Письма в ЖЭТФ, том 120, вып. 7, с. 505 – 510 © 2024 г. 10 октября

О эквивалентности фазовых и поляризационных преобразований в квантовой оптике

С. Н. Молотков[+1)], *И. С. Сущев*[*×]

[+]*Институт физики твердого тела им. Ю. А. Осипьяна РАН, 142432 Черноголовка, Россия*

[*]*ООО "СФБ Лаб", 127273 Москва, Россия*

[×]*Центр квантовых технологий и физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 29 августа 2024 г.
После переработки 29 августа 2024 г.
Принята к публикации 4 сентября 2024 г.

Приведен простой вывод соотношений, доказывающий эквивалентность при измерении корреляционных функций поля для поляризационных и фазовых преобразований состояний излучения в квантовой оптике.

DOI: 10.31857/S0370274X24100042, EDN: ELAYLF

Введение. В квантовой оптике и квантовой информатике часто возникает задача "экспериментального вычисления" корреляционных функций состояния поляризации оптического излучения. Часто гораздо проще и удобнее работать не с преобразованием состояний поляризации в оптических схемах "free space", а с волоконной оптикой и фазовыми преобразованиями, что объясняется бо́льшим удобством работы и стабильностью волоконных схем. По этой причине возникает задача установления соответствия между измеряемыми величинами для поляризационных состояний и наблюдаемых, в том числе корреляторов, для фазовых состояний.

Подобное соответствие также используется в задачах квантовой криптографии, например, протокол RFI – Reference Frame Independent [1–3] реализуется как для систем, работающих в открытом пространстве, где он изначально и был предложен, так и для волоконных систем [4,5].

Поскольку в экспериментах соответствие между фазовыми и поляризационными преобразованиями часто используется на интуитивном уровне, что приводит к вопросам о законности такой замены, то для надежности требуется установить доказуемое соответствие между поляризационными и фазовыми преобразованиями.

Поскольку такие вопросы периодически возникают, то этот факт побудил получить простой вывод такого соответствия, что, на наш взгляд, будет полезным.

Ниже будет приведен вывод, доказывающий эквивалентность корреляционных функций для фазовых и поляризационных состояний излучения.

Корреляционные функции для поляризационных состояний и их инварианты. Любой эксперимент с состояниями поляризации в квантовой оптике состоит из нескольких стадий: 1) *приготовление состояний поляризации в некоторой системе координат/базисе*; 2) преобразование состояний и их распространение на измерительное устройство; 3) *измерение состояний поляризации в согласованной с системой координат при приготовлении в системе координат/базисе измерительного устройства (рис. 1).*

Введем обозначения. Пусть $|0_Z\rangle$, $|1_Z\rangle$ – состояния с левой и правой циркулярной поляризацией по оси z в системе координат приготовления состояний (рис. 1). Состояния для двух ортогональных поляризаций вдоль осей x и y будем обозначать как $|\pm\rangle$. Ортогональные состояния для двух диагональных направлений поляризаций в базисе, повернутом на 45° градусов по отношению к осям x и y, обозначим, соответственно, как и $|\pm d\rangle$. Имея в виду приложения к квантовой оптике, более привычно выбрать в качестве базисных состояний состояния с горизонтальной и вертикальной поляризацией, которые обозначим соответсвенно как

$$|+\rangle \to |h\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |-\rangle \to |v\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Состояния в повернутом диагональном базисе на угол 45° в базисе xyz (рис. 1) выражаются через базисные состояния следующим образом

1)e-mail: sergei.molotkov@gmail.com

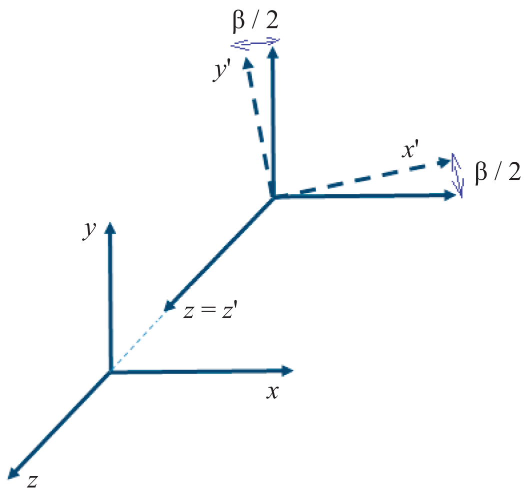

Рис. 1. (Цветной онлайн) Поворот системы координат при поляризационных измерениях. Ось z является общей – направлена *точно* между аппаратурой приготовления и измерения состояний поляризации, что имеет место в экспериментах, в противном случае состояния не попадают в измерительную аппаратуру

$$|\pm d\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|+\rangle \pm |-\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

и состояния с циркулярной поляризацией $|0_Z\rangle$ и $|1_Z\rangle$

$$\begin{gathered} |0_Z\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|+\rangle + i|-\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \\ |1_Z\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(i|+\rangle + |-\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}. \end{gathered} \tag{2}$$

Данные состояния являются собственными векторами оператора σ_Z, который в базисе собственных векторов имеет вид

$$\sigma_Z = |0_Z\rangle\langle 0_Z| - |1_Z\rangle\langle 1_Z|, \tag{3}$$

$$\sigma_X = |+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -|, \tag{4}$$

$$\sigma_Y = |+d\rangle\langle +d| - |-d\rangle\langle -d|, \tag{5}$$

с собственными значениями ± 1.

Обратим внимание на то, что при выбранном базисе $|0\rangle = |+\rangle$ и $|1\rangle = |-\rangle$ из собственных векторов оператора σ_X *представление операторов* σ_Y и σ_Z отличается от *представления операторов* в базисе собственных векторов оператора σ_Z. Например, матричное представление операторов σ_X, σ_Y имеет вид[2)]

$$\sigma_X = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1| = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

[2)] Отметим, что в [5] в качестве базисных векторов были выбраны другие собственные векторы.

$$\sigma_Y = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0| = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Результаты не зависят от выбора базисных векторов и представления операторов.

Пусть неточность ориентации системы координат при измерении состояний и системы координат при приготовлении состояний поляризации есть $\beta/2$, имеем для координат x и y

$$\begin{gathered} x' = c_{\beta/2}x + s_{\beta/2}y, \quad y' = -s_{\beta/2}x + c_{\beta/2}y, \\ c_{\beta/2} = \cos(\beta/2), \quad s_{\beta/2} = \sin(\beta/2). \end{gathered} \tag{6}$$

Соответствующие преобразования состояний имеют вид

$$\begin{gathered} |+'\rangle = c_{\beta/2}|+\rangle + s_{\beta/2}|-\rangle = \begin{pmatrix} c_{\beta/2} \\ s_{\beta/2} \end{pmatrix}, \\ |-'\rangle = -s_{\beta/2}|+\rangle + c_{\beta/2}|-\rangle = \begin{pmatrix} -s_{\beta/2} \\ c_{\beta/2} \end{pmatrix}. \end{gathered} \tag{7}$$

Преобразования состояний $|+'d\rangle$ и $|-'d\rangle$ получаются из соотношений (6), (7) по линейности.

Связь операторов в системе координат приготовления и регистрации состояний σ_{X_β} и σ_{Y_β} имеет вид

$$\begin{gathered} \sigma_{X_\beta} = \begin{pmatrix} c_\beta & s_\beta \\ s_\beta & -c_\beta \end{pmatrix} = c_\beta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \\ + s_\beta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = c_\beta\sigma_X + s_\beta\sigma_Y, \\ \sigma_{Y_\beta} = \begin{pmatrix} -s_\beta & c_\beta \\ c_\beta & s_\beta \end{pmatrix} = -s_\beta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \\ + c_\beta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = -s_\beta\sigma_X + c_\beta\sigma_Y. \end{gathered} \tag{8}$$

Оператор σ_Z остается неизменным в обеих системах отсчета, в базисе горизонтальной и вертикальной поляризаций имеем

$$\sigma_{Z_\beta} = \sigma_Z = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$

Определим коррелятор состояний поляризации, который не зависит от рассогласования систем координат при приготовлении и измерении состояний поляризации. Обозначим среднее по любому запутанному состоянию $|\Psi\rangle_{ij_\beta}$ как $\langle\sigma_i\sigma_{j_\beta}\rangle$. Прямым вычислением, учитывая (3)–(6), (8), находим вид *инвариантного оператора коррелятора для состояний поляризации*

$$\begin{gathered} \langle\sigma_X\sigma_{X_\beta}\rangle^2 + \langle\sigma_X\sigma_{Y_\beta}\rangle^2 + \langle\sigma_Y\sigma_{X_\beta}\rangle^2 + \langle\sigma_Y\sigma_{Y_\beta}\rangle^2 = \\ = \langle\sigma_X\sigma_X\rangle^2 + \langle\sigma_X\sigma_Y\rangle^2 + \langle\sigma_Y\sigma_X\rangle^2 + \langle\sigma_Y\sigma_Y\rangle^2. \end{gathered} \tag{9}$$

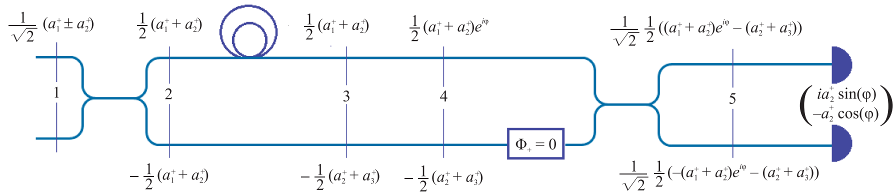

Рис. 2. (Цветной онлайн) Стадии преобразования состояний на интерферометре Маха–Цандера

Таким образом, сумма квадратов операторов корреляторов в базисах $+$ и $\times$ не зависит от угла β рассогласования систем координат при приготовлении и измерении состояний поляризации.

Отметим, что измерения коррелятора поляризаций между передающей и приемной стороной в прямом базисе $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ и повернутом на $\pi/4$ диагональном базисе $\{|+d\rangle, |-d\rangle\}$ означают, что оптические элементы передающей и приемной стороны "поворачивают системы координат" в этом базисе по отношению к системе координат в прямом базисе.

Забегая вперед, скажем, что аналогичный "поворот системы координат" при фазовом кодировании осуществляется фазовыми модулятором в интерферометре (см. следующий раздел).

Фазовые преобразования состояний и корреляционные функции. Установим соответствие между преобразованием поляризации и преобразованием фазы квантовых состояний. Фазовые преобразования реализуются при помощи интерферометра Маха–Цандера (МЦ) с разной оптической длиной плеч – верхнего и нижнего оптических путей (рис. 2).

Ниже приведем подробный вывод преобразования состояний при прохождении через интерфереррометр, который неточно сбалансирован. Удобнее, как это обычно делается в квантовой оптике, *преобразовывать не состояния, а операторы.*

Фазовые преобразования в базисе $+$. Измерения корреляторов в базисе $+$ при фазовых преобразованиях реализуются "поворотом системы координат" при помощи фазового модулятора в одном из плеч интерферометра МЦ (рис. 2). Если выбран базис $+$, то фазовый модулятор не накладывает относительную фазу для состояний, прошедших по верхнему и нижнему путям интерферометра МЦ, $\Phi_+ = 0$ (рис. 2).

При идеальной балансировке интерферометра состояние, порождаемое операторами $\frac{1}{\sqrt{2}}(a_1^+ + a_2^+)_1$, будет регистрироваться нижним детектором, а состояние, порождаемое операторами $\frac{1}{\sqrt{2}}(a_1^+ - a_2^+)_1$ будет регистрироваться верхним детектором (рис. 2).

Входные однофотонные состояния в базисе $+$ для 0 и 1 состоят из двух импульсов сдвинутых относительно друг друга по времени. Состояние порождается оператором (рис. 2)

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(a_1^+ \pm a_2^+)_1,$$

знак $+$ отвечает 0, а знак $-$ соответствует 1.

Преобразованием однофотонных состояний при прохождении первого симметричного 50/50 светоделителя имеют вид (рис. 2)

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} a_1^+ + a_2^+ \\ 0 \end{pmatrix}_1 = \\ = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} a_1^+ + a_2^+ \\ -(a_1^+ + a_2^+) \end{pmatrix}_2. \quad (10)$$

Задержка в интерферометре приводит к сдвигу состояний, распространяющихся по верхнему плечу интерферометра на расстояние, равное расстоянию между 1 и 2 импульсом. Формально, данному сдвигу отвечает следующее преобразование операторов рождения (рис. 2, временное окно 3),

$$U_{delay}\frac{1}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix} a_1^+ + a_2^+ \\ -(a_1^+ + a_2^+) \end{pmatrix}_2 = \\ = \frac{1}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix} a_1^+ + a_2^+ \\ -(a_2^+ + a_3^+) \end{pmatrix}_3. \quad (11)$$

Если интерферометр идеально сбалансирован – состояния в верхнем плече интерферометра сдвигаются идеально точно на расстояние, равное исходному расстоянию на входе интерферометра, то имеет место преобразование (11). Если разность хода по верхнему и нижнему плечу не строго отвечает расстоянию между исходными состояниями на входе, то такая неточность балансировки приводит к "навешиванию" дополнительной относительной фазы φ между состояниями в верхнем и нижнем плече интерферометра. В базисе $+$ – фаза $\varphi = 0$ "не навешивается" для состояний $a_1^+ + a_2^+$, но за счет неидеальной балансированности возникает фаза $\varphi \neq 0$ при прохождении верхнего плеча МЦ (рис. 2, временное окно 4)

$$U_\varphi = \begin{pmatrix} e^{i\varphi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_3 \tag{12}$$

$$\begin{pmatrix} e^{i\varphi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} (a_1^+ + a_2^+) \\ -(a_2^+ + a_3^+) \end{pmatrix}_3 = \\ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} (a_1^+ + a_2^+)e^{i\varphi} \\ -(a_2^+ + a_3^+) \end{pmatrix}_4 .$$

Преобразования на втором выходном светоделителе 50/50 в МЦ приводят к следующим преобразованиям операторов (рис. 2, времённое окно 5),

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} (a_1^+ + a_2^+)e^{i\varphi} \\ -(a_2^+ + a_3^+) \end{pmatrix}_4 = \\ = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (a_1^+ + a_2^+)e^{i\varphi} - (a_2^+ + a_3^+) \\ -(a_2^+ + a_3^+)e^{i\varphi} - (a_2^+ + a_3^+) \end{pmatrix}_5 . \tag{13}$$

Регистрация состояний на верхнем и нижнем детекторах производится во временном окне 2, которому отвечают операторы рождения с индексом 2, опуская операторы во временных окнах 1 и 3 – опуская операторы с индексами 1 и 3, получаем

$$\begin{pmatrix} a_2^+(e^{i\varphi} - 1) \\ -a_2^+(e^{i\varphi} + 1) \end{pmatrix}_5 \to \begin{pmatrix} ia_2^+ \sin(\varphi) \\ -a_2^+ \cos(\varphi) \end{pmatrix}_5 \to \\ \to \begin{pmatrix} i\sin(\varphi/2)|-\rangle_u \\ -\cos(\varphi/2)|+\rangle_d \end{pmatrix}_5 , \tag{14}$$

где индексы u и d в (14) отвечают состояниям перед верхним и нижним детекторами.

Таким образом, на выходах интерферометра МЦ в центральном временном окне 2 будет состояние

$$\begin{pmatrix} -\cos(\varphi/2)|-\rangle_u \\ i\sin(\varphi/2)|+\rangle_d \end{pmatrix}_5 . \tag{15}$$

Важно отметить, что (15) – это общее однофотонное состояние на обоих выходах. Имеется соответствие между состояними $|-\rangle_u$, $|+\rangle_d$ и состояниями поляризации $|+\rangle$ и $|-\rangle$ (см. формулы (7)) на регистрирующей стороне. Неидеальность балансировки интерферометра дается углом φ, что соответствует неточности ориентации системы координат для поляризации, что дается углом разворота β.

Детектирование однофотонного состояния (15) верхним детектором происходит с вероятностью $(\cos(\varphi/2))^2$, регистрация нижним детектором с вероятностью $(\sin(\varphi/2))^2$. Естественно, суммарная вероятность равна единице.

При идеальной балансировке интерферометра – разность хода по верхнему и нижнему пути точно равна расстоянию между двумя импульсами, $\varphi = 0$, в полной аналогии для регистрации состояний поляризации при точной ориентации системы координат на регистрирующей стороне по отношению к стороне приготовления состояний (см. предыдущий раздел).

Финальные преобразования можно представить в виде

$$\begin{aligned} |+'\rangle &= -\cos(\varphi/2)|+\rangle_d + i\sin(\varphi/2)|-\rangle_u \\ |-'\rangle &= \ i\sin(\varphi/2)|+\rangle_d - \cos(\varphi/2)|-\rangle_u \end{aligned} , \tag{16}$$

т.е. имеется соответствие с преобразованием состояний поляризации при повороте системы координат.

Заметим, что более аккуратно общее однофотонное состояние (16) перед верхним и нижним детекторами записывается как

$$\begin{aligned} |+'\rangle &= -\cos(\varphi/2)|+\rangle_d \otimes |\text{vac}\rangle_u + i\sin(\varphi/2)|\text{vac}\rangle_d \otimes |-\rangle_u, \\ |-'\rangle &= i\sin(\varphi/2)|+\rangle_d \otimes |\text{vac}\rangle_u - \cos(\varphi/2)|\text{vac}\rangle_d \otimes |-\rangle_u, \end{aligned}$$

где $|\text{vac}\rangle_{u,d}$ – вакуумные состояния поля на верхнем и нижним плече перед детекторами. Для экономии обозначений будем использовать выражение (16).

Фазовые преобразования в базисе $\times$. Входные состояния для 0 и 1 состоят из двух импульсов (сечение 1 рис. 2)

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(a_1^+ \pm ia_2^+).$$

Далее рассматриваем преобразования состояний для состояний $\frac{1}{\sqrt{2}}(a_1^+ + ia_2^+)$, для состояний $\frac{1}{\sqrt{2}}(a_1^+ - ia_2^+)$ рассмотрение полностью аналогично. Состояния после прохождения первого светоделителя (сечение 2 рис. 2) имеют вид

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} a_1^+ + ia_2^+ \\ 0 \end{pmatrix}_1 = \\ = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a_1^+ + ia_2^+ \\ -(a_1^+ + ia_2^+) \end{pmatrix}_2 .$$

Задержка в интерферометре (сечение 3 рис. 2) дает состояния

$$U_{\text{delay}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} a_1^+ + ia_2^+ \\ -(a_1^+ + ia_2^+) \end{pmatrix}_2 =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} a_1^+ + ia_2^+ \\ -(a_2^+ + ia_3^+) \end{pmatrix}_3 .$$

В базисе $\times$ на интерферометре присутствует фаза $\Phi_\times = \pi/4$, $e^{i\Phi_\times} = i$, что приводит к появлению относительной фазы для состояний в верхнем и нижнем плече интерферометра МЦ в нижнем плече интерферометра МЦ, что приводит к преобразованию (сечение 4 рис. 2)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} a_1^+ + ia_2^+ \\ -(a_2^+ + ia_3^+) \end{pmatrix}_3 =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} a_1^+ + ia_2^+ \\ -i(a_2^+ + ia_3^+) \end{pmatrix}_4 .$$

Далее оставляем слагаемые только в центральном временно́м окне 2. Неидеальность интерферометра приводит к появлению "навешивания" дополнительной фазы φ, получаем

$$\begin{pmatrix} e^{i\varphi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} ia_2^+ \\ -ia_2^+ \end{pmatrix}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} ia_2^+ e^{i\varphi} \\ -ia_2^+ \end{pmatrix}_4 .$$

Преобразование на втором выходном светоделителе (сечение 5 рис. 2) имеет вид

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} ia_2^+ e^{i\varphi} \\ -ia_2^+ \end{pmatrix}_4 =$$

$$= i\frac{1}{2} \begin{pmatrix} a_2^+ (e^{i\varphi} - 1) \\ -a_2^+ (e^{i\varphi} + 1) \end{pmatrix}_5 \rightarrow,$$

опуская общую фазу i, получаем

$$\rightarrow \begin{pmatrix} ia_2^+ \sin(\varphi/2) \\ -a_2^+ \cos(\varphi/2) \end{pmatrix}_5 \rightarrow \begin{pmatrix} i\sin(\varphi/2)|-d\rangle_u \\ -\cos(\varphi/2)|+d\rangle_d \end{pmatrix}_5 .$$

Аналогичные преобразования состояния $a_1^+ - ia_2^+$ дают

$$\begin{pmatrix} -\cos(\varphi/2)|-d\rangle_u \\ i\sin(\varphi/2)|+d\rangle_d \end{pmatrix}_5 .$$

Здесь введены обозначения $|+d\rangle_d$ и $|-d\rangle_u$ состояния перед верхним и нижним детекторами в диагональном базисе $\times$ (d).

Финальные преобразования состояний в диагональном базисе $\times$ (d) имеют вид

$$|+' d\rangle = -\cos(\varphi/2)|+d\rangle_d + i\sin(\varphi/2)|-d\rangle_u$$

$$|-' d\rangle = \ i\sin(\varphi/2)|+d\rangle_d - \cos(\varphi/2)|-d\rangle_u,$$

здесь $|+' d\rangle$ и $|-' d\rangle$ состояния, которые регистрируются нижним (d-down) и верхним (u-up) детекторами (рис. 2) в диагональном базисе. При идеальной балансировке интерферометра неточность "ориентации относительной системы координат передающей и принимающей сторон" отсутствует, $\varphi = 0$. При неточной балансировке – неточной ориентации системы координат, $\varphi \neq 0$, поэтому вместо состояний $|+d\rangle_d$, $|-d\rangle_u$ регистрируются состояния $|+'d\rangle$, $|-'d\rangle$.

Таким образом, имеется полное соответствие между состояниями при преобразованиях поляризации и фазовых преобразованиях (см. (7) и (16)).

Преобразование корреляторов при фазовых преобразованиях. Выше были получены преобразования состояний на неидеально настроенном интерферометре МЦ. Ниже получим преобразование операторов.

Обозначим соответствие состояний при поляризационных и фазовых преобразованиях как

$$c_\beta \leftrightarrow \cos(\varphi), \quad s_\beta \leftrightarrow \sin(\varphi). \tag{17}$$

С учетом введенных обозначений для соответствия состояний и поворота системы координат (17), для корреляторов состояний в "повернутой системе координат" из-за неточной ориентации, получаем

$$\sigma_{X_\beta} = \cos(\varphi)\sigma_X + i\sin(\varphi)\sigma_Y . \tag{18}$$

Для корелятора σ_{Y_β} в "повернутой системе координат" из-за неточной балансировки интерферометра МЦ находим

$$\sigma_{Y_\beta} = -i\sin(\varphi)\sigma_X + \cos(\varphi)\sigma_Y , \tag{19}$$

что соответствует закону преобразования операторов для поляризационных состояний.

Заключение. Таким образом, показано, что существует соответствие между преобразованиями поляризации и фазовыми преобразованиями. Показано также, что существует инвариант – корреляторы состояний поля, которые не зависят от точности балансировки интерферометра, что позволяет использовать волоконную реализацию экспериментов и тем самым добиться большего удобства и устойчивости оптических схем.

Выше были приведены фазовые преобразования для однофотонных состояний на языке преобразования операторов. Отметим, что выводы по соответствию поляризационных и фазовых преобразований остаются справедливым и для когерентных состояний.

С. Н. Молотков выражает благодарность И. М. Арбекову, В. Л. Елисееву, С. П. Кулику, А. В. Уривскому за интерес к работе, обсуждения и замечания, коллегам по Академии криптографии Российской Федерации и сотрудникам ИнфоТекс и СФБ Лаборатории, которые фактически инициировали данную работу для поддержки экспериментальных исследований.

Финансирование работы. Работа выполнена при поддержке открытого акционерного общества "Российские железные дороги".

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. Laing, V. Scarani, J. G. Rarity, and J. L. OB́rien, Phys. Rev. A **82**, 012304 (2010); arXiv/quant-ph:1003.1050.
2. J. Wabnig, D. Bitauld, H. W. Li, A. Laing, J. L. OB́rien, and A. O. Niskanen, New J. Phys. **15**, 073001 (2013).
3. H. Chen, J. Wang, B. Tang, Zh. Li, B. Liu, and Sh. Sun, Opt. Lett. **45**, 3022 (2020).
4. P. Zhang, K. Aungskunsiri, E. Martín-López, J. Wabnig, M. Lobino, R. W. Nock, J. Munns, D. Bonneau, P. Jiang, H. W. Li, A. Laing, J. G. Rarity, A. O. Niskanen, M. G. Thompson, and J. L. OB́rien, arXiv/quant-ph:1308.3436.
5. С. Н. Молотков, А. А. Щербаченко, Письма в ЖЭТФ **119**, 390 (2024).