Письма в ЖЭТФ, том 120, вып. 7, с. 516 – 520

Фотовольтаический эффект Холла в двумерных флуктуирующих сверхпроводниках

М. В. Боев, *В. М. Ковалев*[1)]

Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный технический университет, 630073 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 9 августа 2024 г.
После переработки 28 августа 2024 г.
Принята к публикации 1 сентября 2024 г.

В работе обсуждается возможность существования фотовольтаического эффекта Холла – поперечного отклика двумерной системы со встроенным в плоскости системы постоянным тянущим электрическим полем – на внешнее циркулярно-поляризованное излучение вблизи точки фазового перехода системы в сверхпроводящее состояние со стороны нормальной фазы, $T > T_c$. Показано, что фотовольтаический эффект Холла может быть обусловлен сверхпроводящими флуктуациями в режиме, когда вклад в эффект нормальных электронов отсутствует.

DOI: 10.31857/S0370274X24100067, EDN: EZVBQA

1. Введение. Изучение стационарных токов носителей заряда в современных двумерных системах, индуцированных внешним высокочастотным полем, является активным направлением исследований в настоящее время [1]. В зависимости от симметрии двумерной системы, могут наблюдаться фотогальванические и фотовольтаические эффекты [2–13], эффекты фотонного увлечения носителей [14–16] и ряд других. В основе микроскопического описания таких явлений лежат симметрийные свойства: отсутствие пространственной инверсии кристаллической решетки или самой структуры приводит к особенностям электрон-фотонного, электрон-фононного и электрон-электронного взаимодействий в самых различных системах [1–20]. Следует отметить, что указанные фотоиндуцированные транспортные эффекты изучаются как в полупроводниковых [2–16], так и в сверхпроводящих системах [21–26]. В случае изотропных (в плоскости) двумерных систем, указанные эффекты могут иметь место если пространственная инверсия нарушена встроенным стационарным тянущим электрическим полем $\mathbf{F}$, лежащим в плоскости двумерной системы. Среди большого разнообразия фотоиндуцированных транспортных эффектов особый интерес вызывает фотовольтаический эффект Холла (ФЭХ), заключающийся в появлении в поперечном к $\mathbf{F}$ направлении фотоиндуцированного тока. В случае внешнего циркулярно-поляризованного излучения, падающего по нормали к плоскости двумерной системы, плотность стационарного тока ФЭХ может быть записана в виде (рис. 1)

$$\mathbf{j} = i\gamma[\mathbf{F} \times [\mathbf{E} \times \mathbf{E}^*]], \tag{1}$$

где $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}\exp(-i\omega t) + \mathbf{E}^*\exp(i\omega t)$ – электрическое поле внешнего циркулярно-поляризованного излучения в плоскости двумерной системы, γ – частотно-зависящий коэффициент, величина которого опрделяется конкретным микроскопическим механизмом эффекта. В случае сверхпроводящих систем, аналогом встроенного поля $\mathbf{F}$ является встроенный в системе сверхток. Теория ФЭХ недавно была разработана применительно к полупроводниковым двумерным системам с линейным и квадратичным спектром носителей заряда [27]. Одним из ключевых выводов разработанной теории является факт отсутствия циркулярного ФЭХ в случае, когда время релаксации импульса частицы не зависит от энергии частицы. Такая ситуация возникает для двумерных систем

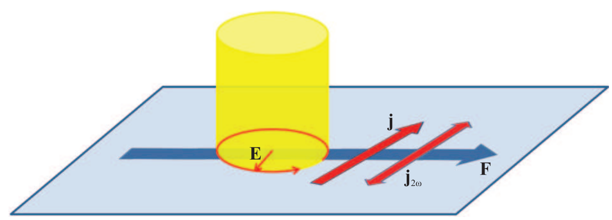

Рис. 1. (Цветной онлайн) Стационарный ($\mathbf{j}$) и переменный ($\mathbf{j}_{2\omega}$) фотовольтаический эффект Холла как отклик на циркулярное-поляризованное внешнее излучение

[1)]e-mail: vadimkovalev@isp.nsc.ru

с параболическим спектром носителей заряда: время релаксации импульса, описывающее процессы рассеяния носителей на короткодействующих примесных центрах, не зависит от их энергии (в случае линейной дисперсии двумерных носителей заряда, время релаксации импульса зависит от энергии даже в случае короткодействующих примесей). Применительно к сверхпроводящим системам, теория ФЭХ, описываемого выражением (1), была построена в работе [28]. Было показано, что ниже критической температуры, $T < T_c$, эффект имеет место вследствие того, что плотность состояний вблизи уровня Ферми сильно перестраивается при спаривании электронов, приводя к специфической зависимости времени релаксации импульса квазичастиц сверхпроводника от их энергии даже в случае параболической дисперсии и короткодействующих рассеивающих центров. В точке фазового перехода $T = T_c$ плотность тока ФЭХ обращается в ноль, что согласуется с теорией ФЭХ для нормальных электронов в работе [27].

Цель настоящего сообщения заключается в том, чтобы теоретически показать возможность существования циркулярного ФЭХ выше T_c для системы нормальных электронов с независящим от энергии временем релаксации импульса. Если двумерная система может испытывать фазовый переход в сверхпроводящее состояние, то ФЭХ, описываемый выражением (1), может быть обусловлен наличием флуктуирующих куперовских пар вблизи T_c при $T > T_c$, даже если вклад нормальных электронов отсутствует. Следует отметить, что, в отличие от парапроводимости, когда сверхпроводящие флуктуации дают лишь поправку к друдевской проводимости [29], в случае ФЭХ сверхпроводящие флуктуации могут давать вклад в основной эффект на фоне нулевого вклада нормальных электронов.

Еще одним родственным эффектом, представляющим интерес в современной литературе, является переменный ФЭХ (*ac* Hall effect), когда поперечный к $\mathbf{F}$ (в случае сверхпроводников – поперечный к встроенному стационарному сверхтоку) фотоиндуцированный ток осциллирует на удвоенной частоте внешнего излучения – явление, фактически представляющее собой эффект генерации второй гармоники [1, 30–32]. В настоящем сообщении будет также изучен и переменный ФЭХ, обусловленный сверхпроводящими флуктуациями.

Теоретическое описание вклада сверхпроводящих флуктуаций в транспортные свойства сверхпроводников основывается либо на использовании временных уравнений Гинзбурга–Ландау, либо на использовании методов диаграммной техники [29]. В настоящем кратком сообщении мы воспользуется иным подходом, предложенным Асламазовым и Ларкиным, и базирующемся на использовании кинетического уравнения, аналогичному уравнению Больцмана для нормальных электронов [29, 33]. Благодаря простоте такого подхода, он часто используется для описания высокочастотных откликов сверхпроводящих флуктуаций [21, 34–37].

2. Флуктуационный ФЭХ. Согласно подходу Асламазова и Ларкина, вклад флуктуаций определяется решением уравнения Больцмана для функции распределения флуктуаций

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{f - f_0}{\tau_{\mathbf{p}}} + 2e(\mathbf{F} + \mathbf{E}(t)) \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f = 0. \qquad (2)$$

Здесь $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}e^{-i\omega t} + \mathbf{E}^* e^{i\omega t}$ – вектор напряженности электромагнитной волны, падающей нормально на двумерную систему и оказывающей силовое воздействие на сверхпроводящие куперовкие пары, несущие заряд $2e$. Равновесное состояние сверхпроводящих флуктуаций описывается функцией распределение Релея–Джинса, $f_0 = T/(\varepsilon_{\mathbf{p}} + \mu)$, где $\mu = \alpha T_c \epsilon$, $\epsilon = (T - T_c)/T_c$ – приведенная температура, $\varepsilon_{\mathbf{p}} = p^2/4m$. Отметим, что здесь и далее температура в энергетических единицах и $\hbar = 1$. Параметр α уравнения Гинзбурга–Ландау выражается через длину когерентности ξ посредством соотношения $4m\alpha T_c \xi^2 = 1$, где

$$\xi^2 = \frac{v_F^2 \tau^2}{2} \left[\psi\left(\frac{1}{2}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4\pi T\tau}\right) + \frac{\psi'(1/2)}{4\pi T\tau} \right] \qquad (3)$$

и $\psi(x)$ – дигамма-функция. Эффективное время жизни куперовских пар, как и их равновесная функция распределения, выражается через кинетическую энергию центра масс куперовской пары $\varepsilon_{\mathbf{p}} + \mu$ как $\tau_{\mathbf{p}} = \pi\alpha/(16(\varepsilon_{\mathbf{p}} + \mu))$. Данное обстоятельство является ключевым для флуктуационного механизма ФЭХ, обсуждаемого в настощей работе: даже если время релаксации импульса τ нормальных электронов не зависит от их энергии, время жизни флуктуирующих куперовских пар $\tau_{\mathbf{p}}$, определяющих ток ФЭХ, зависит от кинетической энергии пары.

В выражение (3) входит фермиевская скорость нормальных электронов, v_F, и время релаксации импульса нормальных электронов на примесях $\tau = \mathrm{const}$. Для нахождения стационарного тока, ищем решение уравнения (2) итерациями по сумме полей $\mathbf{F} + \mathbf{E}(t)$. В результате, в первом порядке поправка к функции распределения содержит стационарный и переменный вклады, $f_1 = \overline{f}_1 + \tilde{f}_1(t)$, где

$$\overline{f}_1 = -(2e)\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0, \tag{4}$$
$$\tilde{f}_1(t) = -(2e)\Big[\tau_\omega e^{-i\omega t}(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0 + \tau_\omega^* e^{i\omega t}(\mathbf{E}^*\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0\Big],$$

и $\tau_\omega = \tau_{\mathbf{p}}(1 - i\omega\tau_{\mathbf{p}})^{-1}$. Во втором порядке $f_2 = = \overline{f}_2 + \tilde{f}_2 e^{-i\omega t} + \tilde{f}_2^* e^{i\omega t}$ (поправки на удвоенной частоте не дают вклад в стационарный ток)

$$\begin{aligned}\overline{f}_2 &= (2e)^2\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})[\tau_\omega^*(\mathbf{E}^*\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0] + \\ &+ (2e)^2\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{E}^*\cdot\nabla_{\mathbf{p}})[\tau_\omega(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0],\\ \tilde{f}_2 &= (2e)^2\tau_\omega(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})[\tau_\omega(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0] + \\ &+ (2e)^2\tau_\omega(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})[\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0],\\ \tilde{f}_2^* &= (2e)^2\tau_\omega^*(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})[\tau_\omega^*(\mathbf{E}^*\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0] + \\ &+ (2e)^2\tau_\omega^*(\mathbf{E}^*\cdot\nabla_{\mathbf{p}})[\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0].\end{aligned} \tag{5}$$

Полный ток, обусловленный сверхпроводящими флуктуациями, определяется стационарной поправкой третьего порядка

$$\mathbf{j} = (2e)\sum_{\mathbf{p}}\mathbf{v}_{\mathbf{p}}\overline{f}_3, \tag{6}$$
$$\overline{f}_3 = -(2e)\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\overline{f}_2$$
$$-(2e)\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\tilde{f}_2^* - (2e)\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{E}^*\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\tilde{f}_2.$$

Это выражение может быть преобразовано к виду, более удобному для дальнейших вычислений. Интегрируя один раз по частям, плотность тока может быть выражена через поправки второго порядка к функции распределения

$$\begin{aligned}\mathbf{j} = (2e)^2\sum_{\mathbf{p}}\Big[&\overline{f}_2(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}}) + \tilde{f}_2(\mathbf{E}^*\cdot\nabla_{\mathbf{p}}) + \\ &+ \tilde{f}_2^*(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\Big](\mathbf{v}_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}}).\end{aligned} \tag{7}$$

Первый член здесь не дает вклада в циркулярный ток. Подставляя во второе и третье слагаемые в (7) выражения (5) и интегрируя еще раз по частям, получаем для тока общее выражение следующего вида

$$\begin{aligned}\mathbf{j} = &-(2e)^4\sum_{\mathbf{p}}\tau_\omega\,[(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0]\,(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\tau_\omega(\mathbf{E}^*\cdot\nabla_{\mathbf{p}})(\mathbf{v}_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}})\\ &-(2e)^4\sum_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}}\,[(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0]\,(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\tau_\omega(\mathbf{E}^*\cdot\nabla_{\mathbf{p}})(\mathbf{v}_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}})\\ &-(2e)^4\sum_{\mathbf{p}}\tau_\omega^*\,[(\mathbf{E}^*\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0]\,(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\tau_\omega^*(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})(\mathbf{v}_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}})\\ &-(2e)^4\sum_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}}\,[(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0]\,(\mathbf{E}^*\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\tau_\omega^*(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})(\mathbf{v}_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}}).\end{aligned} \tag{8}$$

Выбирая направление постоянного поля вдоль оси x, $\mathbf{F} = (F_x, 0)$, можно убедиться, что в случае циркулярно-поляризованного излучения второе и четвертое слагаемые в (8) не дают вклада в выражение (1). Анализ оставшихся слагаемых в случае циркулярно- поляризованного излучения приводит к следующему выражению для плотности тока

$$\begin{aligned}j_y = -\frac{(2e)^4}{(2m)^2}\int\frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi)^2}[\tau_\omega(\tau_\omega)' - \tau_\omega^*(\tau_\omega^*)']\varepsilon_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}}f_0'\\ \times(E_xE_y^* - E_x^*E_y)F_x,\end{aligned} \tag{9}$$

где $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/4m = m\mathbf{v}_{\mathbf{p}}^2$ и штрих означает взятие производной по энергии $\varepsilon_{\mathbf{p}}$. Сравнение выражения (9) с (1) дает для коэффициента γ выражение (восстанавливаем $\hbar$ для размерности)

$$\gamma = \frac{2(2e)^4}{(2m)^2}\int\frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2}\left(\frac{\omega\tau_{\mathbf{p}}^3}{(1+\omega^2\tau_{\mathbf{p}}^2)^2}\right)'\varepsilon_{\mathbf{p}}\tau_{\mathbf{p}}f_0'. \tag{10}$$

Интеграл в этом выражения удобно переписать в безразмерном виде

$$\gamma = \frac{(2e)^4}{2\pi}\left(\frac{\pi\alpha}{16}\right)^3\left(\frac{T_c\hbar}{2m\mu^4}\right)\int\limits_0^\infty\frac{2a_\omega(1-2x)dx}{(1+x)^3[a_\omega^2+(1+x)^2]^2}, \tag{11}$$

где $a_\omega = \pi\alpha\hbar\omega/16\mu$. Теперь в (11) удобно рассмотреть предельные случаи. В области низких частот, $a_\omega \ll 1$, легко находим

$$\gamma = \frac{(2e)^4}{20\pi}\left(\frac{\pi\alpha}{16}\right)^3\left(\frac{T_c\hbar}{m\mu^4}\right)a_\omega \sim \frac{\omega}{(T-T_c)^5}, \tag{12}$$

а в области высоких частот, $a_\omega \gg 1$, получаем

$$\gamma = -\frac{(2e)^4}{2\pi}\left(\frac{\pi\alpha}{16}\right)^3\left(\frac{T_c\hbar}{m\mu^4}\right)\frac{1}{2a_\omega^3} \sim \frac{-1}{\omega(T-T_c)}. \tag{13}$$

Интеграл в (11) можно вычислить в общем случае, но финальное аналитическое выражение достаточно громоздко, поэтому соответствующее поведение $\gamma(\omega)$ удобнее предствить в виде графика, рис. 2. Отметим высокую степень сингуляности по приведенной температуре в (12) и смену знака тока с ростом частоты.

3. Флуктуационный *ac* ФЭХ. В настоящем разделе рассмотрим переменный ФЭХ, представляющий собой переменный поперечный к $\mathbf{F}$ ток на удвоенной частоте падающего циркулярно-поляризованного излучения, $\mathbf{j}(t) = \mathbf{j}^{(2\omega)}\exp(-2i\omega t) + \mathbf{j}^{(2\omega)*}\exp(2i\omega t)$. Общее феноменологическое выражение для переменного ФЭХ имеет вид

$$\mathbf{j}(t) = \{\alpha\mathbf{F}(\mathbf{E}\cdot\mathbf{E}) + \beta\mathbf{E}(\mathbf{F}\cdot\mathbf{E})\}e^{-2i\omega t} + \text{c.c.} \tag{14}$$

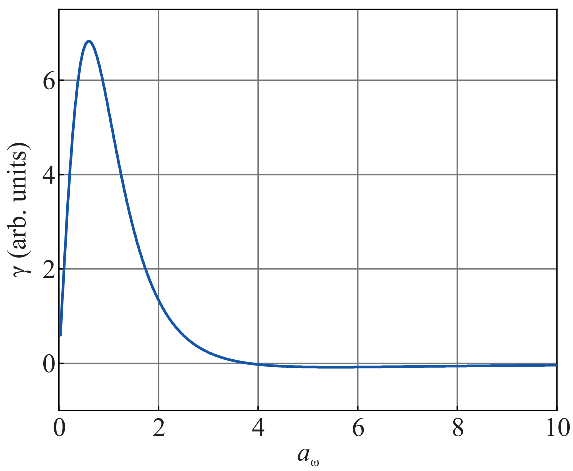

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость плотности тока ФЭХ от параметра a_ω

Для расчета эффекта генерации второй гармоники, определямого перменным током, требуются поправки второго и третьего порядка к функции распределения на удвоенной частоте внешнего излучения. Стандартным образом, изложенным в предыдущей секции, находим

$$\tilde{f}_2^{(2\omega)} = (2e)^2\tau_{2\omega}(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\tau_\omega(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0, \qquad (15)$$
$$\tilde{f}_3^{(2\omega)} = -(2e)\tau_{2\omega}(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\tilde{f}_2^{(2\omega)} - (2e)\tau_{2\omega}(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\tilde{f}_2,$$

и для амплитуды тока получаем выражение

$$\mathbf{j}^{(2\omega)} = (2e)\sum_{\mathbf{p}}\mathbf{v}_{\mathbf{p}}\tilde{f}_3^{(2\omega)} =$$
$$(2e)^2\sum_{\mathbf{p}}\left[\tilde{f}_2^{(2\omega)}(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}}) + \tilde{f}_2(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\right](\mathbf{v}\tau_{2\omega}). \qquad (16)$$

После подстановки (15) в (16) и интегрирования по частям, амплитуда тока принимает вид

$$\mathbf{j}^{(2\omega)} = -(2e)^4\sum_{\mathbf{p}}\left[\tau_{\mathbf{p}}(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0\right](\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\tau_\omega(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})(\mathbf{v}\tau_{2\omega})$$
$$-(2e)^4\sum_{\mathbf{p}}\left[\tau_\omega(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})f_0\right]\Big[(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\tau_\omega(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}}) +$$
$$+(\mathbf{E}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\tau_{2\omega}(\mathbf{F}\cdot\nabla_{\mathbf{p}})\Big](\mathbf{v}\tau_{2\omega}). \qquad (17)$$

Это выражение применимо при любой поляризации излучения. В случае циркулярно-поляризованного излучения анализ (17) приводит к следующему выражению для амплитуды холловской компоненты переменного тока

$$j_y^{(2\omega)} = -\frac{(2e)^4}{(2m)^2}E_y(\mathbf{F}\cdot\mathbf{E})\int\frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi)^2}f_0'\varepsilon_{\mathbf{p}}$$
$$\Big[(\tau_{\mathbf{p}}+\tau_\omega)[\tau_\omega\tau_{2\omega}' + (\tau_\omega\tau_{2\omega})' + \varepsilon_{\mathbf{p}}(\tau_\omega\tau_{2\omega}')'] +$$
$$+\tau_\omega[2\tau_{2\omega}\tau_{2\omega}' + \varepsilon_{\mathbf{p}}(\tau_{2\omega}\tau_{2\omega}')']\Big], \qquad (18)$$

где $\tau_{2\omega} = \tau_{\mathbf{p}}(1-2i\omega\tau_{\mathbf{p}})^{-1}$. Величина амплитуды тока (18) является комплекснозначной величиной. Сравниявая это выражение с (14) находим соотвествующий коэффициент

$$\beta = -\frac{(2e)^4}{2\pi 2m}\int_0^\infty d\varepsilon\, f_0'\Big\{\varepsilon(\tau_\varepsilon+\tau_\omega)[\tau_\omega(\varepsilon\tau_{2\omega})']'$$
$$+\frac{\tau_\omega}{2}[\varepsilon^2(\tau_{2\omega}^2)']'\Big\}. \qquad (19)$$

Зависимости величин $\mathrm{Re}\,\beta$ и $\mathrm{Im}\,\beta$ от частоты циркулярно-поляризованного излучения представлены на рис. 3.

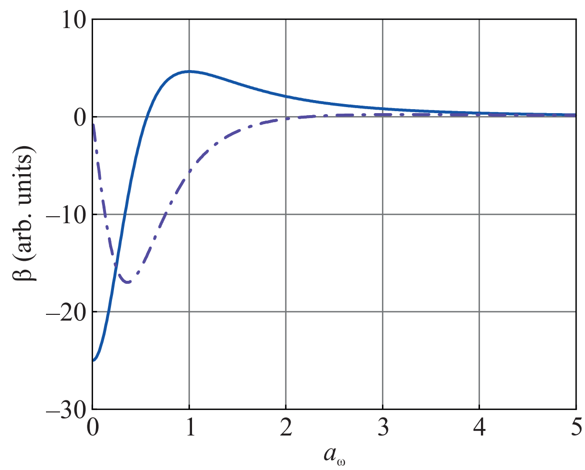

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимости $\mathrm{Re}\,\beta$ и $\mathrm{Im}\,\beta$ от частоты циркулярно-поляризованного внешнего излучения (сплошная и штрихпунктирная кривые соответственно)

Заключение. В настоящем сообщении было показано, что фотовольтаический эффект Холла, индуцированный циркулярно-поляризованным излучением, может иметь место в двумерных системах даже в режиме, когда вклад нормальных электронов осутствует. В этом случае ФЭХ может быть обсуловлен сверхпроводящими флуктуациями вблизи точки перехода двумерной системы в сверхпроводящее состояние.

Авторы благодарят О. В. Кибиса за обсуждение результатов и полезные замечания.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект # FSUN-2023-0006) и Фонда развития теоретической физики и математики "БАЗИС".

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

---

1. M. M. Glazov and S. D. Ganichev, Phys. Rep. **535**, 101 (2014).
2. V. I. Belinicher and B. I. Sturman, Sov. Phys.-Uspekhi **23**, 199 (1980).
3. E. L. Ivchenko and G. E. Pikus, *Problemy Sovremennoi Fiziki*, Nauka, Leningrad (1980).
4. S. D. Ganichev and W. Prettl, *Intense Terahertz Excitation of Semiconductors*, Oxford University Press, Oxford (2006).
5. L. E. Golub, S. A. Tarasenko, M. V. Entin, and L. I. Magarill, Phys. Rev. B **84**, 195408 (2011).
6. M. V. Entin, L. I. Magarill and V. M. Kovalev, J. Phys.: Condens. Matter **31**, 325302 (2019).
7. E. Deyo, L. E. Golub, E. L. Ivchenko, and B. Spivak, arXiv:0904.1917 (2009).
8. N. V. Leppenen and L. E. Golub, Phys. Rev. B **107**, L161403 (2023).
9. L. E. Golub and M. M. Phys. Rev. B **106**, 205205 (2022).
10. L. E. Golub, E. L. Ivchenko, and B. Spivak, Phys. Rev. B **102**, 085202 (2020).
11. M. V. Entin and V. M. Kovalev, Phys. Rev. B **104**, 075424 (2021).
12. A. V. Snegirev, V. M. Kovalev, and M. V. Entin, Phys. Rev. B **107**, 085415 (2023).
13. A. V. Snegirev, V. M. Kovalev, and M. V. Entin, Phys. Rev. B **109**, 085422 (2024).
14. J. Karch, P. Olbrich, M. Schmalzbauer et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **105**, 227402 (2010).
15. M. V. Entin, L. I. Magarill, and D. L. Shepelyansky, Phys. Rev. B **81**, 165441 (2010).
16. P. A. Obraztsov, N. Kanda, K. Konishi, M. Kuwata-Gonokami, S. V. Garnov, A. N. Obraztsov, and Y. P. Svirko, Phys. Rev. B **90**, 241416(R) (2014).
17. O. V. Kibis, Phys. Lett. A **166**, 393 (1992).
18. O. V. Kibis, JETP **88**, 527 (1999).
19. O. V. Kibis, Phys. Solid State **43**, 2336 (2001).
20. O. V. Kibis, Physica E **12**, 741 (2002).
21. V. M. Kovalev, K. Sonowal, and I. G. Savenko, Phys. Rev. B **103**, 024513 (2021).
22. A. V. Parafilo, M. V. Boev, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, Phys. Rev. B **106**, 144502 (2022).
23. S. V. Mironov, A. S. Mel'nikov, and A. I. Buzdin, Appl. Phys. Lett. **124**, 252601 (2024).
24. S. V. Mironov, A. S. Mel'nikov, and A. I. Buzdin, Phys. Rev. B **109**, L220503 (2024).
25. S. V. Mironov, A. S. Mel'nikov, and A. I. Buzdin, Phys. Rev. Lett. **132**, 096001 (2024).
26. S. V. Mironov, A. S. Mel'nikov, I. D. Tokman, V. Vadimov, B. Lounis, and A. I. Buzdin, Phys. Rev. Lett. **126**, 137002 (2021).
27. M. V. Durnev, Phys. Rev. B **104**, 085306 (2021).
28. A. V. Parafilo, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, Phys. Rev. B **108**, L180509 (2023).
29. A. I. Larkin and A. A. Varlamov, *Theory of Fluctuations in Superconductors*, Oxford University Press, Oxford (2005).
30. L. E. Golub and S. A. Tarasenko, Phys. Rev. B **90**, 201402(R) (2014).
31. M. V. Boev and V. M. Kovalev, JETP Lett. **116**, 173 (2022).
32. K. Sonowal, A. V. Parafilo, M. V. Boev, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, 2D Materials **10**, 045004 (2023).
33. L. G. Aslamazov and A. I. Larkin, in *Proceedings of the First European conference on condensed matter, European Physical Society*, Geneva, Switzerland (1971).
34. T. Mishonov and D. Damianov, Czech. J. Phys. **46**, 631 (1996).
35. D. Damianov and T. Mishonov, Superlat. Microstr. **21**, 467 (1997).
36. T. M. Mishonov, A. I. Posazhennikova, and J. O. Indekeu, Phys. Rev. B **65**, 064519 (2002).
37. T. M. Mishonov, G. V. Pachov, I. N. Genchev, L. A. Atanasova, and D. Ch. Damianov, Phys. Rev. B **68**, 054525 (2003).