $\mathbf{k} = 0$ является седловой точкой в спектре энергии магнонов. Поэтому переход магнонов в область с не нулевым \mathbf{k} затруднен, что позволяет достичь концентрацию магнонов, необходимую для образования мБЭК.

Интересные когерентные особенности спиновой прецессии были обнаружены также и в продольно намагниченной пленке ЖИГ. В этой геометрии спиновые волны, распространяющиеся вдоль магнитного поля, имеют нетривиальную зависимость энергии от волнового вектора \mathbf{k} . Как было отмечено ранее, минимум энергии соответствует спиновым волнам с \mathbf{k} порядка 10^5 см^{-1} . В ряде экспериментов было показано, что при параметрическом возбуждении спиновых волн последние концентрируются в состоянии с минимумом энергии [68]. Исследования плотности этих волн от мощности накачки и образование автокогерентного состояния часто трактуется как образо-

вание Бозе конденсата этих волн. Однако механизм образования этого состояния кардинально отличается от рассмотренного нами в этой статье. Поэтому мы не рассматриваем данное состояние здесь.

Требуется дальнейшее развитие теории магнонного Бозе конденсата, тем более что на повестке дня стоит применение квантового состояния мБЭК для приложений, таких как резервуарный компьютер, обработка информации, машина Изинга и т.д. Использование магнонного Бозе конденсата может реализовать такие его преимущества, как многочастичные квантовые переходы, что позволит кардинально увеличить точность и помехоустойчивость операций, а также чрезвычайно малый уровень теплового шума даже при комнатной температуре.

Финансирование работы. Эта работа финансировалась Российским научным фондом в рамках проекта # 22-12-00322.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. А. С. Боровик-Романов, Ю. М. Буньков, В. В. Дмитриев, Ю. М. Мухарский, Письма в ЖЭТФ **40**, 256 (1984).
2. И. А. Фомин, Письма в ЖЭТФ **40**, 260 (1984).
3. Yu. M. Bunkov, J. Phys.: Condens. Matter **21**, 164201 (2009).
4. G. E. Volovik, J. Low Temp. Phys. **153**, 266 (2008).
5. M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthew, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, Science **269**, 5221 (1995).
6. K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, M. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995).
7. J. Klaers, J. Schmitt, F. Vewinger, and M. Weitz, Nature **468**, 545 (2010).
8. J. Schmitt, T. Damm, F. Vewinger, and M. Weitz, Appl. Phys. B Laser Opt. **105**, 17 (2011).
9. J. L. Figueiredo, J. T. Mendonça, and H. Terças, Phys. Rev. **108**, 013201 (2023).
10. D. M. Stamper-Kurn, A. P. Chikkatur, A. Görlitz, S. Inouye, S. Gupta, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **83**, 2876 (1999).
11. L. A. Melnikovsky, Phys. Rev. B **84**, 024525 (2011).
12. L. V. Butov, A. L. Ivanov, A. Imamogluet, P. B. Littlewood, A. A. Shashkin, V. T. Dolgopolo, K. L. Campman, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **86**, 5608 (2001).
13. B. Deveaud-Pledran, J. Opt. Soc. Am. **29**, 138 (2012).
14. J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann, A. Baas, P. Jeambrun, J. M. J. Keeling, F. M. Marchetti, M. H. Szymaska, R. Andre, J. L. Staehli, V. Savona, P. B. Littlewood, B. Deveaud, and L. S. Dang, Nature **443**, 409 (2006).

15. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, Yu. M. Mukharskiy, and K. Flahbart, *Sov. Phys. JETP* **61**, 1199 (1985).
16. Yu. M. Bunkov, *Bulletin de la société française de physique* **97**, 40 (1994).
17. Yu. M. Bunkov, *J. Magn. Magn. Mat.* **310**, 1476 (2007).
18. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *J. Low Temp. Phys.* **150**, 135 (2008).
19. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *J. Phys.: Condens. Matter* **22**, 164210 (2010).
20. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, Yu. M. Mukharskiy, and D. A. Sergatskov, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1631 (1989).
21. Yu. M. Bunkov, *Jpn. J. Appl. Phys.* **26**, 1809 (1987).
22. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, and Yu. M. Mukharskiy, *JETP Lett.* **45**, 124 (1987).
23. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, V. Makroczyova, Yu. M. Mukharskii, D. A. Sergatskov, and A. de Waard, *Journal de Physique* **49 (C8)**, 2067 (1988).
24. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, A. de Waard, V. V. Dmitriev, V. Makrotsieva, Yu. M. Mukharskiy, and D. A. Sergatskov, *JETP Lett.* **47**, 478 (1988).
25. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, Yu. M. Mukharskiy, and D. A. Sergatskov, *Physica* **165**, 649 (1990).
26. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *Physica C* **468**, 600 (2008).
27. Yu. M. Bunkov, in *Progress of Low Temperature Physics*, ed. by W. P. Halperin, Elsevier Science B.V., Amsterdam (1995), v. 14, p. 68.
28. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, in *International Series of Monographs on Physics*, ed. by K. H. Bennemann and J. B. Ketterson, Oxford University press, Oxford, (2013), v. 156, p. 253.
29. Yu. M. Bunkov, *J. Low Temp. Phys.* **185**, 399 (2016).
30. Yu. M. Bunkov, *Phys.-Uspekhi* **53**, 848 (2010).
31. T. Sato, T. Kunimatsu, K. Izuminaet, A. Matsubara, M. Kubota, T. Mizusaki, and Yu. M. Bunkov, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 055301 (2008).
32. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *JETP Lett.* **89**, 306 (2009).
33. S. Autti, V. V. Dmitriev, J. T. Mäkinen, J. Rysti, A. A. Soldatov, G. E. Volovik, A. N. Yudin, and V. B. Eltsov, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 025303 (2017).
34. O. Vainio, J. Ahokas, J. Järvinen, L. Lehtonen, S. Novotny, S. Sheludiakov, K.-A. Suominen, S. Vasiliev, D. Zvezdov, V. V. Khmelenko, and D. M. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 125304 (2015).
35. J. T. Makinen, S. Autti, and V. B. Eltsov, *arXiv:2312.10119* (2023).
36. K. Nakata and Y. Korai, *arXiv:1302.5858* (2013).
37. Yu. M. Bunkov, *Phys.-Uspekhi* **53**, 848 (2010).
38. R. R. Gazizulin, Yu. M. Bunkov, and V. L. Safonov, *JETP Lett.* **102**, 876 (2015).
39. Yu. M. Bunkov, E. M. Alakshin, R. R. Gazizulin, A. V. Klochkov, V. V. Kuzmin, T. R. Safin, and M. S. Tagirov, *JETP Lett.* **94**, 68 (2011).
40. M. S. Tagirov, E. M. Alakshin, Yu. M. Bunkov, R. R. Gazizulin, S. A. Zhurkov, L. I. Isaenko, A. V. Klochkov, A. M. Sabitova, T. R. Safin, and K. R. Safiullin, *J. Low Temp. Phys.* **175**, 167 (2014).
41. Yu. M. Bunkov, A. V. Klochkov, T. R. Safin, K. R. Safiullin, and M. S. Tagirov, *JETP Lett.* **106**, 677 (2017).
42. L. V. Abdurakhimov, M. A. Borich, Yu. M. Bunkov, R. R. Gazizulin, D. Konstantinov, M. I. Kurkin, and A. P. Tankeyev, *Phys. Rev. B* **97**, 024425 (2018).
43. Y. M. Bunkov, A. V. Klochkov, T. R. Safin, K. R. Safiullin, and M. S. Tagirov, *ETP. Lett.* **109**, 40 (2019)
44. Yu. M. Bunkov and D. Konstantinov, *JETP Lett.* **112**, 95 (2020).
45. Yu. M. Bunkov, P. M. Vetoshk, A. N. Kuzmichev, G. V. Mamin, S. B. Orlinskiy, T. P. Safin, V. I. Belotelov, and M. S. Tagirov, *JETP Lett.* **111**, 62 (2020).
46. P. M. Vetoshko, G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, A. A. Kholin, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, *JETP Lett.* **112**, 299 (2020).
47. Yu. M. Bunkov and V. L. Safonov, *Journal MMM* **452**, 30 (2018).
48. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *J. Phys. Condens. Matter* **22**, 164210 (2010).
49. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, *J. Low Temp. Phys.* **150**, 135 (2008).
50. R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Basic Books (2011).
51. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, Yu. M. Mukharskiy, E. B. Poddyakova, and O. D. Timovevskaya, *Sov. Phys. JETP* **69**, 542 (1989).
52. Yu. M. Bunkov, *Appl. Mag. Res.* **51**, 1711 (2020).
53. P. W. Anderson and H. Suhl, *Phys. Rev.* **100**, 1788 (1955).
54. Y. K. Fetisov, C. E. Patton, and V. T. Synogach, *IEEE Trans. Magn.* **35**, 4511 (1999).
55. Yu. M. Bunkov, A. N. Kuzmichev, T. R. Safin, P. M. Vetoshko, V. I. Belotelov, and M. S. Tagirov, *Sci. Rep.* **11**, 7673 (2021).
56. C. Vittoria, S. D. Yoon, and A. Widom, *Phys. Rev. B* **81**, 1 (2010).
57. A. N. Kuzmichev, P. M. Vetoshko, G. A. Knyazev, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, *JETP Lett.* **112**, 710 (2020).
58. С. Н. Полулях, В. Н. Бержанский, Е. Ю. Семук, В. И. Белотелов, П. М. Ветошко, В. В. Попов, А. Н. Шапошников, А. Г. Шумилов, А. И. Чернов, *ЖЭТФ* **159**, 307 (2021).
59. G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. E. Petrov, P. M. Vetoshko, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, *JETP Lett.* **118**, 603 (2023).

60. A. N. Kuzmichev, V. I. Belotelov, Yu. M. Bunkov, P. M. Vetoshko, A. I. Popov, V. N. Berzhansky, A. N. Shaposhnikov, Ch. K. Sabdenov, A. V. Koshelev, and A. A. Fedorenko, *Mater. Res. Bull.* **149**, 111691 (2022).
61. P. M. Vetoshko, V. B. Volkovoy, V. N. Zalogin, and A. Y. Toporov, *J. Appl. Phys.* **70**, 6298 (1991).
62. P. E. Petrov, P. O. Kapralov, G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. M. Vetoshko, Yu. M. Bunkov, and V. I. Belotelov, *Opt. Express* **30**, 1737 (2022).
63. P. E. Petrov, P. O. Kapralov, G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. M. Vetoshko, Yu. M. Bunkov, and V. I. Belotelov, *Opt. Express* **31**, 8335 (2023).
64. P. E. Petrov, G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. M. Vetoshko, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, *JETP Lett.* **119**, 118 (2024).
65. G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. E. Petrov, I. V. Savochkin, P. M. Vetoshko, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, *Opt. Express* **32**, 13761 (2024).
66. A. Vansteenkiste, J. Leliaert, M. Dvornik, M. Helsen, F. Garcia-Sanchez, and B. van Waeyenberge, *AIP Adv.* **4**, 107133 (2014).
67. Yu. M. Bunkov, P. M. Vetoshko, T. R. Safin, and M. S. Tagirov, *JETP Lett.* **117**, 118 (2023).
68. S. Demokritov, V. Demidov, O. Dzyapko, G. A. Melkov, A. A. Serga, B. Hillebrands, and A. N. Slavin, *Nature* **443**, 430 (2006).