

# Рамсеевская спектроскопия резонансов КПН на $D_1$ линии атомов щелочных металлов в миниатюрных ячейках в поле встречных волн с противоположными круговыми поляризациями

В. И. Юдин<sup>+\*×1)</sup>, М. Ю. Басалаев<sup>+\*×</sup>, Д. А. Раднатаров<sup>+</sup>, И. В. Громов<sup>+</sup>, М. Д. Радченко<sup>+×</sup>, С. М. Кобцев<sup>+</sup>,  
А. В. Тайченачев<sup>+\*</sup>

<sup>+</sup>Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

<sup>\*</sup>Институт лазерной физики Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

<sup>×</sup>Новосибирский государственный технический университет, 630073 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 28 августа 2024 г.

После переработки 28 августа 2024 г.

Принята к публикации 29 августа 2024 г.

В работе представлены теоретические и экспериментальные исследования рамсеевской спектроскопии резонансов когерентного пленения населенности, возбуждаемых на  $D_1$  линии атомов щелочных металлов в миниатюрных газовых ячейках. Рассматривается конфигурация поля, состоящего из двух встречных бегущих волн с противоположными круговыми поляризациями. При этом встречная волна формируется путем отражения от частично пропускающего выходного зеркала, в то время как регистрируется сигнал от прошедшей через зеркало исходной волны. Показано, что в такой схеме существует оптимальное значение для коэффициента отражения зеркала, при котором кратковременная стабильность может быть существенно улучшена по отношению к стандартной схеме без встречной волны. Экспериментально продемонстрировано 3-х кратное улучшение кратковременной стабильности атомных часов на основе резонанса когерентного пленения населенности в газовой ячейке с атомами  $^{87}\text{Rb}$ .

DOI: 10.31857/S0370274X24100033, EDN: EIYNDY

**1. Введение.** Атомные часы представляют собой квантовые устройства для высокоточных измерений частоты и времени. Обширная область их применения включает в себя такие важные направления, как навигация и позиционирование, синхронизация и передача данных, метрология, геодезия, проверка фундаментальных физических теорий и др. [1–9]. В малогабаритных атомных часах радиочастотного диапазона в качестве репера частоты широко используются резонансы когерентного пленения населенностей (КПН) на  $D_1$  линии атомов щелочных металлов [10–14]. К преимуществам таких устройств относятся их компактность и низкое энергопотребление, обусловленные применением чисто оптических методов для возбуждения резонанса между компонентами сверхтонкой структуры основного состояния.

Одной из главных проблем, ограничивающих долговременную стабильность атомных часов, является световой сдвиг частоты реперного перехода при взаимодействии атомов с пробным лазерным полем. Большим потенциалом для решения данной пробле-

мы обладают устройства, основанные на рамсеевской спектроскопии резонансов КПН [15–18], для которых могут быть использованы различные высокоэффективные методы подавления полевого сдвига [10–24].

Однако наряду с долговременной стабильностью важной характеристикой атомных часов является кратковременная стабильность, на которую влияют такие параметры резонанса, как амплитуда и ширина. В наиболее распространенном случае возбуждения КПН резонансов излучением с круговой поляризацией происходит оптическая накачка атомов на крайний зеемановский подуровень сверхтонкой компоненты основного состояния с наибольшим угловым моментом. Атомы, накапливаясь в данном ловушечном состоянии, не дают вклад в формирование когерентности между рабочими зеемановскими подуровнями с проекцией углового момента  $m = 0$ . Вследствие этого, амплитуда реперного резонанса не достигает своего возможного максимального значения, что ограничивает кратковременную стабильность. Для устранения ловушечного состояния в [25] был разработан метод возбуждения резонансов КПН в поле, образованном двумя встречными бегущими волнами с противоположными круговыми

<sup>1)</sup>e-mail: viyudin@mail.ru

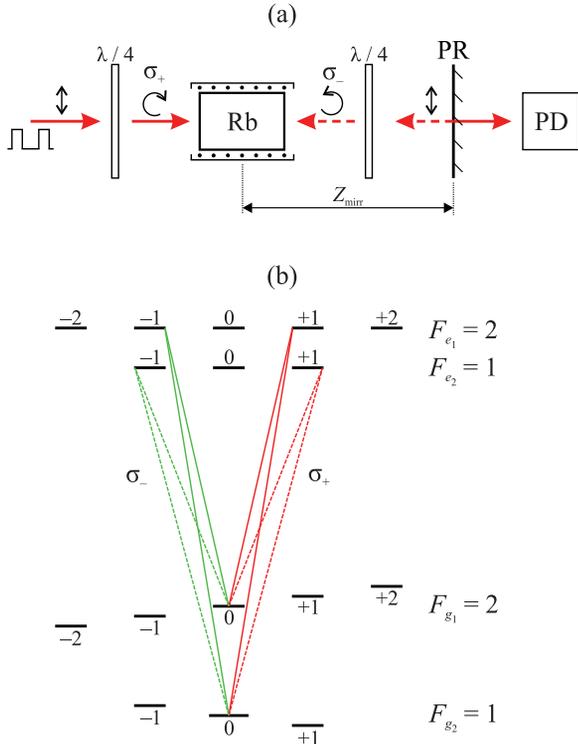


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Схема формирования  $\sigma_+ - \sigma_-$  конфигурации поля: PR – частично пропускающее зеркало, PD – фотоприемник. (б) – Схема светоиндуцированных переходов, участвующих в возбуждении резонанса КПН между состояниями  $|F_{g_1} = 2, m = 0\rangle$  и  $|F_{g_2} = 1, m = 0\rangle$  для  $D_1$  линии атомов  $^{87}\text{Rb}$  в  $\sigma_+ - \sigma_-$  конфигурации бихроматического поля

поляризациями (так называемая  $\sigma_+ - \sigma_-$  конфигурация), который был экспериментально апробирован для спектроскопии непрерывного типа [26]. Вариант рамсеевской спектроскопии в  $\sigma_+ - \sigma_-$  конфигурации был реализован только для лазерно-охлажденных атомов [27].

В настоящей работе мы исследуем возможность существенного улучшения кратковременной стабильности атомных часов, основанных на рамсеевской спектроскопии резонансов КПН в миниатюрных газовых ячейках, при использовании схемы [25]. В нашем случае встречная волна с противоположной круговой поляризацией создается с помощью зеркала с частичным пропусканием света и возможностью варьировать коэффициент отражения. Расчеты сигнала ошибки на примере  $D_1$  линии атомов  $^{87}\text{Rb}$  показывают наличие оптимального значения коэффициента отражения зеркала, при котором наклон дискриминантной кривой имеет максимальное значение. Теоретические выводы подтверждаются результатами эксперимента, где получено улучшение кратковременной стабильности

КПН часов в 3 раза по сравнению со стандартной схемой без встречной волны.

**2. Теория.** В качестве конкретного примера рассмотрим взаимодействие полной сверхтонкой структуры уровней на  $D_1$  линии в атомах  $^{87}\text{Rb}$  с последовательностью рамсеевских импульсов бихроматического поля, состоящего из двух резонансных встречных волн с противоположными круговыми поляризациями:

$$\mathbf{E}(t) = \left[ E_1^{(+)}(t)e^{ik_1z} \mathbf{e}_{+1} + E_1^{(-)}(t)e^{-ik_1z} \mathbf{e}_{-1} \right] e^{-i[\omega_1 t + \varphi_1(t)]} + \left[ E_2^{(+)}(t)e^{ik_2z} \mathbf{e}_{+1} + E_2^{(-)}(t)e^{-ik_2z} \mathbf{e}_{-1} \right] e^{-i[\omega_2 t + \varphi_2(t)]} + \text{с.с.}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{e}_{\pm 1} = \pm(\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$  есть единичные векторы правой ( $\sigma_+$ ) и левой ( $\sigma_-$ ) круговой поляризации света;  $E_{1,2}^{(\pm)}(t)$  есть комплексные амплитуды соответствующих спектральных компонент; зависимости  $\varphi_{1,2}(t)$  описывают фазовую модуляцию поля, используемую нами для генерации сигнала ошибки. Для определенности будем полагать, что  $\sigma_+ - \sigma_-$  конфигурация встречных волн формируется путем отражения падающей бихроматической волны с  $\sigma_+$  поляризацией от зеркала и преобразования ее при прохождении через  $\lambda/4$  пластинку во встречную волну с  $\sigma_-$  поляризацией, как схематически изображено на рис. 1а. Структура энергетических уровней для  $D_1$  линии  $^{87}\text{Rb}$  и схема светоиндуцированных переходов, формирующих резонанс КПН между состояниями  $|F_{g_1} = 2, m = 0\rangle$  и  $|F_{g_2} = 1, m = 0\rangle$ , изображены на рис. 1б.

Для  $D_1$  линии атомов щелочных металлов, как показано в работе [25], КПН состояния для каждой из встречных  $\sigma_+$  и  $\sigma_-$  волн (которые являются суперпозицией зеемановских подуровней основного состояния  $|F_{g_1}, m = 0\rangle$  и  $|F_{g_2}, m = 0\rangle$ ) совпадают при условии:

$$2(k_1 - k_2)Z_{\text{mirr}} = (2n + 1)\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (2)$$

где  $Z_{\text{mirr}}$  есть расстояние до зеркала (см. на рис. 1а). В этом случае имеет место конструктивная интерференция двух-фотонных переходов от разных круговых поляризаций и амплитуда резонанса КПН максимальна. Однако для выполнения условия (2) в протяженной среде необходимо использовать достаточно миниатюрные газовые ячейки, продольный размер  $L$  которых имеет следующее ограничение:

$$L \ll 2\pi/(k_1 - k_2). \quad (3)$$

В частности, для  $^{87}\text{Rb}$  следует использовать газовые ячейки с длиной  $L \ll 4.4$  см.

Временную динамику атомов будем описывать на основе квантового кинетического уравнения для матрицы плотности  $\hat{\rho}$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho}(t) + \hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\} = -\frac{i}{\hbar} [(\hat{H}_0 + \hat{V}_E(t) + \hat{V}_B), \hat{\rho}], \quad (4)$$

где  $\hat{H}_0$  – гамильтониан невозмущенного атома;  $\hat{V}_E(t) = -\hat{\mathbf{d}}\mathbf{E}(t)$  есть оператор взаимодействия атомов с лазерным полем ( $\hat{\mathbf{d}}$  – оператор электрического дипольного момента,  $\mathbf{E}(t)$  – вектор напряженности электрического поля);  $\hat{V}_B = -\hat{\mu}\mathbf{B}$  есть оператор взаимодействия атомов со статическим магнитным полем, которое используется для расщепления зеемановских подуровней ( $\hat{\mu}$  – оператор магнитного момента,  $\mathbf{B}$  – вектор индукции магнитного поля); линейный функционал  $\hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}$  описывает релаксационные процессы. Модель включает в себя следующие константы релаксации:  $\gamma_{\text{sp}}$  – скорость спонтанного распада возбужденного состояния,  $\gamma_{\text{opt}}$  – скорость затухания оптических когерентностей,  $\gamma_g$  и  $\gamma_e$  – скорости релаксации атомов к равновесному изотропному распределению по зеемановским подуровням основного и возбужденного состояний соответственно. Будем полагать, что столкновительное уширение буферным газом оптических переходов превышает доплеровскую ширину (т.е.  $\gamma_{\text{opt}} > k\bar{v}$ , где  $\bar{v}$  – тепловая скорость атомов). В этом случае доплеровскими эффектами от движения атомов можно пренебречь и рассматривать модель неподвижных атомов.

В приближении оптически тонкой среды амплитуда встречной  $\sigma_-$  волны связана с амплитудой падающей  $\sigma_+$  волны следующим образом:

$$|E_j^{(-)}|^2 = \alpha |E_j^{(+)}|^2, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (j = 1, 2), \quad (5)$$

где  $\alpha$  представляет собой некоторый эффективный коэффициент отражения, который складывается из отражения на зеркале и потерь на оптических элементах схемы. В расчетах мы использовали определение:  $R_j^{(\pm)} = |d_{eg} E_j^{(\pm)}|/\hbar$  для частот Раби (где  $d_{eg} = \langle J_e || \hat{d} || J_g \rangle$  – приведенный матричный элемент оператора электрического дипольного момента) и параметр  $\Omega_L = \mu_B |\mathbf{B}|/\hbar$ , характеризующий зеемановское расщепление сверхтонких уровней (где  $\mu_B$  – магнетон Бора).

В качестве спектроскопического сигнала мы рассматриваем поглощение падающей волны с  $\sigma_+$  поляризацией. Стабилизацию частоты в КПН часах будем проводить с помощью сигнала ошибки для рамсеевской спектроскопии с использованием техники

фазовых прыжков. В этом случае относительная фаза  $(\phi_1 - \phi_2)$  частотных компонент для соседних рамсеевских импульсов отличается на величину  $\pm\pi/2$ . Схематический вид периодической последовательности рамсеевских импульсов и соответствующих фазовых прыжков показан на рис. 2. При этом каж-

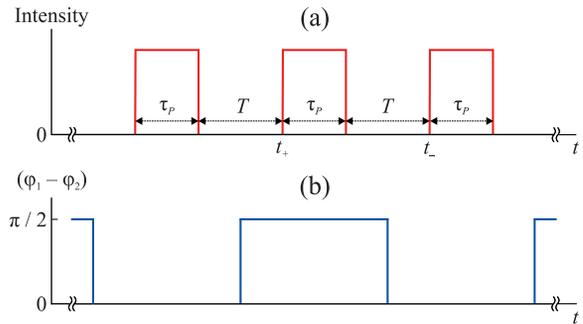


Рис. 2. (Цветной онлайн) Схематический вид периодической последовательности рамсеевских импульсов с длительностью  $\tau_p$  и временем свободной эволюции  $T$ : (a) – Модуляция интенсивности поля; (b) – Модуляция разности фаз спектральных компонент бихроматического поля для формирования сигнала ошибки (6)

дый импульс служит одновременно для опроса атомов и накачки их в КПН состояние. Сигнал ошибки формируется как разность интегральных сигналов поглощения между соседними рамсеевскими импульсами, что математически может быть записано следующим образом:

$$S(\delta_R) = \int_{t_+}^{\tau_P} A^{(+)}(t, +\pi/2) dt - \int_{t_-}^{\tau_P} A^{(+)}(t, -\pi/2) dt, \quad (6)$$

где  $A^{(+)}(t, \pm\pi/2)$  – сигнал поглощения волны с правой круговой поляризацией ( $\sigma_+$ ) при относительной фазе частотных компонент  $(\phi_1 - \phi_2) = \pm\pi/2$ ,  $\delta_R = (\omega_1 - \omega_2 - \omega_{\text{hfs}})$  есть рамановская отстройка (где  $\omega_{\text{hfs}}$  – частота сверхтонкого расщепления основного состояния). Для иллюстрации на рис. 3 представлен расчет временной динамики сигналов  $A^{(+)}(t, \pm\pi/2)$  во время действия рамсеевских импульсов.

Как видно из рис. 4, преимущество  $\sigma_+ - \sigma_-$  конфигурации по сравнению с обычной схемой (т.е. одна бегущая волна с круговой поляризацией) состоит в значительном увеличении амплитуды сигнала ошибки. Этот результат обусловлен тем, что встречная волна с  $\sigma_-$  поляризацией откачивает атомы из крайнего зеемановского подуровня  $|F_{g1} = 2, m = 2\rangle$ , не взаимодействующего с  $\sigma_+$  полем, и тем самым увеличивает число атомов в состоянии КПН. При этом ширина резонанса не зависит от интенсивности полей (в отличие от спектроскопии непрерывного типа) и определяется только временем свободной эволюции.

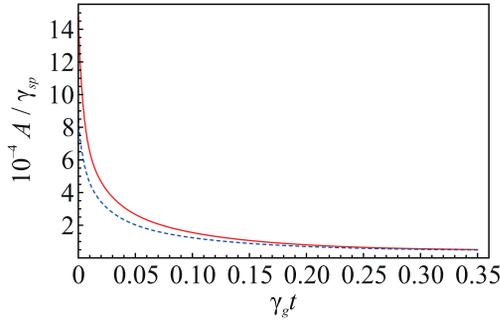


Рис. 3. (Цветной онлайн) Временная динамика сигнала поглощения во время действия рамсеевских импульсов: красная сплошная линия соответствует  $A^{(+)}(t, +\pi/2)$ , синяя штриховая линия соответствует  $A^{(+)}(t, -\pi/2)$ . Параметры расчетов:  $R_1^{(+)}/\gamma_{sp} = R_2^{(+)}/\gamma_{sp} = 0.5$ ,  $\alpha = 0.25$ ,  $\tau_P = 0.5\gamma_g^{-1}$ ,  $T = \gamma_g^{-1}$ ,  $\Omega_L/\gamma_{sp} = 0.05$ ,  $\gamma_{opt}/\gamma_{sp} = 50$ ,  $\gamma_g/\gamma_{sp} = 10^{-5}$ ,  $\gamma_e/\gamma_{sp} = 20$ ,  $\delta_R T = \pi/4$

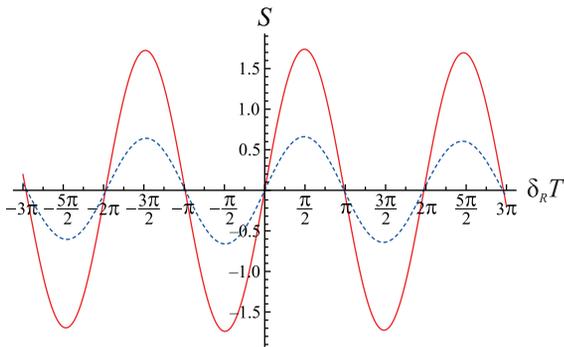


Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость сигнала ошибки  $S(\delta_R)$  от двух-фотонной отстройки: красная сплошная линия соответствует коэффициенту отражения  $\alpha = 0.25$ , синяя штриховая линия соответствует стандартной схеме без встречной волны (т.е.  $\alpha = 0$ ). Параметры расчетов:  $R_1^{(+)}/\gamma_{sp} = R_2^{(+)}/\gamma_{sp} = 0.5$ ,  $\tau_P = 0.5\gamma_g^{-1}$ ,  $T = \gamma_g^{-1}$ ,  $\Omega_L/\gamma_{sp} = 0.05$ ,  $\gamma_{opt}/\gamma_{sp} = 50$ ,  $\gamma_g/\gamma_{sp} = 10^{-5}$ ,  $\gamma_e/\gamma_{sp} = 20$

Одним из ключевых параметров, влияющих на кратковременную стабильность, является наклон линейного участка сигнала ошибки в центре резонанса:

$$K = \left. \frac{\partial S}{\partial \delta_R} \right|_{\delta_R=0}. \quad (7)$$

На рисунке 5 представлена зависимость наклона  $K$  от коэффициента отражения  $\alpha$ , который задает соотношение между амплитудами падающей и встречной волн. Как видно из данного рисунка, наличие встречной волны с противоположной круговой поляризацией ( $\alpha > 0$ ) приводит к увеличению наклона сигнала ошибки по сравнению со схемой без отраженной волны ( $\alpha = 0$ ). При этом зависимость  $K(\alpha)$  имеет выраженный максимум. Физическое объяснение нали-

чия оптимального коэффициента отражения состоит в том, что в данной спектроскопической схеме имеется два конкурирующих процесса, для которых при определенном значении  $\alpha = \alpha_{opt}$  достигается баланс. С одной стороны, увеличение коэффициента отражения зеркала ведет к росту амплитуды встречной  $\sigma_-$  волны и, следовательно, скорости откачки атомов из ловушечного состояния. В результате возрастает доля атомов в состоянии КПН, что приводит к увеличению амплитуды резонанса. С другой стороны, атомы, участвующие в поглощении отраженной волны, не дают вклад в сигнал поглощения детектируемой  $\sigma_+$  волны, тем самым уменьшают амплитуду резонанса. Таким образом, при увеличении  $\alpha$  амплитуда резонанса для детектируемой волны сперва возрастает за счет перекачки атомов из ловушечного состояния  $|F_{g1} = 2, m = 2\rangle$  в состояние КПН, а затем начинает уменьшаться из-за увеличения доли атомов, вовлеченных в поглощение встречной волны. При некотором соотношении между интенсивностями встречных волн, которому соответствует  $\alpha_{opt}$ , наблюдается максимум наклона для сигнала ошибки (6). Положение этого максимума зависит от интенсивности падающей волны и констант релаксации, которые определяют процессы оптической накачки атомов.

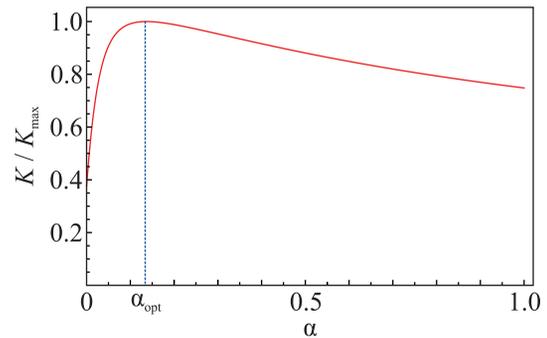


Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость наклона сигнала ошибки  $K$  в центре линии от коэффициента отражения  $\alpha$ . Параметры расчетов:  $R_1^{(+)}/\gamma_{sp} = R_2^{(+)}/\gamma_{sp} = 0.5$ ,  $\tau_P = \gamma_g^{-1}$ ,  $T = \gamma_g^{-1}$ ,  $\Omega_L/\gamma_{sp} = 0.05$ ,  $\gamma_{opt}/\gamma_{sp} = 50$ ,  $\gamma_g/\gamma_{sp} = 10^{-5}$ ,  $\gamma_e/\gamma_{sp} = 20$

**3. Эксперимент.** Схема экспериментальной установки представлена на рис. 6. В качестве источника излучения использовался DBR лазер с волоконным выходом и длиной волны 795 нм, соответствующей  $D_1$  линии поглощения атомов  $^{87}\text{Rb}$ . Газовая ячейка имела внутренний продольный размер  $L = 5$  мм, что удовлетворяет критерию (3). Фазовая модуляция излучения на частоте, равной половине частоты сверхтонкого расщепления основ-

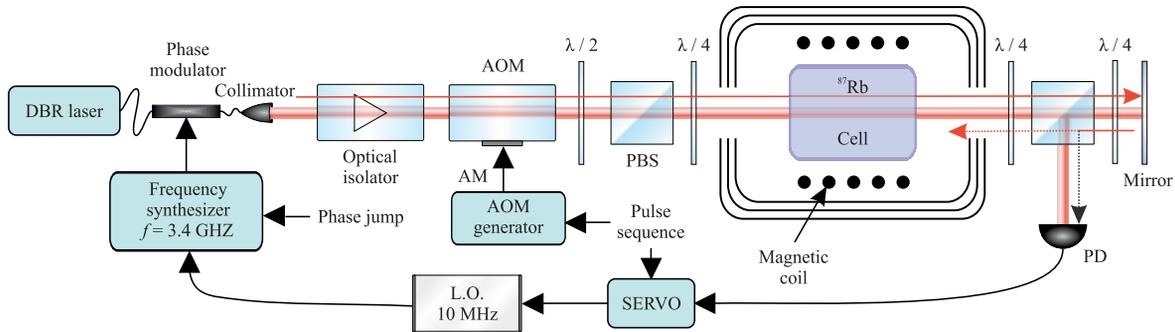


Рис. 6. (Цветной онлайн) Схема экспериментальной установки: АОМ – акустооптический модулятор; L.O. – локальный кварцевый осциллятор;  $\lambda/2$  – полуволновая пластина;  $\lambda/4$  – четвертьволновая пластина; PD – фотодетектор; PBS – поляризационный делитель; АОМ generator – генератор сигнала, подаваемого на АОМ; АМ – сигнал амплитудной модуляции. Для изменения мощности отраженной волны вращалась четвертьволновая пластина, расположенная между PBS и зеркалом

ного состояния, осуществлялась с помощью волоконного электрооптического фазового модулятора. Полуволновая пластина совместно с поляризационным делителем использовалась для управления мощностью падающего на ячейку излучения. Также схема включает в себя три четвертьволновых пластины. Первая пластина формирует круговую  $\sigma_+$  поляризацию падающей волны, в то время как вторая пластина формирует противоположную  $\sigma_-$  поляризацию для встречной волны. Третья пластина совместно с поляризационным делителем и глухим зеркалом образуют эффективное выходное зеркало с изменяемым коэффициентом отражения. При этом изменение коэффициента отражения достигается путем вращения волновой пластины. В зависимости от угла поворота этой пластины изменяется соотношение между излучением, попадающим на фотоприемник, и излучением с  $\sigma_-$  поляризацией, которое направляется обратно в газовую ячейку. Все оптические элементы имели просветляющее покрытие и при положении волновой пластины, соответствующего минимальному коэффициенту отражения эффективного выходного зеркала, на фотоприемник попадало не менее 98% от прошедшего сквозь ячейку света с  $\sigma_+$  поляризацией. В экспериментах использовалась рамсеевская последовательность с длительностью импульсов 600 мкс и временем свободной эволюции 400 мкс.

Поскольку амплитуда сигнала ошибки периодическим образом зависит от расстояния между глухим зеркалом и ячейкой, то на первом этапе была проведена оптимизация положения ячейки относительно этого зеркала для выполнения условия (2). На рисунке 7 показаны два сигнала ошибки при разных положениях ячейки, в которых достигается максимальная и минимальная амплитуды КПП резонанса.

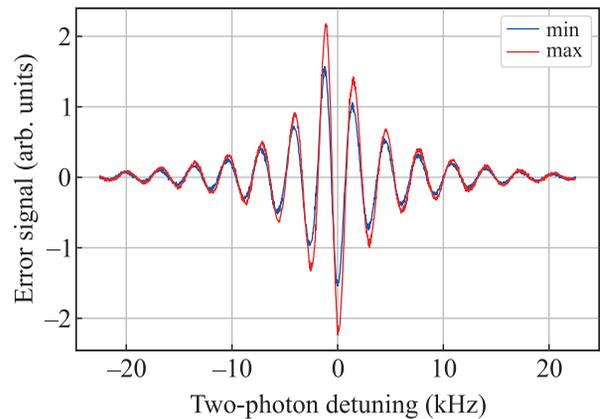


Рис. 7. (Цветной онлайн) Рамсеевские структуры в сигнале ошибки при разных положениях глухого зеркала относительно ячейки: синяя кривая соответствует случаю деструктивной интерференции двух-фотонных переходов для  $\sigma_+$  и  $\sigma_-$  встречных волн, а красная кривая соответствует случаю конструктивной интерференции, когда выполняется условие (2)

Как видно, различие в амплитудах составляет около 30% и обусловлено конструктивным и деструктивным типом интерференции двух-фотонных переходов для падающей и встречной волн [25].

Далее, при оптимальном положении глухого зеркала была измерена зависимость кратковременной стабильности частоты от коэффициента отражения эффективного выходного зеркала при разных значениях мощности излучения. Из рисунка 8 видно, что эти зависимости имеют одинаковый характер: при увеличении коэффициента отражения до 30–40% стабильность улучшается, а затем начинает ухудшаться, т.е. имеется оптимальное значение для коэффициента отражения зеркала  $\alpha_{\text{opt}}$ . В частности, при мощности излучения 50 мкВт удалось добиться улуч-

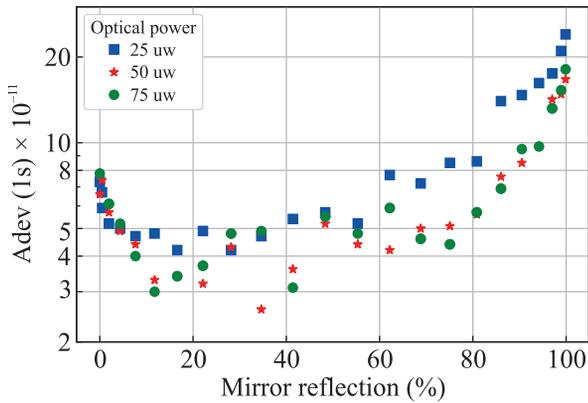


Рис. 8. (Цветной онлайн) Зависимость кратковременной стабильности от коэффициента отражения эффективного выходного зеркала при разных уровнях мощности излучения. Нулевое значение коэффициента отражения соответствует отсутствию отраженной волны

пения стабильности за 1 с с  $7.6 \times 10^{-11}$  до  $2.6 \times 10^{-11}$  (в 3 раза). Данные результаты имеют хорошее качественное согласие с приведенными выше теоретическими выводами.

**4. Заключение.** Для миниатюрных газовых ячеек нами исследована рамсеевская спектроскопия КПН резонансов, возбуждаемых лазерным полем с  $\sigma_+ - \sigma_-$  конфигурацией, которая образована двумя встречными бегущими волнами с противоположными круговыми поляризациями. В нашей схеме встречная волна формируется с помощью зеркала с частичным пропусканием, в то время как регистрируется спектроскопический сигнал в прошедшей волне. Теоретически и экспериментально показано, что существует оптимальный коэффициент отражения выходного зеркала, которому соответствует наилучшая кратковременная стабильность. При этом в нашей установке достигнуто улучшение кратковременной стабильности в 3 раза по отношению к стандартной схеме без встречной волны: с  $7.6 \times 10^{-11}$  до  $2.6 \times 10^{-11}$  за 1 с. Представленные результаты могут быть обобщены на  $D_1$  линию атомов других щелочных металлов (например,  $^{85}\text{Rb}$ ,  $^{133}\text{Cs}$ ).

**Финансирование работы.** Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант # 22-72-10096). В. И. Юдин и С. М. Кобцев поддержаны Министерством науки и высшего образования Российской Федерации (грант # FSUS-2020-0036).

**Конфликт интересов.** Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. L. Maleki and J. Prestage, *Metrologia* **42**, S145 (2005).
2. M. S. Grewal, L. R. Weill, and A. P. Andrews, *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*, Wiley-Interscience, Hoboken, NJ (2007).
3. J. D. Prestage and G. L. Weaver, *Proc. IEEE* **95**, 2235 (2007).
4. A. Derevianko and M. Pospelov, *Nat. Phys.* **10**, 933 (2014).
5. Y. Bock and D. Melgar, *Rep. Prog. Phys.* **79**, 106801 (2016).
6. C. Lisdat, G. Grosche, N. Quintin et al. (Collaboration), *Nat. Commun.* **7**, 12443 (2016).
7. M. Kajita, *Measuring Time: Frequency measurements and related developments in physics*, IOP Publishing, Bristol, UK (2018).
8. T. E. Mehlstäubler, G. Grosche, Chr. Lisdat, P. O. Schmidt, and H. Denker, *Rep. Prog. Phys.* **81**, 064401 (2018).
9. T. N. Bandi, *BEMS Reports* **9**, 1 (2023).
10. J. Vanier, *Appl. Phys. B* **81**, 421 (2005).
11. V. Shah and J. Kitching, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **59**, 21 (2010).
12. S. Knappe, P. D. D. Schwindt, V. Shah, L. Hollberg, J. Kitching, L. Liew, and J. Moreland, *Opt. Express* **13**, 1249 (2005).
13. Z. Wang, *Chin. Phys. B* **23**, 030601 (2014).
14. J. Kitching, *Appl. Phys. Rev.* **5**, 031302 (2018).
15. T. Zanon, S. Guerandel, E. de Clercq, D. Holleville, N. Dimarcq, and A. Clairon, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 193002 (2005).
16. C. M. Rivera-Aguilar, M. Callejo, A. Mursa, C. Carlé, R. Vicarini, M. Abdel Hafiz, J.-M. Friedt, N. Passilly, and R. Boudot, *Appl. Phys. Lett.* **124**, 114102 (2024).
17. Г. В. Волошин, К. А. Баранцев, А. Н. Литвинов, *ЖЭТФ* **165**, 230 (2024).
18. Д. С. Чучелов, М. И. Васильковская, Е. А. Цыганков, С. А. Зибров, К. М. Сабакарь, В. В. Васильев, В. Л. Величанский, *Письма в ЖЭТФ* **119**, 16 (2024).
19. V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, M. Yu. Basalaev, T. Zanon-Willette, J. W. Pollock, M. Shuker, E. A. Donley, and J. Kitching, *Phys. Rev. Appl.* **9**, 054034 (2018).
20. V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, M. Yu. Basalaev, T. E. Mehlstäubler, R. Boudot, T. Zanon-Willette, J. W. Pollock, M. Shuker, E. A. Donley, and J. Kitching, *New J. Phys.* **20**, 123016 (2018).
21. M. Abdel Hafiz, G. Coget, M. Petersen, C. Rocher, S. Guerandel, T. Zanon-Willette, E. de Clercq, and R. Boudot, *Phys. Rev. Appl.* **9**, 064002 (2018).
22. M. Shuker, J. W. Pollock, R. Boudot, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, J. Kitching, and E. A. Donley, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 113601 (2019).
23. M. Shuker, J. W. Pollock, R. Boudot, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, J. Kitching, and E. A. Donley, *Appl. Phys. Lett.* **114**, 141106 (2019).

24. M. Yu. Basalaev, V. I. Yudin, D. V. Kovalenko, T. Zanon-Willette, and A. V. Taichenachev, *Phys. Rev. A* **102**, 013511 (2020).
25. А. В. Тайченачев, В. И. Юдин, В. Л. Величанский, С. В. Каргапольцев, Р. Винандс, Дж. Китчинг, Л. Холлберг, *Письма в ЖЭТФ* **80**, 265 (2004).
26. S. V. Kargapoltsev, J. Kitching, L. Hollberg, A. V. Taichenachev, V. L. Velichansky, and V. I. Yudin, *Laser Phys. Lett.* **1**, 495 (2004).
27. X. Liu, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, J. Kitching, and E. A. Donley, *Appl. Phys. Lett.* **111**, 224102 (2017).