Письма в ЖЭТФ, том 120, вып. 7, с. 539 – 546

Связанные состояния магнитных скирмионов высокого порядка и сверхпроводящего вихря Пирла

А. Д. Федосеев[+], М. С. Шустин[+*1)], Д. М. Дзебисашвили[+]

[+]Институт физики им. Л. В. Киренского, Федеральный исследовательский центр "Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук", 660036 Красноярск, Россия

[*]Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 6 августа 2024 г.
После переработки 6 сентября 2024 г.
Принята к публикации 6 сентября 2024 г.

Показано, что поля рассеяния сверхпроводящего вихря Пирла могут формировать связанные состояния с магнитными скирмионами высокого порядка за счет орбитальных эффектов неоднородного магнитного поля. По аналогии с недавними результатами для скирмионов с топологическим зарядом $|Q| = 1$ [E. S. Andriyakhina, S. Apostoloff, and I. S. Burmistrov, Pis'ma v ZhETF **116**, 801 (2022)], в таких связанных состояниях центры магнитных скирмионов высокого порядка могут быть смещены относительно центра сверхпроводящего вихря на некоторое расстояние. Показано, что для простейших магнитных скирмионов высокого порядка с $|Q| = 2$ действующие на магнитные скирмионы высокого порядка пандеромоторные силы всегда стремятся сформировать некоаксиальные связанные состояния.

DOI: 10.31857/S0370274X24100097, EDN: IYTNLL

1. Введение. Скирмионы представляют собой топологически нетривиальные полевые конфигурации, являющиеся решениями нелинейных дифференциальных уравнений физики. Впервые такие решения рассмотрел Т. Скирм в ядерной физике для барионного поля [1, 2]. В дальнейшем, аналогичные распределения поля намагниченности $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ были найдены в 2D магнитных системах [3, 4], для которых полагалось, что $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ осуществляет отображение $\mathbb{S}^2 \to \mathbb{S}^2$. Практический интерес к магнитным скирмионам обусловлен их так называемой топологической устойчивостью, а именно невозможностью перевести нетривиальное распределение $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ с топологическим индексом/зарядом Q в распределение, отвечающее другому значению Q, без преодоления энергетического барьера. До последнего времени в большинстве исследований рассматривались магнитные скирмионы (МС) с $Q = -1$. Однако недавно в ходе численных и физических экспериментов были обнаружены другие магнитные вихри: скирмиониумы [5], скирмионы высокого порядка [6, 7], скирмионные мешки [8–11], бискирмионы [12] и т.д. Перечисленные структуры могут нести топологический заряд $|Q| \neq 1$ за счет различных особенностей спиновых текстур. Благодаря их относительно малым размерам, топологической устойчивости и морфологическому разнообразию, такие метастабильные конфигурации рассматриваются в качестве перспективных для создания устройств логики и памяти нового поколения [13–15].

Наиболее часто рассматриваемым механизмом стабилизации топологических магнитных структур является киральное взаимодействие Дзялошинского–Мории (Д-М), возникающее в системах без центра инверсии. Кроме него, были предложены механизмы, обусловленные: магнитодипольными нелокальными взаимодействиями [7], фрустрированными обменными связями [6, 16], гибридизацией между локализованной магнитной и коллективизированной электронной подсистемами [12, 17]. Недавно авторами был предложен дополнительный механизм стабилизации 2D магнитных скирмионов высокого порядка (МСВП) с $|Q| > 1$, за счет орбитальных эффектов неоднородного магнитного поля [18, 19]. Орбитальные эффекты индуцируют в магнитном энергетическом функционале так называемое скалярное киральное взаимодействие (СКВ) [20, 21], плотность которого пропорциональна произведению компоненты магнитного поля $H_z(\mathbf{r})$, приложенной перпендикулярно плоскости магнитной пленки, на плотность топологического заряда конфигурации

$$\rho(\mathbf{r}) = \left(\mathbf{m} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y}\right]\right), \quad Q = \int_{\mathbb{R}^2} \rho(\mathbf{r})\, d^2\mathbf{r}. \quad (1)$$

1)e-mail: mshustin@yandex.ru

В случае пространственно-однородных полей такой вклад в функционал приводит к понижению энергии МС определенной киральности ($Q = +1$ или $Q = -1$ в зависимости от знака константы СКВ, см. ниже) по сравнению с энергией скирмионов противоположной киральности. Для малых МС такой отрицательный сдвиг энергии может быть сопоставим с положительным обменным вкладом, запасенным в МС, и формировать тенденцию к их стабилизации. Однако, в однородном поле вклад от СКВ не зависит от размеров и морфологии скирмионов. Для неоднородных полей СКВ может индуцировать новые магнитные структуры, включая МСВП. В работах [18, 19] рассматривались аксиально-симметричные магнитные поля со степенной зависимостью напряженности поля от расстояния, $H_z(r) \sim r^\beta$. При этом пренебрегалось продольными компонентами $H_r(r)$, направленными вдоль радиальной переменной полярной системы координат, а центр МСВП лежал на оси вращения поля.

С другой стороны, в недавней серии работ [22–25] было продемонстрировано, что неоднородные поля рассеяния сверхпроводящего вихря (СВ) Пирла, кроме факта формирования связанной пары МС–СВ, существенно влияют на характеристики магнитных скирмионов с $|\,Q\,| = 1$. Например, такие поля могут стабилизировать аксиально-несимметричные связанные конфигурации, в которых центры МС и СВ смещены друг относительно друга на ненулевое расстояние a [22, 23]. Кроме того, влияние полей рассеяния может существенно сказываться на размерах МС, приводить к изменению его киральности (смене знака Q), и деформировать спиновую текстуру МС [24, 25]. В отмеченных эффектах важную роль играет продольная компонента магнитного поля вихря Пирла $H_r(\mathbf{r})$, взаимодействие которого с МС наиболее существенно в области доменной стенки последних.

Идея настоящей работы лежит на стыке исследований [18, 19] и [22–25]: мы рассматриваем вопрос формирования связанной пары МСВП–СВ, но возникающей за счет влияния орбитальных эффектов полей рассеяния сверхпроводящего вихря Пирла. Стоит отметить, что исследование связанных состояний магнитных и сверхпроводящих вихрей в последнее время актуализировалось в контексте поиска на таких парах майорановских мод [26, 27]. Так, было показано, что в планарных гибридных структурах сверхпроводник–ферромагнетик майорановские моды могут локализоваться на магнитных вихрях, например, если: i) последние являются МСВП [28]; ii) сформирована связанная пара МС–СВ [29]. В настоящей работе будет показано, что поле рассеяния сверхпроводящего вихря может привести к возникновению связанной пары другого типа, МСВП–СВ.

2. Энергия магнитных скирмионов в поле вихря Пирла. Рассмотрим модель квазидвумерной гибридной структуры сверхпроводник II рода/ферромагнетик с треугольной решеткой. Будем считать, что в сверхпроводнике реализовался СВ Пирла. Его размеры определяются размерами ядра вихря порядка длины когерентности ξ в СП пленке и эффективной глубиной проникновения $\lambda = \lambda_L^2/d$, связанной с лондоновской глубиной проникновения λ_L и толщиной пленки d. В ферромагнитной пленке будем предполагать существование топологических магнитных вихрей типа МС с характерными радиусом R и шириной доменной стенки w. Будем считать, что реализуется следующая иерархия размеров сверхпроводящего и магнитного вихрей: $\lambda \gg R,\, w,\, \xi$ и $R \gg \xi$. Соответственно, при описании взаимодействия между сверхпроводящим и магнитными вихрями будем учитывать лишь влияние первого на последние, игнорируя обратное влияние. Также пренебрежем сверхпроводящим эффектом близости, считая, что СВ действует на магнитные скирмионы лишь посредством аксиально-симметричных полей рассеяния вихря: $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = H_z(\,\rho\,, z\,) \cdot \mathbf{e}_z + H_\rho(\,\rho\,, z\,) \cdot \mathbf{e}_\rho$. Здесь и далее посредством $\rho = [\,(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2\,]^{1/2}$ обозначена радиальная переменная полярной системы координат с началом в точке $\mathbf{r}_0 = (x_0,\, y_0,\, 0)$, совпадающим с центром СВ. Если считать, что СВ действует на магнитную пленку в области $z \to 0_+$, тогда компоненты магнитного поля в области $\rho \gg \xi$ можно представить в виде [30] $(\,H_{z/\rho}(\,\rho\,) = H_{z/\rho}\,(\,\rho,\, z \to \to 0_+\,)\,)$:

$$H_{z/\rho}(\,\rho\,) = \frac{s_H\,\Phi_0}{2\pi} \int\limits_0^\infty \frac{q\,J_{0/1}(\,q\,\rho\,)}{1 + 2\,q\,\lambda}\,dq\,, \tag{2}$$

где Φ_0 – квант магнитного потока, $s_H = \pm 1$ отвечает за направление поля по отношению к направлению намагниченности пленки вдали от вихря, $J_{0/1}$ – функция Бесселя порядка 0 или 1. Далее, это выражение удобно привести к форме, явно демонстрирующей его ассимптотическое поведение

$$H_{z/\rho}(\,\rho\,) = \tag{3}$$

$$= \frac{s_H\,\Phi_0}{4\pi\lambda}\left[\frac{1}{\rho} - \frac{1}{2\lambda}\int\limits_0^\infty e^{-\nu t - \frac{\rho}{2\lambda}\sinh(t)}dt\right] \cong \frac{s_H\,\Phi_0}{4\pi\lambda}\,\frac{1}{\rho}\,,$$

где $\nu = 0,\, 1$ для компонент H_z, H_ρ, соответственно. Вследствие двойной экспоненциальной зависимости подинтегрального выражения (3) от t, поправки к зависимости $H_{z/\rho} \sim 1/\rho$ оказываются меньше нескольких процентов в диапазоне $\xi \ll \rho < \lambda/3$. При $\rho > \lambda/3$ отклонения от такой зависимости растут, однако в этом случае величина самого поля становится слабой. В области ядра СП вихря, $\rho \lesssim \xi$, поведение поля отличается от представленного выражениями (2), (3). Однако, в виду малости ξ по сравнению с радиусом МС, пространственная область ядра СВ не будет вносить существенного вклада в энергию возбуждения скирмионов (4)–(9). Это позволяет экстраполировать зависимость поля $H_{z/\rho} \sim 1/\rho$ также на область вблизи ядра СВ $\rho \lesssim \xi$.

Соответственно, в дальнейшем мы будем считать, что обе компоненты поля, $H_{z/\rho} \sim s_H/\rho$ во всей области определения ρ, т.е. будем использовать зависимость, приведенную в правой части выражения (3). Важно отметить, что возникающая при такой аппроксимации расходимость напряженности поля при $\rho = 0$ является интегрируемой в случае двумерных пленок. Таким образом, при отмеченной аппроксимации мы заменяем один малый конечный вклад в энергию МСВП от области ядра вихря другим.

Энергию возбуждения МС с профилем $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ над ферромагнитным состоянием, $m_z \equiv 1$, будем описывать в рамках классического функционала:

$$E = E_J + E_A + E_D + E_K + E_Z, \tag{4}$$

со следующими энергетическими вкладами, см. [18]:

$$E_J = \frac{\sqrt{3}S^2\mathcal{J}}{2}\int_{\mathbb{R}^2}\sum_{\mu=x,y,z}(\nabla\mathbf{m}_\mu)^2\,ds, \tag{5}$$

$$E_A = \frac{2S^2\mathcal{A}}{\sqrt{3}}\int_{\mathbb{R}^2}(1-m_z^2)ds, \tag{6}$$

$$E_D = \sqrt{3}S^2\mathcal{D}\int_{\mathbb{R}^2}(m_z\cdot(\nabla\mathbf{m}) - (\mathbf{m}\nabla)\cdot m_z)\,ds, \tag{7}$$

$$E_K = S^3\int_{\mathbb{R}^2}\mathcal{K}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|)\cdot\left(\mathbf{m}\cdot\left[\frac{\partial\mathbf{m}}{\partial x}\times\frac{\partial\mathbf{m}}{\partial y}\right]\right)ds, \tag{8}$$

$$E_Z = \frac{2Sg\mu_B}{\sqrt{3}}\int_{\mathbb{R}^2}(\,H_z - \mathbf{H}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|)\cdot\mathbf{m}\,)\;ds, \tag{9}$$

где $|\,\mathbf{m}\,| = 1$, $\nabla = (\,\partial/\partial x, \partial/\partial y, 0\,)$, $ds = dx\,dy$, S – величина спина магнитоактивных ионов. Все длины измеряются в единицах параметра решетки. Слагаемое E_J описывает обменное взаимодействие магнитоактивных ионов с амплитудой $\mathcal{J} > 0$; вклад E_A – анизотропию типа “легкая ось” с $\mathcal{A} > 0$; E_D – взаимодействие Д-М амплитуды $\mathcal{D} > 0$, в котором вектор Д-М направлен перпендикулярно связям, соединяющим соседние ионы. Слагаемые (5) и (7) определяются внутренними взаимодействиями в пленке/гетероструктуре, тогда как вклад анизотропии (6) может быть обусловлен как кристаллическими полями, так и эффективно индуцирован диполь-дипольными взаимодействиями [22, 31, 32]. Ввиду того, что магнитостатические эффекты в тонких пленках можно свести к ренормировкам параметра анизотропии $\mathcal{A}$, мы в настоящей работе не учитываем вклад в функционал (4) от диполь-дипольных взаимодействий.

Слагаемое E_Z описывает зеемановские эффекты взаимодействия скирмионов с полем СВ. Вклад E_K, описывающий скалярное киральное взаимодействие, пропорционален пространственному интегралу от $\rho(\mathbf{r})$, см. выражение (1), с ядром:

$$\mathcal{K}(\,|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|\,) = K\cdot\sin(\,\pi\,\Phi_\Delta(\,|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|\,)\,/\,\Phi_0\,), \tag{10}$$

где Φ_Δ – поток компоненты магнитного поля H_z через элементарный плакет треугольной решетки. Его происхождение связано с орбитальными эффектами магнитного поля. Так, выражение (8) и явный вид константы $\mathcal{K}$ могут быть получены для модели Хаббарда в режиме сильных электронных корреляций в третьем порядке теории возмущений по параметру t/U при учете орбитальных эффектов [18, 20, 21].

Выражения (4)–(8) представляют собой континуальную версию решеточного энергетического функционала на треугольной решетке, полученную ранее при рассмотрении эффективных взаимодействий в двумерных мотт-хаббардовских изоляторах. Было показано [18], что в режиме сильных электронных корреляций реализуется иерархия эффективных взаимодействий, $\mathcal{J} \gg \mathcal{D} \sim \mathcal{K} \gg \mathcal{A}$, которой мы будем придерживаться в настоящей работе.

Аксиально-симметричные МС и МСВП будем описывать в рамках стандартной параметризации:

$$m_x = \sin\theta\cos n\phi\,;\;m_y = \sin\theta\sin n\phi\,;\;m_z = \cos\theta\,, \tag{11}$$

где так называемый скирмионный угол $\theta(r)$, зависит от радиальной переменной r полярной системы координат, отсчитанной от центра скирмиона; ϕ – азимутальный угол такой системы координат. Параметр завихренности, n – “vorticity”, скирмионной текстуры связан с ее топологическим зарядом соотношением $n = -Q$. Геометрия взаимного расположения СВ и МСВП представлена на рис. 1. Там же схематически изображена азимутальная зависимость проекции спинового профиля МСВП с $n = 2$ на плоскость XoY. Важно отметить, что введением азимутального угла ϕ_0, определяющего взаимную ориентацию СВ и магнитного вихрей, см. рис. 1, мы эффективно задали

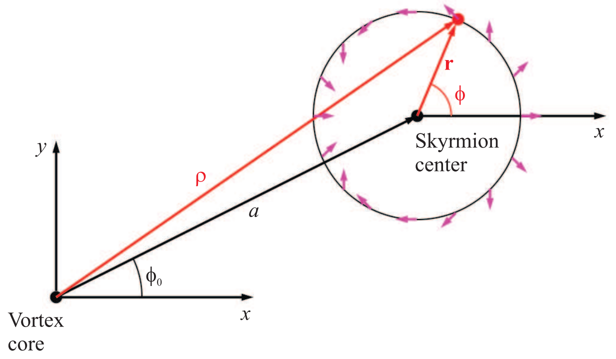

Рис. 1. (Цветной онлайн) Геометрия взаимного расположения сверхпроводящего вихря и магнитного скирмиона с фиксированной спиновой текстурой, задаваемой параметризацией (11). Для МСВП с $n \neq 1$ энергия взаимодействия скирмиона с вихрем зависит от расстояния между центрами a, и от угла ϕ_0, задающих взаимное расположение СВ и МСВП

спиральность ("helicity") скирмионов, а потому параметр спиральности отсутствует в (11).

Подставляя параметризацию (11) в выражения для энергетических вкладов (5)–(7), последние представляются в виде стандартных радиальных интегралов:

$$E_J = J \int_0^\infty \left[\left(\frac{d\theta}{dr} \right)^2 + n^2 \left(\frac{\sin\theta}{r} \right)^2 \right] r\, dr, \tag{12}$$

$$E_A = A \int_0^\infty r\, \sin^2\theta\, dr, \tag{13}$$

$$E_D = D\, \delta_{n1} \int_0^\infty \left[\frac{d\theta}{dr} + \frac{\sin(2\theta)}{2r} \right] r\, dr, \tag{14}$$

где $J = S^2\pi\sqrt{3}\,\mathcal{J}$, $A = 4\pi S^2 \mathcal{A}\,/\,\sqrt{3}$, $D = 4S^2\sqrt{3}\pi\mathcal{D}$. Вклады в функционал от $E_J + E_A$ стремятся уменьшить радиус и ширину доменных стенок скирмионов, приводя к их коллапсу. Напротив, взаимодействие Д-М, E_D, стремится увеличить радиус, стабилизируя МС. Однако, последнее дает ненулевой вклад лишь для МС с $n = 1$, вследствии вида азимутальной зависимости профиля $\mathbf{m}(\mathbf{r})$, заданной в (11).

Для аналитического описания эффектов СКВ предположим, что пространственные области вблизи центра СВ вихря, для которых $\pi\Phi_\Delta \gtrsim \Phi_0$, незначительно влияют на особенности стабилизации МСВП, в виду малости таких областей. Это предположение было подтверждено численными рассчетами. В этом случае ядро интеграла трехспинового взаимодействия (10) можно упростить, заменив синус его аргументом. Тогда, выражения для вкладов магнитного поля в энергию возбуждения МСВП, после интегрирования по азимутальной переменной ϕ, примут вид:

$$E_K = s_H \frac{K_c\, n}{\lambda} \int_0^\infty \frac{(\,d\theta/dr\,)\,\sin\theta}{r+a} \mathrm{K}\left(\frac{4\,a\,r}{(\,r+a\,)^2} \right) dr, \tag{15}$$

$$E_Z = -s_H \frac{H_c}{\lambda} \int_0^\infty dr \left[\frac{4r}{r+a} \left(\cos\theta - 1\right) \mathrm{K}\left(\frac{4\,a\,r}{(r+a)^2} \right) \right. \tag{16}$$

$$\left. + 2\pi \frac{\sin\theta\cos(n-1)\phi_0}{(r/a)^{n-1}} (-1)^{n-1} s_n\, \Theta\left(s_n(r-a)\right) \right],$$

$$\mathrm{K}(z) = \int_0^{\pi/2} \left(1 - z\,\sin^2\chi\right)^{-1/2} d\chi\,, \tag{17}$$

где $K_c = \frac{\sqrt{3}}{4}\,K\,S^3$, $\Theta(x)$ – ступенчатая функция Хевисайда, $s_n = \mathrm{sign}(n)$ и $s_0 = -1$, $\mathrm{K}(z)$ – полный эллиптический интеграл первого рода. Поле H_c определено выражением:

$$H_c = \frac{\Phi_0 \mu_B}{2\pi\sqrt{3}a^2} \cdot gS \approx 1.094 \frac{eV}{(a(\text{Å}))^2} \cdot gS. \tag{18}$$

Выражение для орбитальных вкладов E_K, а также первая строчка выражения для зеемановских вкладов E_Z, описывают взаимодействие МСВП с поперечными компонентами магнитного поля H_z. Вторая строчка (16) описывает взаимодействие с продольными компонентами H_r. В обоих выражениях (15) и (16), кроме зависимости от профиля скирмионного угла $\theta(r)$ и индекса завихренности n, возникла зависимость от параметров, описывающих взаимное расположение СВ и МС: расстояния, a, между их центрами, и относительного угла поворота ϕ_0. Из (16) видно, что в коаксиальном случае, $a = 0$, зависимость от радиальных компонент поля исчезает. Такой случай изучался в работах [18, 19].

Производные $\partial E_Z\,/\,\partial a$ и $\partial E_Z\,/\,\partial\phi_0$ пропорциональны, соответственно, радиальной и азимутальной компонентам равнодействующих пандеромоторных сил, воздействующих на МСВП. Из (16) видно, что при $n \neq 1$ выделяются направления, при которых азимутальные компоненты пандеромоторных сил на МСВП не действуют. Тогда скирмионы будут располагаться на лучах, направленных вдоль отмеченных направлений, которые задаются углами:

$$\bar{\phi}_0^{(n)} = \left(1 + \frac{1 - s_H + 4m}{2(n-1)}\right) \pi\, (\mathrm{mod}\ 2\pi), \quad m \in \mathbb{Z}. \tag{19}$$

Например, в случае $s_H = -1$, т.е. для поля противонаправленного намагниченности насыщения ферромагнитной пленки (см. следующий раздел), будем иметь: $\bar{\phi}_0^{(2)} = 0\,;\ \bar{\phi}_0^{(3)} = \pm\pi/2\,;\ \bar{\phi}_0^{(4)} = \{\,0,\,\pm 2\pi/3\,\}$.

Из выражения (16) нетрудно показать, что в случае $n = 2$ $(\,\partial E_Z\,/\,\partial a\,)|_{a\to 0} \;\to\; \beta_r(\,\phi_0\,)$, при том, что константа $\beta_r = \beta_r(\,\bar{\phi}_0^{(n)}\,) < 0$. Последнее означает, что для простейших скирмионов высокого порядка с $n = 2$ пандеромоторные силы *всегда* стремятся разрушить коаксиальную связанную пару МСВП–СВ.

3. Стабилизация МСВП за счет трехспинового взаимодействия. В этом разделе обсудим механизм стабилизации МСВП за счет совместного влияния зеемановских и орбитальных эффектов магнитного поля. Рассмотрение функционала (12)–(16) будем проводить в рамках вариационного подхода, в котором скирмионный угол $\theta(r)$ описывается двухпараметрическим анзацем 2π-доменной стенки [33]:

$$\theta(r) = 2\arctan\left(\frac{\cosh(R/w)}{\sinh(r/w)}\right), \qquad (20)$$

где параметр R определяет радиус скирмиона, для которого $m_z|_{r=R} \cong 0$, $|w|$ — ширину доменной стенки, а знак w отвечает за киральность скирмиона. При выборе такого анзаца мы пренебрегли искажениями текстуры МСВП за счет поля СВ, см. [24, 25].

Рассмотрим сначала ситуацию в отсутствии зеемановских слагаемых, E_Z (16), и ограничимся случаем $n > 0$. Предположим, что $R \gg w \gg 1$ и, следуя работе [33], аппроксимируем функции скирмионного угла дельта-функциями: $d\theta\,/\,dr \sim \sin\theta \sim \delta(r - R)$. Далее, учтем, что при иерархии энергетических параметров, $J \gg K_c \gg A,\, H_c$ выполняется соотношение $R \approx n\,w$ [18, 19]. Тогда, найдем приближенный вид энергетического функционала:

$$\tilde{E} \approx 4J\,n + \frac{2A}{n}\,R^2 - \frac{2\,s_H\,K_c\,n}{\lambda\,R}\cdot\frac{1}{1+x}\mathrm{K}\left(\frac{4\,x}{(\,1+x\,)^2}\right), \quad x = a\,/\,R > 0. \qquad (21)$$

Такие приближения дают полуколичественное описание при $n > 2$ и качественное при $n = 2$.

Из рассмотрения (21) видно, что вклады в энергию от обменного взаимодействия и анизотропии положительны, и стремятся сжать размер скирмиона до минимального значения $R = 0$. Энергия трехспинового взаимодействия в зависимости от знака $s_H\,K_c\,n$ будет или всегда отрицательной, или всегда положительной, поскольку $\mathrm{K}(z) > 0$. В первом случае минимуму (21) будет отвечать решение с $R = 0$, а потому скирмион не будет стабилизироваться. Соответственно, для стабилизации МСВП нужно рассматривать ситуацию $s_H\,K_c\,n < 0$. В рассматриваемом нами случае $K_c > 0$ и $n > 0$ это означает $s_H = -1$, а значит поле вихря Пирла должно быть направлено противоположно намагниченности насыщения ферромагнитной пленки.

Проанализируем свойства функционала (21) при $s_H = -1$, рассматривая его как функцию одной переменной – расстояния между вихрем и МСВП: $\tilde{E}_a(a) = \tilde{E}(a,\,R = \mathrm{const}) \geq 0$. Для малых смещений, рассскладывая $\tilde{E}_a$ в ряд по $a \ll R$, найдем:

$$\tilde{E} \approx 4J\,n + \frac{2A}{n}\,R^2 + \frac{\pi^2\,K_c\,n}{4\lambda\,R}\left[1 + \frac{a^2}{4R^2} + \ldots\right]. \qquad (22)$$

Видно, что коаксиальный случай, $a = 0$, является локальным минимумом связанной пары МСВП–СВ в пренебрежении зеемановскими эффектами. Малые отклонения от этого локального минимума приводят к квадратичному росту энергии МСВП по параметру a. Дальнейшее увеличение a также приводит к росту $\tilde{E}_a$, и в точке $a = R$ возникает расходимость. Далее, при $a > R$ функция $\tilde{E}_a$ монотонно спадает, так что $\tilde{E}_a(\infty) \to 4J\,n + (2A/n)\,R^2$. Последнее отвечает ситуации, когда поле СВ не действует на МСВП из-за большого расстояния между ними. Тогда энергии обмена и анизотропии стремятся сколлапсировать скирмион до минимального размера $R = 0$.

Важно отметить, что расходимость $\tilde{E}_a(R)$ при $R = a$ связана с аппроксимацией $d\theta/dr$ и $\sin\theta$ дельта-функциями. При корректном вычислении функционала (15) сингулярность интегрируется и функционал принимает конечное значение, удовлетворяющее соотношению $\tilde{E}_a(R) > \tilde{E}_a(0)$. Таким образом, наличие скалярного кирального взаимодействия приводит к тому, что, при удалении МСВП (с фиксированным спиновым профилем) от центра СВ, системе необходимо пройти через энергетический барьер. Формирование такого барьера за счет СКВ является главной причиной стабилизации связанной пары МСВП–СВ в рассматриваемой модели.

Далее, учтем зеемановские эффекты магнитного поля. В этом случае, ввиду сложности аналитической оценки интегралов (16) сосредоточимся на режиме малых смещений, $a \ll R$. Первая строчка выражения (16), описывающая взаимодействие МСВП с компонентой поля H_z, не зависит от n, и совпадает с вкладом для МС с $n = 1$, рассматриваемым в работе [23]. Для этого случая, при малых смещениях и $s_H = -1$ имеем $E_Z^{(z)} \approx -\beta_0 + \beta_z\cdot(\,a\,/\,R\,)^2$, где $\beta_{0,z} > 0$. Как видно из (22), при тех же условиях, такого рода зависимость имеет место и для функционала, учитывающего только орбитальные эффекты поля, $\tilde{E} \approx \alpha_0 + \alpha_z \cdot (\,a\,/\,R\,)^2$, где коэффициенты разложения положительны. Особенностью рассмотрения МСВП является то, что учет зеемановских вкладов, $E_Z^{(r)}$, приводит к дополнительной зависимости функционала от a: $E_Z^{(r)} \approx -\beta_r(\phi_0) \cdot (\,a\,/\,R\,)^{n-1}$, $n > 1$. При этом, если $\phi_0 = \bar{\phi}_0^{(n)}$ из выражения (19), то $\beta_r > 0$. Тогда разложение приближенного энергетического функционала будет выглядеть как:

$$\tilde{E} + \tilde{E}_Z \approx \alpha_0 - \beta_0 - \beta_r \left(\frac{a}{R}\right)^{n-1} + (\alpha_z + \beta_z)\left(\frac{a}{R}\right)^2, \tag{23}$$

$$\alpha_0 = 4Jn + \frac{2A}{n}R^2 + \frac{\pi^2 K_c n}{4\lambda R};\ \alpha_z = \frac{\pi^2 K_c n}{16\lambda R^3};\ \beta_r = \frac{2\pi^2 H_c}{\lambda n R^{n-2}},$$

где все коэффициенты положительные. Наличие поправок с β_r может существенно модифицировать условия стабилизации МСВП по сравнению со случаем МС с $n = 1$. В частности, из (23) видно, что для наиболее простых МСВП с $n = 2$ коаксиальные конфигруации не будут стабилизироваться, и скирмион будет стремиться сместиться относительно центра вихря на оптимальное расстояние a_* вдоль оси Ox. Из существования максимума зависимости $E_K(a)$ в точке $a \approx R$ следует оценка, $a_* \lesssim R$. Численные расчеты показывают, что $a_* \sim R/2$. Поскольку $R \gg \xi$, то в этом случае формируется некоаксиальная связанная пара, в которой центр МСВП и ядро СВ разнесены на значительное расстояние. Отметим, что зеемановские вклады $E_Z^{(z,r)}$ также ренормируют высоту и положение создаваемого СКВ барьера.

4. Результаты численных расчетов. Обсудив механизмы стабилизации связанных пар МСВП–СВ Пирла и выделив отдельно случай МСВП с $n = 2$, приведем для последнего результаты численного решения вариационной задачи. Вычисления проводились в рамках численной минимизации функционала $E[\mathbf{m}]$ (5)–(9) на квадратной сетке с подстановками (11) и (20). При этом зависимость оптимальной энергии МСВП от расстояния до вихря, a, вычислялась в рамках двух подходов:

i) *Фиксированные размеры скирмиона.* В этом случае радиус, R_*, и ширина доменной стенки, w_*, МСВП находились в коаксиальной конфигурации, $a = 0$, а затем зависимости энергетических вкладов, $E[\mathbf{m}]$ от a, расчитывались при фиксированных R_* и w_*. Механизм стабилизации связанных пар МСВП–СВ для такого случая был подробно рассмотрен выше.

ii) *Адиабатическое приближение.* В этом случае для каждого фиксированного значения параметра смещения a производилась оптимизация $E[\mathbf{m}]$ по параметрам R и w. При этом размеры МСВП становились зависящими от расстояния от вихря: $R_* = R_*(a)$, $w_* = w_*(a)$.

На рисунке 2 приведены результаты расчетов для: энергии возбуждения МСВП (a), их оптимальных размеров (b), вкладов в энергию МСВП от скалярного кирального взаимодействия E_K (c) и энергии анизотропии E_A (d), построенные как зависимости от расстояния, a, между СВ и МСВП. Энергетические параметры функционала $E[\mathbf{m}]$ выбраны в соответствии с иерархией $J \gg K_c \gg A$, H_c. Штриховыми и сплошными кривыми приведены результаты рассчетов согласно подходам i) и ii) соответственно.

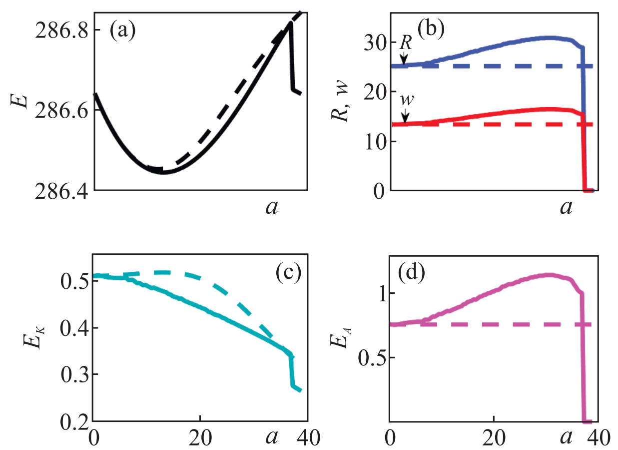

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости от расстояния a, между центрами СВ и МСВП с $n = 2$ энергии возбуждения МСВП E (a), парциальных вкладов от СКВ E_K (c), и одноионной анизотропии E_A (d). В построении (b) приведены зависимости радиуса R и ширины доменной стенки w, МСВП. Штриховыесплошные кривые отвечают построениям в приближениях i) и ii) соответственно. Все расстояния измеряются в параметрах решетки $\delta = 3$ Å, а энергии – в эВ

Как видно из рис. 2a, в энергии возбуждения МСВП действительно возникает минимум на ненулевом расстоянии a_*, как при адиабатическом, так и неадиабатическом приближениях. В последнем случае возникновение минимума отвечает механизму раздела 3: спадание $E(a)$ за счет радиального зеемановского вклада $E_Z^{(r)} \approx -\beta_r \cdot a$, доминирующего при малых a, при увеличении a сменяется ростом за счет оставшихся слагаемых, зависящих от магнитного поля: $E_K + E_Z^{(z)} \approx \mathrm{const} + (\,\alpha_z + \beta_z\,) \cdot (\,a/R\,)^2$.

В предположении об адиабатическом изменении расстояния a, качественный вид зависимости $E(a)$ для полной энергии сохраняется, но парциальные вклады от различных взаимодействий могут перераспределяться между собой. Наиболее ярко такое перераспределение проявляет себя для вкладов от СКВ E_K, и энергии анизотропии E_A. Действительно, из рассмотрения рис. 2c и d видно, что энергетический барьер зависимости $E_K(a)$, обсуждаемый в разделе 3, в случае адиабатического удаления проявляет себя в виде барьера зависимости $E_A(a)$. Причиной этого является зависимость обоих вкладов от размеров МСВП. Так, в приближении $R_* = n\,w_*$, из (21) видно, что $E_{K,A} = E_{K,A}(\,a,\,R_*(a)\,)$. При этом, увеличение R_* уменьшает вклад в функционал от скалярного кирального взаимодействия и увеличивает вклад от анизотропии. В результате, системе оказывается выгоднее перераспределить данные энергетические вклады за счет увеличения размеров МСВП, см. рис. 2b.

Важно отметить, что, хотя картина формирования аксиально-несимметричной связанной пары МСВП–СВ в случае ii) выглядит более сложной, чем в приближении i), главной причиной формирования такой пары в обоих случаях является существование минимума (при $a \lesssim R$) и максимума (при $a \approx R$) зависимости $E(a)$ за счет орбитальных и зеемановских эффектов взаимодействия МСВП с полем вихря Пирла. Также обратим внимание, что в случае ii) наблюдаются скачки зависимостей, представленных на рис. 2. Их возникновение связано с тем, что при $a > a_{cr} \sim R$ скалярное киральное взаимодействие не стабилизирует МСВП, приводя к его коллапсу.

5. Заключение. В работе рассмотрен вопрос стабилизации связанных пар МСВП–СВ Пирла при учете конкуренции орбитальных и зеемановских эффектов полей рассеяния сверхпроводящего вихря. Такая постановка задачи является естественным продолжением исследований авторов [18, 19] и рассматривает устойчивость МСВП в неоднородных магнитных полях при учете возможности взаимного смещения сверхпроводящего и магнитного вихрей. При этом, в отличие от родственных исследований [22–25], в качестве механизма стабилизации связанной пары скирмион–СВ мы рассмотрели орбитальные эффекты полей рассеяния последнего, которые проявляют себя в индуцировании скалярного кирального взаимодействия.

В рамках вариационного подхода для магнитного энергетического функционала, описывающего обменное взаимодействие, одноионную анизотропию и воздействие на систему полей рассеяния сверхпроводящего вихря, показано, что МСВП могут образовывать связанные пары с СВ Пирла, если поле последнего направлено противоположно направлению намагниченности насыщения пленки. Главным механизмом такой стабилизации оказалась конкуренция одноионной анизотропии, обменного и скалярного кирального взаимодействий, создающих энергетические барьеры на путях коллапсирования скирмионов в их параметрическом пространстве. Дополнительная конкуренция с зеемановскими эффектами магнитного поля создает возможность стабилизации некоаксиальных связанных пар МСВП–СВ. Более того, показано, что для простейших МСВП с индексом кручений $n = 2$ конкуренция орбитальных и зеемановских вкладов *всегда* приводит к некоаксиальным связанным парам при стабилизации МСВП.

В заключение отметим, что в дальнейшем было бы интересно проанализировать описанные эффекты при учете искажений спиновых текстур МСВП, подробно рассмотренных в работах [24, 25] в случае $n = 1$. Также отдельной численной задачей видится микромагнитное моделирование описанных систем, поскольку в настоящее время стандартные пакеты (например, OOMMF [34]) не оптимизированы для рассчета скалярного кирального взаимодействия.

Авторы благодарят И. С. Бурмистрова, С. С. Апостолова и Е. С. Андрияхину за важные дискуссии. Шустин М. С. благодарит М. Н. Поткину за знакомство с экзотическими магнитными вихрями и работой [33].

6. Финансирование работы. Работа выполнена в рамках научной тематики Госздания Института физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук. Шустин М. С. благодарит за поддержку Фонд развития теоретической физики и математики "БАЗИС".

7. Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликтов интересов.

1. T. H. R. Skyrme, Proc. R. Soc. Lond. Ser. A **260**, 127 (1961).
2. T. H. R. Skyrme, Nucl. Phys. **31**, 556 (1962).
3. А. А. Белавин, А. М. Поляков, Письма из ЖЭТФ **22**, 503 (1975).
4. A. N. Bogdanov and D. A.Yablonsky, Sov. Phys. JETP **95**, 178 (1989).
5. B. Seng, D. Schonke, J. Yeste et al. (Collaboration), Adv. Func. Mat. **31**, 2102307 (2021).
6. L. Rózsa, K. Palotás, A. Deák, E. Simon, R. Yanes, L. Udvardi, L. Szunyogh, and U. Nowak, Phys. Rev. B **95**, 094423 (2017).
7. M. Hassan, S. Koraltan, A. Ullrich, F. Bruckner, R. O. Serha, K. V. Levchenko, G. Varvaro, N. S. Kiselev, M. Heigl, C. Abert, D. Suess, and M. Albrecht, Nature Physics. **20**, 615 (2024).

8. F. Rybakov and N. Kiselev, Phys. Rev. B **99**, 064437 (2019).
9. V.M. Kuchkin, B. Barton-Singer, F.N. Rybakov, S. Blugel, B.J. Schroers, and N. Kiselev, Phys. Rev. B **102**, 144422 (2020).
10. J. Tang, Y. Wu, W. Wang, L. Kong, B. Lv, W. Wei, J. Zang, M. Tian, and H. Du, Nat. Nanotechnol. **16**, 1086 (2021).
11. L. Yang, A.S. Savchenko, F. Zheng, N.S. Kiselev, F.N. Rybakov, X. Han, S. Blügel, and R.E. Dunin-Borkowski, Adv. Mater. **36**, 2403274 (2024).
12. D.S. Kathyat and P. Sengupta, arXiv:2405.19987 (2024).
13. S.S.P. Parkin, M. Hayashi, and L. Thomas, Science **320**, 190 (2008).
14. S.S.P. Parkin and S.-H. Yang, Nat. Nanotechnol. **10**, 195 (2015).
15. C. Psaroudaki, E. Peraticos, and C. Panagopoulos, Appl. Phys. Lett. **123**, 260501 (2023).
16. A. Leonov and M. Mostovoy, Nat. Commun. **6**, 8275 (2015).
17. R. Ozawa, S. Hayami, and Y. Motome, Phys. Rev. Lett. **118**, 147205 (2017).
18. M.S. Shustin, V.A. Stepanenko, and D.M. Dzebisashvili, Phys. Rev. B **107**, 195428 (2023).
19. М.С. Шустин, Д.М. Дзебисашвили, В.А. Степаненко, ФТТ **65**, 1021 (2023).
20. D. Sen and R. Chitra, Phys. Rev. B **51**, 1922 (1995).
21. O.I. Motrunich, Phys. Rev. B **73**, 155115 (2006).
22. E.S. Andriyakhina and I.S. Burmistrov, Phys. Rev. B **103**, 174519 (2021).
23. E.S. Andriyakhina, S. Apostoloff, and I.S. Burmistrov, Pis'ma v ZhETF **116**, 801 (2022).
24. S.S. Apostoloff, E.S. Andriyakhina, P.A. Vorobyev, O.A. Tretiakov, and I.S. Burmistrov, Phys. Rev. B **107**, L220409 (2023).
25. S.S. Apostoloff, E.S. Andriyakhina, and I.S. Burmistrov, Phys. Rev. B **109**, 104406 (2024).
26. A.O. Zlotnikov, M.S. Shustin, and A.D. Fedoseev, J. Sup. Nov. Magn. **34**, 3053 (2021).
27. U. Gungordu and A.A. Kovalev, J. Appl. Phys. **132**, 041101 (2022).
28. G. Yang, P. Stano, J. Klinovaja, and D. Loss, Phys. Rev. B **93**, 224505 (2016).
29. S. Rex, I.V. Gornyi, and A.D. Mirlin, Phys. Rev. B **100**, 064504 (2019).
30. A.A. Abrikosov, *Fundamentals of the Theory of Metals*, North-Holland, Amsterdam (1988).
31. A.O. Leonov, T.L. Monchesky, N. Romming, A. Kubetzka, A.N. Bogdanov, and R. Wiesendanger, New. J. Phys **18**, 065003 (2016).
32. R.M. Menezes, J.F.S. Neto, C.C. de Souza Silva, and M.V. Milosevic, Phys. Rev. B **100**, 014431 (2019).
33. X. Wang, H. Yuan, and M.X. Wang, Commun. Phys. **1**, 1 (2018).
34. M. Beg, M. Lang, and H. Fangohr, IEEE Trans. Magn. **58**, 1 (2022).