Письма в ЖЭТФ, том 120, вып. 7, с. 481 – 489 © 2024 г. 10 октября

Посвящается памяти Алексея Александровича Старобинского

Альтернативная идея об источнике барионной асимметрии во Вселенной

С. Н. Вергелес[1)]

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Московский физико-технический институт, Кафедра теоретической физики, 141707 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 30 мая 2024 г.
После переработки 19 августа 2024 г.
Принята к публикации 30 августа 2024 г.

В работе предложен альтернативный сценарий возникновения барионной асимметрии во Вселенной. Этот сценарий реализуется в модели решеточной гравитации, связанной с дираковским полем, следующим образом. При сверхвысоких температурах порядка Великого Объединения $T_c \sim 10^{18}$ ГэВ и выше система находится в PT-симметричной фазе. Но при понижении температуры происходит фазовый переход в несимметричную фазу, в которой появляется ненулевая тетрада, т.е. пространство-время с метрикой Минковского, и волновая функция системы распадается на две: $|\rangle = |+\rangle + |-\rangle$. Поля тетрад в состояниях $|+\rangle$ и $|-\rangle$ различаются знаком. В самый первый момент времени длительностью порядка планковского возможен переход фермионов между этими состояниями. Эти переходы в разных участках пространства не скоррелированы между собой. Поэтому окончательная асимметрия фермионного заряда между этими состояниями относительно чрезвычайно мала, и она сохраняется во времени, так как взаимодействие состояний $|+\rangle$ и $|-\rangle$ прекращается на временах больше планковского.

DOI: 10.31857/S0370274X24100012, EDN: YUBSFX

1. Введение. Проблема существования барионной асимметрии во Вселенной не решена в настоящее время. Большая информация, а также значительное множество ссылок по этой проблеме содержатся в обзорах [1, 2]. Здесь мы коротко отметим лишь следующие факты.

1) Обычно предполагается, что электрослабый фазовый переход, спонтанно нарушающий симметрию $SU(2)_L \times U(1)_Y$, является переходом первого рода. Накопление барионов происходит в непосредственной близости к точке этого перехода в несимметричной фазе, причем доменные стенки зародышей и пузырей несимметричной фазы ускоряют процесс [1, 3].

2) Все подходы к решению проблемы (например, использование механизма Кобаяси–Маскавы в Стандартной модели или так называемого сфалеронного бариогенезиса, заложенного Кузьминым, Рубаковым и Шапошниковым) приводят к оценкам средней барионной плотности, меньше наблюдаемой на много порядков ($< 10^{-5}$).

Здесь представлен альтернативный сценарий накопления барионной асимметрии на самом раннем этапе развития Вселенной. Этот сценарий возможен в решеточной теории гравитации. В работах автора [4–10] изучалась решеточная теория гравитации, связанная с дираковскими полями. В частности, в работе [8] была описана дискретная $\mathbb{Z}_2$-симметрия (названная PT-симметрией), взаимно переставляющая дираковское и его сопряженное поля и меняющая знак тетрады. В работе [10] было доказано, что при сверхвысоких температурах эта PT-симметрия не нарушена, но при понижении температуры PT-симметрия нарушается. В настоящей работе показано, что в несимметричной фазе в непосредственной близости к точке фазового перехода по температуре и времени симметричная волновая функция (в.ф.) Вселенной распадается на суперпозицию двух в.ф. $|+\rangle$ и $|-\rangle$. В течение этого малого планковского времени $\tau \sim t_P \approx \sqrt{8\pi G\hbar/c^5} \approx 10^{-43}$ с матричный элемент $\langle +|\mathcal{H}_\Psi|-\rangle \neq 0$. Поскольку гамильтониан сохраняет полное число фермионов, то в указанном неравенстве содержатся амплитуды переходов фермионов из $|-\rangle$ в $|+\rangle$, и наоборот. При временах $t > \tau$ имеем $\langle +|\hat{\mathcal{O}}|-\rangle = 0$ для всех локальных операторов $\hat{\mathcal{O}}$. Поэтому накопившийся за время τ дисбаланс фермионов между состояниями $|+\rangle$ и $|-\rangle$ сохраняется, что и является источником барионной асимметрии.

[1)]e-mail: vergeles@itp.ac.ru

Попытаемся объяснить физику явления на предельно простом примере из одномерной квантовой механики. Пусть одночастичный гамильтониан имеет вид $\mathcal{H} = -(1/2m)\mathrm{d}^2/\mathrm{d}x^2 - \varkappa[\delta(x-a)+\delta(x+a)]$. Этот гамильтониан симметричен относительно преобразования четности $x \longrightarrow -x$, но из двух связанных состояний одно $\phi_s(x)$ является четным, а другое $\phi_a(x)$ — нечетным. Их линейные комбинации $\phi_\pm(x) = \phi_s(x,t) \pm \phi_a(x,t)$ не являются стационарными, переходят друг в друга при преобразовании четности и описывают в.ф. состояний, в которых частица находится вблизи $x = \pm a$ соответственно. Если частица находится в состоянии $\phi_+(x)$, то через некоторое время она окажется в состоянии $\phi_-(x)$, и т.д. Если же в некий момент времени возникает непроницаемый барьер в точке $x = 0$, то вероятности обнаружения частицы в области $x > 0$ и $x < 0$ "замерзают", не являясь, вообще говоря, равными. Нечто подобное происходит в изучаемой модели. Хотя действие системы является PT-инвариантным, состояния $|+\rangle$ и $|-\rangle$ таковыми не являются и они переходят друг в друга при PT-преобразовании. В.ф. $\phi_\pm$ являются упрощенными аналогами состояний $|\pm\rangle$. Последние являются суперпозицией многих состояний, в том числе с различными значениями ферми-частиц. Упомянутый выше "непроницаемый барьер" между состояниями ϕ_+ и ϕ_- в рассматриваемой модели возникает спонтанно и в течение минимального времени t_P.

Рассмотрение носит модельный характер.

Следует заметить, что настоящая работа не является пионерской в том смысле, что гравитация как источник барионной асимметрии впервые рассматривалась в [11]. В этой работе вводилось в лагранжиан дополнительное слагаемое $\{(1/M_*^2)\sqrt{-g}(\partial_\mu\mathfrak{R})J_B^\mu\}$, нарушающее CP-инвариантность. Здесь $\mathfrak{R}$ – скалярная кривизна, J_B^μ – барионный несохраняющийся ток и M_*^2 – параметр обрезания эффективной теории. Из последних работ, развивающих эту идею, отметим работы [12, 13], в которых можно найти множество ссылок по этой тематике. Не вдаваясь в подробности, укажем на фундаментальное различие нашего подхода к проблеме с подходом в работах [11–13]: в последнем подходе изучается континуальная теория гравитации, в которую исходно вносится CP – неинвариантное слагаемое; в нашем подходе изучается решеточная, т.е. регуляризованная, теория гравитации, которая инвариантна относительно всех симметрий в высокотемпературной фазе, но в результате спонтанного фазового перехода в низкотемпературную фазу с потерей PT-симметрии генерируется барионная асимметрия (см. текст ниже).

Для облегчения чтения статьи в следующем разделе дается определение той модели решеточной гравитации, которая здесь изучается.

Определение решеточной теории гравитации. Рассмотрим ориентируемый 4-мерный симпрлициальный комплекс $\mathfrak{K}$. Мы рекомендуем книгу [14], §§ 2, 4 для ознакомления с определением абстрактных симплициальных комплесов. Предположим, что каждый его 4-симплекс принадлежит такому подкомплексу $\mathfrak{K}' \in \mathfrak{K}$, который имеет геометрическую реализацию в $\mathbb{R}^4$ без пустот. Вершины обозначаются $a_\mathcal{V}$, индексы $\mathcal{V}$ и $\mathcal{W}$ нумеруют вершины и 4-симплексы $s^4_\mathcal{W}$ соответственно. Необходимо использовать локальную нумерацию вершин, принадлежащих заданному 4-симплексу: все 5 вершин 4-симплекса $s^4_\mathcal{W}$ нумеруются как $a_{\mathcal{V}_{(\mathcal{W})i}}$, $i = 1,2,3,4,5$. В дальнейшем обозначения с дополнительным нижним индексом $(\mathcal{W})$ указывает на принадлежность соответствующей величины 4-симплексу $s^4_\mathcal{W}$. Обозначим $\varepsilon_{\mathcal{V}_{(\mathcal{W})1}\mathcal{V}_{(\mathcal{W})2}\mathcal{V}_{(\mathcal{W})3}\mathcal{V}_{(\mathcal{W})4}\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5}} = \pm 1$ символ Леви–Чивита. Верхний (нижний) знак зависит от ориентации 4-симплекса $s^4_\mathcal{W} = a_{\mathcal{V}_{(\mathcal{W})1}}a_{\mathcal{V}_{(\mathcal{W})2}}a_{\mathcal{V}_{(\mathcal{W})3}}a_{\mathcal{V}_{(\mathcal{W})4}}a_{\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5}}$. Элемент компактной группы Spin(4) и элемент алгебры Клиффорда

$$\begin{gathered}
\Omega_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} = \Omega^{-1}_{\mathcal{V}_2\mathcal{V}_1} = \exp\left(\omega_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\right) = \\
= \exp\left(\frac{1}{2}\sigma^{ab}\omega^{ab}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\right) \in \mathrm{Spin}(4), \quad \sigma^{ab} \equiv \frac{1}{4}[\gamma^a\gamma^b], \\
\gamma^a\gamma^b + \gamma^b\gamma^a = 2\delta^{ab}, \quad a = 1,2,3,4, \quad \gamma^5 \equiv \gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma^4, \\
\hat{e}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} \equiv e^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\gamma^a \equiv -\Omega_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\hat{e}_{\mathcal{V}_2\mathcal{V}_1}\Omega^{-1}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}, \\
|e_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}| < 1, \quad |e_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}| \equiv \sqrt{\sum_a (e^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2})^2} \qquad (1)
\end{gathered}$$

определены на каждом ориентированном 1-симплексе $a_{\mathcal{V}_1}a_{\mathcal{V}_2}$. По предположению, множество переменных $\{\Omega, \hat{e}\}$ является множеством независимых динамических переменных. Фермионные степени свободы (дираковские спиноры) определены на вершинах комплекса:

$$\Psi^\dagger_\mathcal{V}, \quad \Psi_\mathcal{V}. \qquad (2)$$

Множество переменных $\{\Psi^\dagger, \Psi\}$ взаимно независимы, причем спиноры $\Psi^\dagger_\mathcal{V}$ и $\Psi_\mathcal{V}$ находятся во взаимной инволюции (или анти-инволюции) относительно операции эрмитова сопряжения.

Рассмотрим модель с действием

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_g + \mathfrak{A}_\Psi + \mathfrak{A}_{\Lambda_0}. \qquad (3)$$

Здесь $\mathfrak{A}_g$ и $\mathfrak{A}_\Psi$ являются действиями чистой гравитации и дираковского поля соответственно:

$$\mathfrak{A}_g = -\frac{1}{5! \cdot 2 \cdot l_P'^2} \sum_{\mathcal{W}} \times \tag{4}$$

$$\times \sum_{\sigma} \varepsilon_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})1})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})2})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})3})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})4})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})}$$

$$\times \mathrm{tr}\gamma^5 \Big\{ \Omega_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})1})} \Omega_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})1})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})2})} \times$$

$$\times \Omega_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})2})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})} \hat{e}_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})3})} \hat{e}_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})4})} \Big\}.$$

Каждая σ является одной из $5!$ перестановок вершин $\mathcal{V}_{(\mathcal{W})i} \longrightarrow \sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})i})$.

$$\mathfrak{A}_\Psi = \frac{1}{5 \cdot 24^2} \times$$

$$\times \sum_{\mathcal{W}} \sum_{\sigma} \varepsilon_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})1})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})2})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})3})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})4})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})} \times$$

$$\times \mathrm{tr}\gamma^5 \Big\{ \hat{\Theta}_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})1})} \hat{e}_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})2})} \times$$

$$\times \hat{e}_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})3})} \hat{e}_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})4})} \Big\}, \tag{5}$$

$$\hat{\Theta}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} \equiv \Theta^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} \gamma^a = \hat{\Theta}^\dagger_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}, \tag{6}$$

$$\Theta^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} = \frac{i}{2} \left(\Psi^\dagger_{\mathcal{V}_1} \gamma^a \Omega_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} \Psi_{\mathcal{V}_2} - \Psi^\dagger_{\mathcal{V}_2} \Omega_{\mathcal{V}_2\mathcal{V}_1} \gamma^a \Psi_{\mathcal{V}_1} \right).$$

Можно проверить, что (ср. с (1))

$$\hat{\Theta}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} \equiv -\Omega_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} \hat{\Theta}_{\mathcal{V}_2\mathcal{V}_1} \Omega^{-1}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}. \tag{7}$$

Вклад в решеточное действие от космологической постоянной имеет вид

$$\mathfrak{A}_{\Lambda_0} = -\frac{1}{5! \cdot 12} \cdot \frac{\Lambda_0}{l_P'^2} \varepsilon_{abcd} \times$$

$$\times \sum_{\mathcal{W}} \sum_{\sigma} \varepsilon_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})1})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})2})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})3})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})4})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})} \times$$

$$\times e^a_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})1})} e^b_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})2})} \times$$

$$\times e^c_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})3})} e^d_{\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})5})\sigma(\mathcal{V}_{(\mathcal{W})4})}. \tag{8}$$

Статистическую сумма представляется интегралом

$$Z = \prod_{1-\text{simplices}} \int_{|e_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}|<1} \prod_a \mathrm{d}e^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} \int \mathrm{d}\mu\{\Omega_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\} \times$$

$$\times \prod_{\mathcal{V}} \int \mathrm{d}\Psi^\dagger_{\mathcal{V}} \mathrm{d}\Psi_{\mathcal{V}} \exp(\mathfrak{A}). \tag{9}$$

Действие (3), а также интеграл (9), инвариантны относительно калибровочных преобразований

$$\tilde{\Omega}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} = S_{\mathcal{V}_1} \Omega_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} S^{-1}_{\mathcal{V}_2}, \quad \tilde{\hat{e}}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} = S_{\mathcal{V}_1}\, \hat{e}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\, S^{-1}_{\mathcal{V}_1},$$

$$\tilde{\Psi}_{\mathcal{V}} = S_{\mathcal{V}} \Psi_{\mathcal{V}}, \quad \tilde{\Psi}^\dagger{}_{\mathcal{V}} = \Psi^\dagger_{\mathcal{V}} S^{-1}_{\mathcal{V}}, \quad S_{\mathcal{V}} \in \mathrm{Spin}(4). \tag{10}$$

Проверка этого факта облегчается при использовании соотношения (ср. с соотношением для $\hat{e}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}$ в (10))

$$\tilde{\hat{\Theta}}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} = S_{\mathcal{V}_1} \hat{\Theta}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} S^{-1}_{\mathcal{V}_1}, \tag{11}$$

которое непосредственно следует из (10).

Рассматриваемая решеточная модель инвариантна относительно глобальной дискретной $\mathbb{Z}_2$-симметрии, которая является аналогом комбинированной PT-симметрии. Обозначим $\hat{\mathcal{U}}_{PT}$ оператор этого преобразования. Тогда преобразованные динамические переменные выражаются через исходные переменные следующим образом:

$$\hat{\mathcal{U}}^{-1}_{PT} \Psi_{\mathcal{V}} \hat{\mathcal{U}}_{PT} = U_{PT} \left(\Psi^\dagger_{\mathcal{V}}\right)^t,$$
$$\hat{\mathcal{U}}^{-1}_{PT} \Psi^\dagger_{\mathcal{V}} \hat{\mathcal{U}}_{PT} = -\left(\Psi_{\mathcal{V}}\right)^t U^{-1}_{PT}, \quad U_{PT} = i\gamma^1\gamma^3$$
$$\hat{\mathcal{U}}^{-1}_{PT} e^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} \hat{\mathcal{U}}_{PT} = -e^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}, \quad \hat{\mathcal{U}}^{-1}_{PT} \omega^{ab}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} \hat{\mathcal{U}}_{PT} = \omega^{ab}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}. \tag{12}$$

Здесь верхний индекс "t" обозначает транспонирование дираковских матриц и спиноров. Имеем:

$$U^{-1}_{PT} \gamma^a U_{PT} = (\gamma^a)^t, \quad U^{-1}_{PT} \sigma^{ab} U_{PT} = -(\sigma^{ab})^t. \tag{13}$$

Из (12) и (13) следует что

$$U^{-1}_{PT} \Omega_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} U_{PT} = \left(\Omega_{\mathcal{V}_2\mathcal{V}_1}\right)^t, \tag{14}$$

$$\hat{\mathcal{U}}^{-1}_{PT} \Theta^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} \hat{\mathcal{U}}_{PT} = -\Theta^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}. \tag{15}$$

Перейдем к длинноволновому пределу, т.е. к пределу медленно изменяющихся при движении вдоль решетки полей. В этом пределе действие (3) трансформируется в хорошо известное континуальное действие гравитации в форме Палатини и дираковского поля, минимально связанного с гравитацией, плюс вклад космологической постоянной. Этот предельный переход имеет смысл вместе с переходом к сигнатуре Минковского. В результате компактная калибровочная группа Spin(4) преобразуется в некомпактную группу Spin(3, 1). Далее в этом разделе все решеточные переменные в случае Евклидовой сигнатуры снабжены штрихом. Для полевых переменных в случае сигнатуры Минковского используются старые обозначения.

Для указанной трансформации действия необходимы следующие деформации контуров интегрирования в интеграле (9):

$$\omega'^{4\alpha}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} = i\omega^{0\alpha}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}, \quad \omega'^{\alpha\beta}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} = -\omega^{\alpha\beta}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2},$$
$$e'^4_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} = e^0_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}, \quad e'^\alpha_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} = ie^\alpha_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}. \tag{16}$$

Переменные $\omega^{ab}_{\mathcal{W}ij}$, $e^{a}_{\mathcal{W}ij}$ в сигнатуре Минковского являются вещественными, и их индексы принимают значения

$$a,\, b \ldots = 0, 1, 2, 3, \quad \alpha,\, \beta, \ldots = 1, 2, 3. \tag{17}$$

В ортонормированном базисе (ОНБ) метрический тензор $\eta^{ab} = \mathrm{diag}(1,\, -1,\, -1,\, -1)$. Дираковские матрицы преобразуются как

$$\gamma'^4 = \gamma^0, \quad \gamma'^\alpha = i\gamma^\alpha, \quad \gamma'^5 = \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3. \tag{18}$$

Таким образом, для спиновых матриц $\sigma^{ab} = (1/4)[\gamma^a,\, \gamma^b]$ имеем:

$$\sigma'^{4\alpha} = i\sigma^{0\alpha}, \quad \sigma'^{\alpha\beta} = -\sigma^{\alpha\beta}. \tag{19}$$

При помощи (16)–(19) находим:

$$\begin{gathered}\omega'_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} = \frac{1}{2}\omega^{ab}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\,\sigma_{ab} \equiv \omega_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2},\\ \hat{e}'_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} = \gamma_a e^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} \equiv \hat{e}_{\ cV_1\mathcal{V}_2},\end{gathered} \tag{20}$$

$$\begin{gathered}\Omega'_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} = \exp\left(\frac{1}{2}\omega'^{ab}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\sigma'^{ab}\right)\\ = \exp\left(\frac{1}{2}\omega^{ab}_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\sigma_{ab}\right) \equiv \Omega_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2} \in \mathrm{Spin}(3,1).\end{gathered} \tag{21}$$

При переходе к сигнатуре Минковского дираковские спиноры преобразуются следующим образом:

$$\Psi'_{\mathcal{V}} = \Psi_{\mathcal{V}}, \quad \Psi'^{\dagger}_{\mathcal{V}} = \Psi^{\dagger}_{\mathcal{V}}\gamma^0 = \overline{\Psi}_{\mathcal{V}}. \tag{22}$$

Переход к длинноволновому пределу возможен для таких конфигураций полей, которые достаточно медленно изменяются при переходах от симплекса к симплексу, т.е. при небольших или значительных перемещения по решетке. Это правило касается любых решеток. В нашей теории именно на этапе перехода к длинноволновому пределу возникает необходимость введения локальных координат. Локальные координаты — это маркеры вершин решетки. Рассмотрим некоторый 4D подкомплекс $\mathfrak{K}' \in \mathfrak{K}$ с тривиальной топологией четырехмерного диска и геометрической реализацией в $\mathbb{R}^4$. Таким образом каждая вершина подкомплекса приобретает координаты x^μ, являющиеся координатами образа вершины в $\mathbb{R}^4$:

$$x^\mu_{\mathcal{V}} \equiv x^\mu(a_{\mathcal{V}}), \qquad \mu = (0,\, 1,\, 2,\, 3) = (0, i). \tag{23}$$

На этом этапе координаты являются безразмерными. Пусть $s^4_{\mathcal{W}} \in \mathfrak{K}'$, и обозначим все пять вершин этого 4-симплекса как $\mathcal{V}_i$, $i = 1, 2, 3, 4$ и $\mathcal{V}_m \neq \mathcal{V}_i$. Свойства геометрической реализации таковы, что четыре бесконечно малых вектора

$$\mathrm{d}x^\mu_{\mathcal{V}_m\mathcal{V}_i} \equiv x^\mu_{\mathcal{V}_i} - x^\mu_{\mathcal{V}_m} = -\mathrm{d}x^\mu_{\mathcal{V}_i\mathcal{V}_m} \in \mathbb{R}^4, \quad i = 1,\, 2,\, 3,\, 4 \tag{24}$$

линейно независимы.

В работе [10] доказано, что в $\mathbb{R}^4$ существуют 1-формы $\omega_\mu(x)$ и $\hat{e}_\mu(x)$ такие, что справедливы равенства

$$\omega_\mu\left(\frac{1}{2}\left(x_{\mathcal{V}_m} + x_{\mathcal{V}_i}\right)\right)\mathrm{d}x^\mu_{\mathcal{V}_m\mathcal{V}_i} = \omega_{\mathcal{V}_m\mathcal{V}_i}, \tag{25}$$

$$\hat{e}_\mu\left(\frac{1}{2}\left(x_{\mathcal{V}_m} + x_{\mathcal{V}_i}\right)\right)\mathrm{d}x^\mu_{\mathcal{V}_m\mathcal{V}_i} = \hat{e}_{\mathcal{V}_m\mathcal{V}_i}. \tag{26}$$

Выпишем длинноволновый предел действия (3):

$$\begin{gathered}\mathfrak{A}'_g \longrightarrow i\mathfrak{A}_g, \quad \mathfrak{A}_g = -\frac{1}{4\,l_P^2}\varepsilon_{abcd}\int \mathfrak{R}^{ab}\wedge e^c \wedge e^d,\\ \frac{1}{2}\sigma_{ab}\mathfrak{R}^{ab} = \frac{1}{2}\sigma_{ab}\mathfrak{R}^{ab}_{\mu\nu}\mathrm{d}x^\mu\wedge\mathrm{d}x^\nu\\ = \big(\partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu + [\omega_\mu,\, \omega_\nu]\big)\mathrm{d}x^\mu\wedge\mathrm{d}x^\nu,\end{gathered} \tag{27}$$

$$\begin{gathered}\mathfrak{A}'_\Psi \longrightarrow i\mathfrak{A}_\Psi, \quad \mathfrak{A}_\Psi = \frac{1}{6}\varepsilon_{abcd}\int \Theta^a\wedge e^b\wedge e^c\wedge e^d,\\ \Theta^a = \frac{i}{2}\left[\overline{\Psi}\gamma^a\mathcal{D}_\mu\,\Psi - \left(\overline{\mathcal{D}_\mu\,\Psi}\right)\gamma^a\Psi\right]\mathrm{d}x^\mu,\\ \mathcal{D}_\mu = \left(\partial_\mu + \omega_\mu\right),\end{gathered} \tag{28}$$

$$\mathfrak{A}'_{\Lambda_0} \longrightarrow i\mathfrak{A}_{\Lambda_0}, \quad \mathfrak{A}_{\Lambda_0} = -\frac{2\Lambda_0}{l_P^2}\int e^0\wedge e^1\wedge e^2\wedge e^3. \tag{29}$$

Все остальные слагаемые при таком переходе будут содержать дополнительные множители в положительной степени $(l_P/\lambda) \longrightarrow 0$, и потому они опускаются. Здесь λ – характерная длина волн физической подсистемы. Эта ситуация типична при переходе к длинноволновому пределу в любой решеточной теории.

Действие (27)–(29) является действием Гильберта–Эйнштейна, минимально связанным с дираковским полем и записанным в форме Палатини. Оно инвариантно относительно диффеоморфизмов. Этот факт не случаен, так как в (23) сам способ введения координат таков, что уже на этом этапе видна независимость действия от произвола введения координат. Мы говорим "почти произвольно", так как и диффеоморфизмы — это не произвольные замены координат, а локально взаимно однозначные и дифференцируемые нужное число раз. Важно, что и малые в длинноволновом пределе слагаемые, пропорциональные положительным степеням величины (l_P/λ), также инвариантны относительно диффеоморфизмов.

Для ясности укажем на тот факт, что на решетке все переменные и константы безразмерны и порядка единицы. В частности, безразмерна константа

$l'_P \sim 1$ в (4) и (8), а также дифференциалы $\mathrm{d}x^{\mu}_{\mathcal{V}_m\mathcal{V}_i}$ в (24). При переходе к размерностным величинам мы полагаем

$$\mathrm{d}x^{\mu}_{\mathcal{V}_m\mathcal{V}_i} = \mathrm{d}x^{\mu}/l_P \sim 1, \tag{30}$$

где дифференциал $\mathrm{d}x^{\mu}$ измеряется в сантиметрах и $l_P \sim 10^{-32}$ см. Из (30) видно, что шаг нерегулярной решетки имеет размер порядока l_P. И при этом все слагаемые действия безразмерны, но переменные величины и константы приобретают размерность. Например, в слагаемом (29) космологическая постоянная $\Lambda_0 \sim l_P^{-2}$.

В сигнатуре Минковского PT-симметрия действия определяется формулами (12)–(13), (15) с той лишь разницей, что в этих формулах следует сделать замену $\Psi^{\dagger} \longrightarrow \overline{\Psi}$.

Высокотемпературная PT-симметричная и низкотемпературная несимметричная фазы. Подробное доказательство того факта, что в изучаемой решеточной модели при сверхвысоких температурах реализуется симметричная фаза относительно PT-преобразований, содержится в работе [10]. Там же была дана оценка температуры в точке фазового перехода из симметричной в несимметричную фазу:

$$T_c \sim \frac{\hbar c}{l_P} \sim 10^{18}\,\text{ГэВ} \quad \text{или} \quad T_c \sim 10^{31}\,\text{К}. \tag{31}$$

Температуру фазового перехода можно оценить также как энергию дираковского подвала, заключенную в планковский объем $V_P \sim l_P^3$: $T_c \sim (\hbar c/l_P^4)l_P^3 \sim \hbar c/l_P$. Эта температура по порядку величины совпадает с температурой Великого Объединения.

Здесь приводятся лишь некоторые необходимые формулы.

Пусть 4D решетка имеет две 3D подрешетки Σ_1 и Σ_2, которые образуют ее границу. Для простоты мы предполагаем, что между Σ_1 и Σ_2 имеется $N < \infty$ 4D решеточных слоев. По предположению, подрешетки Σ_1 и Σ_2 одинаковы, что в принципе дает возможность вычислить статистическую сумму.

Пусть переменные $\Psi^{\dagger}_{1\mathcal{V}}$ и $\Psi_{2\mathcal{V}}$ определены на Σ_1 и Σ_2 соответственно, и $\Phi_{\xi}\{\ldots\}$ обозначает голоморфную функцию фермионных переменных либо на Σ_1, либо на Σ_2. Для простоты предположим, что все коэффициенты в этих функциях вещественны. Примем следующие обозначения: $\Phi_{1\xi} \equiv \Phi_{\xi}\{\Psi^{\dagger}_{1\mathcal{V}}\}$, $\Phi^{\dagger}_{2\xi} \equiv \left(\Phi_{\xi}\{\Psi^{\dagger}_{2\mathcal{V}}\}\right)^{\dagger} = \Phi_{\xi}\{\Psi_{2\mathcal{V}}\}$. Индекс ξ перечисляет независимые ортонормированные функции из их полного набора. Функционал

$$\Phi^{\dagger}_{2\xi}\exp(\beta\mathfrak{A})\Phi_{1\xi} \tag{32}$$

должен быть помещен под интеграл (9) и вычислена сумма по ξ. В интеграле (9) на отождествленных между собою 1-симплексах, принадлежащих Σ_1 и Σ_2, должны быть отождествлены переменные $\{\Omega\}$ и $\{e^a\}$. В (32) параметр $\beta \equiv 1/T \ll 1$ является обратной температурой.

Имеет место следующее.

Утверждение. В некоей конечной окрестности точки $\beta = 0$ свободная энергия статистической суммы (9), за исключением слагаемого вида ($\mathrm{const}\cdot\mathfrak{N}\cdot\beta^{-1}\ln\beta$), является голоморфной функцией переменной β. Все симметрии действия (3), включая дискретную PT-симметрию, сохранены.

Сформулируем важный вывод из Утверждения.

Поместим под интеграл (9) величину (ср. с (32)) $\Phi^{\dagger}_{2\xi}\Theta^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\exp(\beta\mathfrak{A})\Phi_{1\xi}$ и вычислим лишь интеграл по дираковским полям и по переменным $\{e\}$. В работе [10] было показано, что этот интеграл равен нулю при условии справедливости Утверждения. Этот результат записывается как $\langle\Theta^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\rangle_{\Psi,\,e} = 0$, но для дальнейшего удобнее запись

$$\langle\Theta^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\rangle_{\text{Gauge Fix}} = 0, \quad \left\langle e^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\right\rangle_{\text{Gauge Fix}} = 0. \tag{33}$$

Нижний индекс в равенствах (33) указывает на то что полный интеграл (9) вычисляется при (локально) фиксированной калибровке. В противном случае любая калибровочно неинвариантная величина автоматически обращалась бы в ноль под знаком интеграла. Второе равенство в (33) получается тем же путем, что и первое, а также оно является следствием того, что под знаком среднего имеем $\langle e^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\rangle = \langle\Theta^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\rangle$ [15, 16]. Последнее равенство находится в согласии с тем фактом, что независимые величины $e^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}$ и $\Theta^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}$ трансформируются одинаково под действием всех симметрий (ср. (1) и (7), (10) и (11), (12) и (15)).

При понижении температуры происходит фазовый переход, суть которого – рождение пространства-времени. Это значит, что появляется ненулевое среднее $\left\langle e^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}\right\rangle_{\text{Gauge Fix}} \neq 0$, возникает сигнатура Минковского и начинается фаза инфляции. В этой фазе система принципиально описывается действием (27)–(29). Теория гравитации относится к неперенормируемым, в которых квантовые флуктуации нарастают по степенному закону в сторону коротких волн. Тем самым квантовые флуктуации быстро убывают в длинноволновом пределе. Поэтому поле тетрады e^a_{μ} можно считать "замерзшим" или классическим. Дираковские квантованные поля флуктуируют на фоне классического гравитационного поля.

Сохраняющийся оператор числа фермионных частиц определяется формулой

$$\mathcal{N} = \frac{1}{3!}\varepsilon_{abcd}\int_{\Sigma}(\overline{\Psi}\gamma^a\Psi)e^b\wedge e^c\wedge e^d. \qquad (34)$$

Закон сохранения оператора (34) является следствием равенства $\nabla_a\langle\overline{\Psi}\gamma^a\Psi\rangle = 0$, которое выводится непосредственно из функционального интеграла путем малого варьирования переменных $\Psi \longrightarrow e^{i\alpha}\Psi$, $\overline{\Psi} \longrightarrow e^{-i\alpha}\overline{\Psi}$, $\alpha \longrightarrow 0$. Поскольку такие же манипуляции возможны на решетке, то сохранение оператора (34) является точным законом.

Так как $\hat{\mathcal{U}}_{PT}^{-1}(\overline{\Psi}\gamma^a\Psi)\hat{\mathcal{U}}_{PT} = \overline{\Psi}\gamma^a\Psi$ согласно (12), то из (34) имеем

$$\hat{\mathcal{U}}_{PT}^{-1}\mathcal{N}\hat{\mathcal{U}}_{PT} = -\mathcal{N}. \qquad (35)$$

Укажем на фундаментальное отличие подсчета числа фермионных частиц, принятого здесь и используемого в традиционной квантовой теории поля. В последнем случае под числом частиц подразумевается число реальных частиц минус число античастиц, т.е. во внимание принимаются лишь возбуждения над вакуумом. В нашем случае лишь для состояния $|0;\mathrm{False}\rangle$, удовлетворяющего условию $\Psi|0;\mathrm{False}\rangle = 0$ (ложный вакуум на языке традиционной квантовой теории поля), имеем $\mathcal{N}|0;\mathrm{False}\rangle = 0$. Такой подсчет числа фермионов не только возможен в решеточной теории, но и необходим в нашем случае. Для вакуума в традиционной теории поля $|0\rangle$ имеем $\mathcal{N}|0\rangle = N|0\rangle$, где N есть число всех заполненных одночастичных состояний дираковского подвала. В общем случае значение оператора $\mathcal{N}$ будет равно числу всех заполненных состояний одночастичного оператора Дирака.

Из уравнения (35) следует, что в высокотемпературной PT-симметричной фазе имеем

$$\langle\,\mathcal{N}\,\rangle = 0. \qquad (36)$$

Поскольку оператор $\mathcal{N}$ сохраняется, то последнее равенство справедливо во всех фазах.

Мы предполагаем, что в высокотемпературной фазе энтропия S максимальна по переменной $\mathcal{N}$:

$$\partial S/\partial\mathcal{N} = -\beta\mu = 0. \qquad (37)$$

Здесь μ обозначает химический потенциал ферми-частиц. Заметим, что равенство (37) не означает, что энтропия находится в своем абсолютном максимуме, поскольку энтропия зависит также от других параметров. Энтропия (растущая со временем) в пространстве де Ситтера представлена в работе [17].

Пусть $|A+\rangle$ – некое квантовое состояние системы, определенное на пространственно подобной гиперповерхности Σ. Введем нормальные координаты x^μ с центром в точке $p\in\Sigma$. В малой окрестности U этой точки нормальные координаты являются почти декартовыми, значения тетрады и связности близки к значениям

$$e^a_\mu \approx \delta^a_\mu, \quad \omega^{ab}_\mu \approx 0. \qquad (38)$$

Будем считать, что гиперплоскость $x^0 = 0$ является касательной к гиперповерхности Σ в точке p. Нормальные координаты всегда можно определить таким образом. В окрестности точки p 4-вектор $e^a_\mu\mathrm{d}x^\mu$ имеет компоненту $e^0_\mu\mathrm{d}x^\mu > 0$, лишь если $\mathrm{d}x^0 > 0$. Заметим, что свойство $e^0_\mu\mathrm{d}x^\mu > 0$ является инвариантом относительно непрерывных преобразований Лоренца (или калибровочной группы) 4-вектора $e^a_\mu\mathrm{d}x^\mu$. Триада $e^\alpha_i \sim \delta^\alpha_i$ также не может быть приведена к виду $(-\delta^\alpha_i)$ при помощи непрерывных элементов группы трехмерных вращений. В окрестности точки p дираковский гамильтониан имеет простой вид $\mathcal{H}_\Psi = -i\gamma^0\gamma^\alpha\partial_\alpha$.

Определим состояние $|A-\rangle$ как

$$|A-\rangle = \hat{\mathcal{U}}_{PT}|A+\rangle. \qquad (39)$$

Динамические переменные в.ф. $|A-\rangle$ определены на элементах той же решетки, на которой определены переменные в.ф. $|A+\rangle$, но принимают другие значения. Поскольку в обоих случаях используется одна решетка и координаты привязаны к узлам решетки, то и в случае в.ф. $|A-\rangle$ удобно использовать те же нормальные координаты x^μ. Тогда вместо (38) имеем $e^a_\mu \approx -\delta^a_\mu$, $\omega^{ab}_\mu \approx 0$ в окрестности точки p для в.ф. $|A-\rangle$.

Если $\mathcal{N}|A+\rangle = N_+|A+\rangle$, то согласно (35) и (39)

$$\mathcal{N}|A-\rangle \equiv N_-|A-\rangle = \hat{\mathcal{U}}_{PT}(\hat{\mathcal{U}}_{PT}^{-1}\mathcal{N}\hat{\mathcal{U}}_{PT})|A+\rangle = \\ = -\hat{\mathcal{U}}_{PT}\mathcal{N}|A+\rangle = -N_+|A-\rangle.$$

В PT-несимметричной фазе реализуется в.ф.

$$|\,\rangle = |A+\rangle + |B-\rangle \qquad (40)$$

с условиями $\langle A+|A+\rangle = \langle B-|B-\rangle = 1$. Ограничение (36) приводит к следующему соотношению:

$$N_- = -\frac{1+\langle B-|A+\rangle}{1+\langle A+|B-\rangle}N_+.$$

Если $\langle A+|B-\rangle = \langle B-|A+\rangle$, то $N_+ = -N_-$.

Для ясности нам необходимо описать состояния $|A\pm\rangle$ при низких температурах в представлении чисел заполнения. Для этого выпишем в окрестности U

в нормальных координатах уравнение для собственных в.ф. одночастичного дираковского гамильтониана: $\mathcal{H}_\Psi\psi_n = \epsilon_n\psi_n$. Обозначим ортонормированные в.ф. $\psi_n^{(+)}$ для $\epsilon_n > 0$ и $\psi_n^{(-)}$ для $\epsilon_n < 0$. Матрица $\gamma^0\gamma^5$ переводит эти в.ф. друг в друга, так что между $\psi_n^{(+)}$ и $\psi_n^{(-)}$ имеется взаимно однозначное соответствие. Разложим оператор дираковского поля: $\Psi(x) = \sum_n(a_n\psi_n^{(+)}(x) + b_n\psi_n^{(-)}(x))$, где операторы $\{a_n, b_n\}$, а также их сопряженные, являются фермиевскими операторами со стандартными антикоммутационными свойствами. Основное состояние $|0+\rangle$ определяется условиями

$$a_n|0+\rangle = 0, \quad b_n^\dagger|0+\rangle = 0. \tag{41}$$

Рассмотрим трансформацию оператора Ψ под действием антиунитарного оператора $\hat{\mathcal{U}}_{PT}$:

$$\hat{\mathcal{U}}_{PT}^{-1}\Psi\hat{\mathcal{U}}_{PT} = \sum_n \left[\hat{\mathcal{U}}_{PT}^{-1}a_n\hat{\mathcal{U}}_{PT}\left(U_{PT}(\overline{\psi}_n^{(+)})^t\right) + \right.$$
$$\left. + \hat{\mathcal{U}}_{PT}^{-1}b_n\hat{\mathcal{U}}_{PT}\left(U_{PT}(\overline{\psi}_n^{(-)})^t\right)\right] =$$
$$= \sum_n\left[\hat{\mathcal{U}}_{PT}^{-1}a_n\hat{\mathcal{U}}_{PT}\psi_n^{(-)} + \hat{\mathcal{U}}_{PT}^{-1}b_n\hat{\mathcal{U}}_{PT}\psi_n^{(+)}\right]. \tag{42}$$

Здесь было учтено, что $U_{PT}\left(\overline{\psi}_n^{(\pm)}\right)^t = \psi_n^{\mp}$. Последнее равенство проверяется непосредственно. Так как поле (42) имеет те же пространственно-временные трансформационные свойства, что и поле Ψ, то следует сделать вывод:

$$\hat{\mathcal{U}}_{PT}^{-1}a_n\hat{\mathcal{U}}_{PT} = b_n, \quad \hat{\mathcal{U}}_{PT}^{-1}b_n\hat{\mathcal{U}}_{PT} = a_n,$$
$$\hat{\mathcal{U}}_{PT}^{-1}a_n^\dagger\hat{\mathcal{U}}_{PT} = b_n^\dagger, \quad \hat{\mathcal{U}}_{PT}^{-1}b_n^\dagger\hat{\mathcal{U}}_{PT} = a_n^\dagger. \tag{43}$$

Вторая строка получается аналогично. При помощи (41), (43) и определения $|0-\rangle = \hat{\mathcal{U}}_{PT}|0+\rangle$, находим:

$$a_n^\dagger|0-\rangle = \hat{\mathcal{U}}_{PT}b_n^\dagger|0+\rangle = 0,$$
$$b_n|0-\rangle = \hat{\mathcal{U}}_{PT}a_n|0+\rangle = 0. \tag{44}$$

Допуская вольность речи, можно сказать, что состояние $|0+\rangle$ является дираковским вакуумом, а состояние $|0-\rangle$ — антидираковским. Однако энергии этих состояний одинаковы и отрицательны (здесь энергии дираковских морей не вычеркнуты). Кроме того, для любого локального оператора $\hat{\mathcal{O}}$ или суммы таковых (например, гамильтониана) имеем

$$\langle 0+|\hat{\mathcal{O}}|0-\rangle = 0, \tag{45}$$

поскольку

$$a_n^\dagger a_n|0+\rangle = 0, \quad a_n^\dagger a_n|0-\rangle = |0-\rangle,$$
$$b_n^\dagger b_n|0+\rangle = |0+\rangle, \quad b_n^\dagger b_n|0-\rangle = 0. \tag{46}$$

Возникновение барионной асимметрии. Пусть в традиционной квантовой теории поля в пространстве Минковского вакуум вырожден, т.е. имеется несколько вакуумов $|v\rangle$ с различными значениями полей. Тогда в случае $v \neq v'$ имеет место утверждение (ср. с (45)): $\langle v|\hat{\mathcal{O}}|v'\rangle = 0$, доказательство которого основано на факте бесконечности пространства [18–20]. В нашей теории равенство (45) возможно также лишь на бесконечной решетке, так как лишь на бесконечных решетках возможен фазовый переход и качественное разделение состояний на состояния вида $|\pm\rangle$. Таким образом, изучать следует физику над одним из вакуумов $|v\rangle$, но не над их суперпозицией.

Изучаемая здесь общая картина качественно сложнее по причине динамичности. В результате фазового перехода из PT-симметричной в несимметричную фазу в.ф. системы приобретает вид (40). Действительно, в интеграле (9) интегрирование по $e^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}$ идет в пределах ($|e_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}| < 1$), а дираковские переменные взаимно заменяемы согласно (12). Поскольку появляется ненулевой параметр порядка e^a_μ ($e^a_\mu \sim \delta^a_\mu$ в состоянии $|A+\rangle$ и $e^a_\mu \sim -\delta^a_\mu$ в состоянии $|B-\rangle$), то появляется время $\mathrm{d}t = e^0_\mu \mathrm{d}x^\mu$. В этих состояниях время течет разнонаправленно. В течение первоначального кванта времени t_P имеет место взаимодействие между указанными состояниями, так что число фермионов $N_+ = -N_-$ может измениться. Но по прошествии времени t_P любое взаимодействие между состояниями $|A+\rangle$ и $|B-\rangle$ прекращается, и накопившееся значение N_+ сохраняется (ср. с примером из Введения). Это значение N_+ сохраняется, не являясь, вообще говоря, равновесным значением $N_+^{(0)}$ при любой температуре и нулевом значении химического потенциала μ. Этот эффект здесь мы называем явлением барионной асимметрии. Заметим, что в состоянии $|0+\rangle$ (41) реализуется $N_+^{(0)}$ при нулевой температуре.

Приведем простейшую иллюстрацию к определению числа $N_+^{(0)}$ на примере идеального ферми-газа, состоящего из двух степеней свободы с энергиями $\varepsilon = \pm\epsilon$ и нулевым химическим потенциалом. Равновесное число частиц на уровне ε равно $n(\varepsilon) = (e^{\beta\varepsilon} + 1)^{-1}$. Полное число частиц $N^{(0)} = n(-\epsilon) + n(\epsilon) = 1$ при любой температуре. Иными словами, число возбуждений (электронов) $n(\epsilon)$ равно числу дырок (позитронов) $1 - n(-\epsilon)$. В случае $\beta \to 0$ имеем $n(-\epsilon) \to (1/2 + 0)$, $n(\epsilon) \to (1/2 - 0)$, или $< \varepsilon > \to 0$. $N^{(0)}$ является аналогом $N_+^{(0)}$.

Нашей целью является оценка, хотя бы качественная, величины $\delta N_+ \equiv N_+ - N_+^{(0)}$. Величина $\delta N_+ \neq 0$ может возникнуть в результате термодинамической либо квантовой флуктуации. Чтобы флуктуацию можно было рассматривать как термодинамическую, должно пройти время τ [21]

$$\tau \gg \frac{\hbar}{T}. \qquad (47)$$

Здесь температура близка к температуре фазового перехода $T_c \sim \hbar c/l_P$ (31). Тогда при помощи (47) получаем оценку: $\tau \gg l_P/c \sim t_P$. Далее приводятся аргументы в пользу того, что равенство (45) уже имеет место при $\tau \geq t_P$, хотя это предположение скорее является гипотезой. Поэтому механизм термодинамических флуктуаций здесь не работает. Проблема термодинамических флуктуаций в вакууме пространства де Ситтера изучалась в обзоре [22], где были получены интересные результаты.

Мы предполагаем, что здесь происходит фазовый переход первого рода. Основанием для этого предположения является следующий факт: в несимметричной фазе $N_+ = -N_- \neq 0$, и при этом флуктуации числа N_+ заканчиваются в течение первого кванта времени t_P (см. ниже). Это означает, что ненулевые число N_+ возникает практически мгновенно в результате фазового перехода. В процессе фазового перехода первого рода образуются локальные зародыши аида $|\Xi\rangle = |\Xi+\rangle + |\Xi-\rangle$ (ср. с (40)). По предположению, в.ф. $|\Xi\rangle$ зависит от переменных, определенных на нескольких сопредельных элементах решетки. Число таких переменных имеет порядок 10^n, $n \sim 1$. В рамках этого предположения полная в.ф. системы приближенно представляется в виде

$$|\,\rangle \approx \prod_{\Xi} |\Xi\rangle. \qquad (48)$$

Для оценки величины δN_+ как результата квантовых флуктуаций мы будем пользоваться формулами

$$|\delta E_{\Xi+} \delta N_{\Xi+}| \sim \hbar |\dot{N}_{\Xi+}|, \quad |\delta E_{\Xi+}| t_p \sim \hbar, \qquad (49)$$

$$\delta N_+ \approx \sum_{\Xi} \delta N_{\Xi+} \longrightarrow |\delta N_+| \sim \sqrt{N_+} |\delta N_{\Xi+}|. \qquad (50)$$

Последнее соотношение в (50) следует из того факта, что знак каждой флуктуации $\delta N_{\Xi+}$ случаен и порядок величины всех этих флуктуаций одинаков. Здесь $E_{\Xi+}$ и $N_{\Xi+}$ обозначают фермионный вклад в энергию и число частиц состояния $|\Xi\rangle$. Далее, $|\dot{N}_{\Xi+}| \sim \nu |N_{\Xi+}|/t_P$, $\nu \ll 1$. Малость параметра ν означает, что в течение первого кванта времени t_P величина числа $N_{\Xi+}$ изменяется несущественно. Комбинируя последние оценки и соотношения (49), (50), находим:

$$|\delta N_+| \sim \nu \sqrt{N_+} N_{\Xi+} \sim \nu \sqrt{N_+}, \qquad (51)$$

поскольку в данной задаче можно положить $N_{\Xi+} \sim 1$.

Здесь видна принципиальная разница роли рода фазового перехода в традиционной теории бариосинтеза [1, 3] и при нашем подходе. В первом случае первый род гарантирует появление зародышей и пузырей с нарушенной симметрией, двигающиеся доменные стенки которых стимулируют бариосинтез. В нашей теории переход первого рода приводит к формуле факторизации (48) и затем к последующим формулам (49)–(51).

Чтобы оценить величину ν, необходимо оценить амплитуду перехода одного фермиона из состояния $|\Xi+\rangle$ в состояние $|\Xi-\rangle$ в течение минимального кванта времени. В решеточной теории это подразумевает вычисление величины

$$\nu \sim \left| \langle \Xi - | \mathfrak{A}^{(1)}_{\Psi} | \Xi+ \rangle \right|^2, \qquad (52)$$

где $\mathfrak{A}^{(1)}_{\Psi}$ обозначает часть фермионного действия (5), определенную на пространственно подобном подкомплексе толщиной в один слой в направлении времени. В правой части в (52) выделяется та часть амплитуды, которая увеличивает (уменьшает) число частиц в состоянии $|\Xi+\rangle$. Заметим, что вследствие высокой температуры состояния $|\Xi+\rangle$ и $|\Xi-\rangle$ являются суперпозицией состояний с разными числами $N_{\Xi+}$ и $N_{\Xi-}$, но с условием $N_+ + N_- = 0$.

Имеется два источника малости величины (52): 1) малость величины $\Theta^a_{\mathcal{V}_1\mathcal{V}_2}$ вблизи точки фазового перехода (см. (33)); 2) начало процесса выстраивания дираковского вакуума в состоянии $|\Xi+\rangle$ и “антидираковского вакуума” в состоянии $N_{\Xi-}$. В конце этого процесса мы имеем строгое равенство (45), но уже и в самом начале этот фактор играет определяющую роль. Другой источник малости параметра ν – это интеграл перекрытия при интегрировании по переменным e^a. К сожалению, мы не в состоянии дать достоверную оценку величины ν, ограничиваясь лишь констатацией факта $\nu \ll 1$.

Приведем числовую оценку и сравним ее с наблюдениями. Оценим число N_+ по современному состоянию видимой части Вселенной: $N_+ \sim (L_0/l_P)^3 \sim \sim 10^{181}$. Здесь $L_0 \sim 2 \cdot 10^{28}$ см есть размер видимой части Вселенной и $l_P \sim 10^{-32}$ см – планковский масштаб. Тогда согласно (52) для плотности фермионной асимметрии

$$\delta n_+ \equiv \nu \sqrt{N_+}/L_0^3 \sim \nu (L_0 l_P)^{-3/2} \sim \nu \cdot 10^6\,\text{см}^{-3}. \qquad (53)$$

Экспериментальное значение $\delta n_{+(\exp)} \sim 10^{-5}\,\text{см}^{-3}$. Отсюда видно, что, если $\nu \sim 10^{-10}$, то описанный механизм нарушения фермионной симметрии работает.

Заключение. Здесь изложена лишь идея возникновения асимметрии частицы–античастицы на самом раннем этапе существования Вселенной, предшествующем фазе инфляции. Описанный сценарий реализуется в дискретной (решеточной) теории гравитации.

Необходимо сравнить условия Сахарова для бариогенезиса с теми условиями, которые имеют место в изучаемой модели. Выпишем условия Сахарова: 1) нарушение сохранения барионного заряда; 2) нарушение C- и CP-инвариантности; 3) отсутствие теплового равновесия на стадии процессов с несохранением барионного заряда. Третье условие здесь выполнено автоматически. Далее, в рассматриваемой модели не выделены барионы и лептоны. Поэтому здесь рассматривается нарушение фермионного заряда. Полный фермионный заряд сохраняется, но перераспределяется между состояниями $|+\rangle$ и $|-\rangle$. Каждое из этих состояний по отдельности не является C-четным, и их взаимодействие прекращается в течение времени порядка t_P. В такой интерпретации здесь содержатся первые два условия Сахарова.

По мнению автора, полученный результат может стимулировать поиск более совершенного варианта дискретной теории гравитации, лучше подходящего для некоторых вычислений.

Эта работа выполнена по Государственной Программе 0033-2019-0005.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Института теоретической физики им. Л. Д. Ландау. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. V. A. Rubakov and M. E. Shaposhnikov, Phys.-Uspekhi **39**, 461 (1996).
2. S. N. Vergeles, N. N. Nikolaev, Y. N. Obukhov, A. Y. Silenko, and O. V. Teryaev, Uspekhi Fizicheskikh Nauk **193**, 113 (2023).
3. V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov, and M. E. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **155**, 36 (1985).
4. S. Vergeles, Nuclear Physics B **735**, 172 (2006).
5. S. Vergeles, Phys. Rev. D **92**, 025053 (2015).
6. S. Vergeles, J. High Energy Phys. **2017**, 1 (2017).
7. S. Vergeles, Phys. Rev. D **96**, 054512 (2017).
8. S. Vergeles, Clas. Quan. Grav. **38**, 085022 (2021).
9. S. Vergeles, Clas. Quant. Grav. **39**, 038001 (2021).
10. S. Vergeles, arXiv preprint arXiv:2301.01692 (2023).
11. H. Davoudiasl, R. Kitano, G. D. Kribs, H. Murayama, and P. J. Steinhardt, Phys. Rev. Lett. **93**, 201301 (2004).
12. E. Arbuzova, A. Dolgov, K. Dutta, and R. Rangarajan, Symmetry **15**, 404 (2023).
13. S. S. Mishra, S. Mandal, and P. Sahoo, Phys. Lett. B **842**, 137959 (2023).
14. Л. Понтрягин, *Основые комбинаторной топологии*, Наука, М. (1976).
15. A. A. Vladimirov and D. Diakonov, Phys. Rev. D **86**, 104019 (2012).
16. G. Volovik, JETP **132**, 727 (2021).
17. G. Volovik, JETP Lett. **119**(7), 564 (2024).
18. S. Weinberg, *The quantum theory of fields*, Cambridge university press (1995), v. 2.
19. G. E. Volovik, *Quantum Phase Transitions from Topology in Momentum Space*, Lect. Notes Phys. **718**, 31 (2007).
20. Ya. G. Sinai, Pergamon Press, Oxford (1983), v. 108.
21. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, М. (1976), ч. 1.
22. G. E. Volovik, Symmetry **16**, 763 (2024).