Ограничение на относительную вероятность распада $K^+ o \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ u$

А. В. Артамонов^а, В. Н. Бычков^с, С. В. Донсков^а, А. П. Филин^а, С. Н. Филиппов^b, А. М. Горин^a, Е. Н. Гущин^b, А. В. Инякин^a, Г. Д. Кекелидзе^c, Г. В. Хаустов^a, С. А. Холоденко^{a,d}, А. А. Худяков^b, В. Н. Колосов^a,

А. К. Коноплянников^{*a*}, В. И. Кравцов^{*b*}, Ю. Г. Куденко^{*b*,*e*,*f*}, А. В. Кулик^{*b*1}, В. Ф. Куршецов^{*a*}, В. А. Лишин^{*a*},

В. М. Лысан^c, М. В. Медынский^a, В. Ф. Образцов^a, А. В. Охотников^a, В. А. Поляков^a, А. Ю. Поляруш^b,

D. M. Distean, M. D. McGishekawa, D. & Oopasidos, M. D. Akolinakos, D. A. Holakos, A. 10. Holakpyin,

В. И. Романовский^а, В. И. Рыкалин^а, А. С. Садовский^а, В. Д. Самойленко^а, М. М. Шапкин^а, И. С. Тюрин^а,

В. А. Уваров^а, О. П. Ющенко^а, Б. Ж. Залиханов^с

^а Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт" – ИФВЭ, 142281 Протвино, Россия

^bИнститут ядерных исследований – РАН, 117312 Москва, Россия

^сОбъединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

^dIstituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Pisa, 3-56127 Pisa, Italy

^еМосковский физико-технический институт (МФТИ), 141701 Долгопрудный, Москва

^f Национальный исследовательский ядерный университет (МИФИ), 115409 Москва, Россия

Поступила в редакцию 26 июля 2024 г. После переработки 11 сентября 2024 г. Принята к публикации 11 сентября 2024 г.

Сотрудничеством ОКА предпринят поиск распада $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ на статистике 3.65×10^9 распадов K^+ . Распад не обнаружен. Поставленое ограничение $BR(K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu) < 5.4 \times 10^{-8}$ 90 % CL в 65 раз лучше приведеного в таблице частиц.

DOI: 10.31857/S0370274X24100145, EDN: SNDTWF

1. Введение. Редкий распад $K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ (Ке5) до настоящего времени не наблюдался. Из-за ограниченного фазового объема Киральная Пертурбативная Теория (ChPT) предсказывает очень малую величину относительной вероятности BR(Ke5), $10^{-11}-10^{-12}$ [1–3]. С другой стороны, можно ожидать, что ограниченный фазовый объем усиливает роль $\pi\pi$ -рассеяния в конечном состоянии, что может существенно увеличить BR. Например, может образоваться пионный атом, *пионий* $(A_{2\pi})$, с последующим распадом на $\pi^0 \pi^0$: $\pi^+ \pi^- \to A_{2\pi} \to \pi^0 \pi^0[4, 5]$. Так как распадная длина пиония $c\tau \sim 10^{-4}$ см намного превосходит ядерный масштаб, то в этом случае имеет место распад на 4 частицы, $K^+ \to A_{2\pi} \pi^0 e^+ \nu$, а не на 5. Это обстоятельство увеличивает фазовый объем в $\sim 10^6$ раз [2, 3], а последующий распад $A_{2\pi} \to \pi^0 \pi^0$, идущий с вероятностью ≈ 100 %, приводит к конечному состоянию $\pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$.

Наше исследование проведено с целью существенного улучшения текущего ограничения на вероятность этого распада: $BR(K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu) < 3.5 \times 10^{-6}$ [6]. Ограничение получено путем нормировки

2. Данные и процедура обработки. Эксперимент ОКА, расположенный в НИЦ "Курчатовский Институт" – ИФВЭ в Протвино (Россия), посвящен изучению распадов каонов на лету. Обогащенный каонами вторичный пучок получен путем высокочастотной (ВЧ) сепарации по схеме Панофского. Импульс пучка 17.7 ГэВ с содержанием каонов 12.5 % и интенсивностью до 5×10^5 каонов за цикл ускорителя У-70. Установка ОКА имеет два магнитных спектрометра, пучковый и вторичных частиц, а также 11-метровый распадный объем, окруженный охранной системой. Установка содержит также электромагнитные калориметры GAMS и BGD [7, 8], адронный калориметр GDA [9] и систему идентификации мюонов. Два черенковских счетчика служат для выделения K^+ в пучке на фоне p, π^+ , а широкоапертурный 4-канальный поровый черенковский счетчик – для выделения вторичных e^{\pm} на фоне μ^{\pm}, π^{\pm} . Более подробно с установкой можно ознакомиться по ссылкам [10, 11]. Для поиска распада $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ использованы данные, записанные в сеансах 2012,

на события распада $K^+ \to \pi^0 e^+ \nu$ (Ke3), а контроль систематики - путем измерения брэнчинга распада $K^+ \to \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ (Ke4).

 $^{^{1)}{\}rm e\text{-mail: alex.kulik@gmail.com}}$



Рис. 1. (Цветной онлайн) Идентификация электрона и поиск π^0 . (a) – Идентификация электрона. Отношение e/p: данные (светлая гистограмма) и МК $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ (заштрихованная). (b) – Масса $\gamma \gamma$ в распаде $K^+ \to \pi^0 e^+ \nu$ (данные); стрелками показаны жесткие отборы (c) – Масса $\gamma \gamma$ в распаде $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ (МК); стрелками показаны мягкие отборы

2013 и 2018 гг. Для расчета эффективностей регистрации методом Монте-Карло (МК) сгенерированы события распадов Ке3, Ке4 и Ке5 при помощи программы Geant-3.21 [12] с детальным описанием установки. МК событий сгенерировано примерно в 10 раз больше, чем реальных событий, записанных в ходе эксперимента. Для оценки фонов сгенерированы МК события 6-ти наиболее интенсивных распадов заряженного каона ($\mu^+\nu$, $\pi^+\pi^0$, $\pi^0 e^+\nu$, $\pi^0\mu^+\nu$, $\pi^+\pi^0\pi^0$, $\pi^+\pi^+\pi^-$) в количествах, пропорциональных вероятностям этих распадов. События МК обработаны так же, как и данные, включая реконструкцию. Каждому МК событию приписан вес $w \sim |M|^2$, где M – матричный элемент распада.

3. Отбор событий Ке3, Ке4, Ке5. Отбираются события с единственным вторичным треком, идентифицированным как e^+ и с 1, 2 или 3 π^0 -мезонами. Для этого требуется, чтобы положительному треку соответствовал ливень в GAMS с отношением e/p в пределах $\pm 3\sigma$ от номинального значения (рис. 1а). Из всех возможных комбинаций γ -квантов выбирается комбинация с наибольшим числом пар (π^0 -мезонов), удовлетворяющих условию

$$\sum_{i} (m_{\gamma\gamma} - m_{\pi^0})_i^2 < R_{\pi}^2.$$
 (1)

Значение параметра R_π будет конкретизировано ниже.

Эта общая процедура применена к трем распадам с некоторыми вариациями. Большая статистика в $K^+ \to \pi^0 e^+ \nu$ и $K^+ \to \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ позволяет ужесточить отборы для большего подавления фонов. Прямо противоположная ситуация возникла с распадом $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$: ни событий, ни фона не видно даже при более мягких отборах, что позволяет увеличить эффективность и повысить устойчивость к возможным неточностям МК моделирования. Поэтому мы используем 2 набора критериев: "жесткие" – для $K^+ \to \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ и "мягкие" – для поиска редкого распада $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$. Такой парадоксальный выбор обусловлен отсутствием фона для $K^+ \to$ $\to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$. Распад $K^+ \to \pi^0 e^+ \nu$ регистрируется как с мягкими, так и с жесткими отборами для нормировки $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ и $K^+ \to \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ сответственно. Ниже перечислены различия между мягкими и жесткими отборами.

- Идентификация электрона. Жесткие отборы основаны исключительно на GAMS: проекция трека в GAMS должна попадать в один из ливней, как было указано выше. В мягких отборах принимаются треки без соответствующего ливня в GAMS, если широкоапетрурный черенковский счетчик подтверждает электрон. Это послабление заметно поднимает эффективность, так как в распаде $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ с мягким спектром e^+ треки часто не попадают в GAMS.
- Поиск π^0 . Параметр R_{π} в (1) $R_{\pi} = 0.02$ ГэВ в жестких отборах и $R_{\pi} = 0.03$ ГэВ в мягких (рис. 1b, c).
- Жесткие отборы требуют 2 или 4 γ с $E_{\gamma} > 0.5 \Gamma$ эВ для поиска π^0 согласно (1). Мягкие отборы ищут π^0 в событиях с $n_{\gamma} \ge 6$, $E_{\gamma} > 0.3 \Gamma$ эВ и иногда находят $3\pi^0$ в событиях с 7γ или 8γ .
- Жесткие отборы бракуют события с ливнями в адронном калориметре GDA и требуют ровно 2 сегмента e⁺ трека: один – до анализирующего магнита и один – после. Мягкие отборы допускают ливни в GDA и лишние сегменты трека.



Рис. 2. (Цветной онлайн) Наблюдение распада $K^+ \to \pi^0 e^+ \nu$. (а) – Баланс энергии, отбор $\Delta E < -1 \Gamma$ эВ введен для подавления фона $\pi^+ \pi^0$. (b) – Недостающая масса, данные и МК



Рис. 3. (Цветной онлайн) Наблюдение распада $K^+ \to \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$. (а) – Баланс энергии в событии: сигнал (синяя гистограмма) и фон (светлая). (b) – Фит модельного (МК) спектра недостающей массы двумя функциями Гаусса. (с) – Фит реального спектра недостающей массы формой МК с рис. 3b + полином 2 степени

4. Наблюдение распадов. При окончательном отборе событий введены дополнительные критерии, специфические для каждого распада.

4.1. $K^+ \to \pi^0 e^+ \nu$. Баланс энергии в событии определен как $\Delta E = E_{det} - E_b$, где E_{det} – сумма энергий зарегистрированных частиц (e^+, π^0) , а E_b – энергия K^+ пучка. Мы ожидаем, что распады с ν будут обнаруживать дефицит баланса $\Delta E < 0$, так как ν не регистрируется. Потребовав дополнительно к мягким отборам $\Delta E < -1$ ГэВ (рис. 2а) для подавления фона $\pi^+\pi^0$, мы видим чистый пик в недостающей массе, содержащий ~ 8.4×10^6 событий (рис. 2b). Фон в этой выборке оценивается МК на уровне ~ 1%.

4.2. $K^+ \to \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$. Для подавления доминирующего фона $K^+ \to \pi^+ \pi^0 \pi^0$ введены отборы по балансу энергии $\Delta E < -2$ ГэВ (рис. За) и поперечному импульсу $P_T < 0.12$ ГэВ. Отбор по недостающей энергии $E^*_{\rm miss}$ в системе покоя K^+ также подавляет фоны. Порог $E^*_{\rm miss} > 0$ выбран потому, что в распадах с участием ν при хорошей точности измерения $E^*_{\rm miss} \approx E^*_{\nu} > 0$. МК моделирование показывает, что события с отрицательными $E^*_{\rm miss}$ возникают преиму-

щественно из-за ошибочной идентификации пары $\gamma\gamma$ как π^0 ; некоторый вклад дает также конечное разрешение. Пик в недостающей массе ясно виден на рис. 3с. Мы фитируем этот спектр формой, полученной фитом соответствующего спектра МК на рис. 3b + полином 2 степени для описания фона. Интеграл МК формы дает 896 ± 51 событий распада.

4.3. $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$. Вычислены недостающая энергия $E^*_{\rm miss}$ и недостающий импульс $p^*_{\rm miss}$ в системе покоя K^+ ; они не всегда совпадают друг с другом, так как оставлена свободной недостающая масса. Большинство кандидатов не удовлетворяют естественному требованию $E^*_{\rm miss} > 0$ (рис. 4). Несколько оставшихся кандидатов забракованы требованием $|p_{\rm miss}| < 0.08 \, \Gamma$ эВ, обусловленным кинематикой распада: импульс ν не превышает $p^*_{\nu} < \frac{M^2_K - (3m_\pi)^2}{2M_K} \approx 0.08 \, \Gamma$ эВ. Как видно из рис. 4, кандидаты ни в коей мере не соответствуют МК моделированию.

5. Относительные вероятности. Эффективности регистрации вычислены как отношение числа прошедших отборы МК событий к полному числу сгенерированных событий. Полученная таким об-



Рис. 4. (Цветной онлайн) Поиск распада $K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$: модуль недостающего импульса и недостающая энергия в системе покоя K^+ , данные (красные точки), МК фон (синие звездочки) и МК сигнал (мелкие точки). Ни одно событие не проходит отборов, показанных прямоугольником

разом эффективность регистрации распада **x**, $\epsilon(x)$, число зарегистрированных в эксперименте событий n_x и табличное значение BR $(K^+ \to \pi^0 e^+ \nu) = (5.07 \pm \pm 0.04)$ % использованы для получения относительных вероятностей:

$$BR(x) = \frac{n_x}{n_{\pi^0 e^+ \nu}} \times \frac{\epsilon_{\pi^0 e^+ \nu}}{\epsilon_x} \times BR(\pi^0 e^+ \nu), \qquad (2)$$

 $x = \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$, $\pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$, $n_{\pi^0 \pi^0 e^+ \nu} < 2.3$ для 90 %CL.

Матричные элементы распадов вычислены в рамках Стандартной Модели:

$$M \sim (\bar{e}\gamma_{\alpha}(1+\gamma_5)\nu)H_{\alpha}.$$
 (3)

Лоренц-инвариантность, Бозе-статистика и малость массы электрона ограничивают адронный ток H_{α} следующими формами:

$$H_{\alpha} = f_{1}p_{\alpha} \quad \text{для} \quad K^{+} \to \pi^{0}e^{+}\nu,$$

$$H_{\alpha} = f_{1}(p_{1} + p_{2})_{\alpha} \quad \text{для} \quad K^{+} \to \pi^{0}\pi^{0}e^{+}\nu,$$

$$H_{\alpha} = f_{1}(p_{1} + p_{2} + p_{3})_{\alpha} + f_{4}q_{\alpha},$$

$$q = \frac{\{(p_{1} \cdot p_{2})p_{3}\}_{123}}{m_{\pi}^{2}} \quad \text{для} \quad K^{+} \to \pi^{0}\pi^{0}\pi^{0}e^{+}\nu. \quad (4)$$

Здесь p_i – импульсы пионов, а {} – симметризация по трем π^0 . $f_{1,4}(m_{e\nu}, m_h)$ – форм-факторы, в общем случае зависящие от масс лептонной и адронной систем: $m_{e\nu}^2 = (k_e + k_{\nu})^2$, $m_h^2 = (\sum_i p_i)^2$. Мы взяли феноменологическую параметризацию для f_1 из [13]; она мало влияет на эффективность. Мы не располагаем информацией по f_4 , однако МК моделирование показывает небольшое влияние f_4 на эффективность регистрации (до 9%, рис. 5). Мы приводим результат для наихудшего случая $f_4 = -3f_1$. Относительные вероятности приведены в табл. 1.



Рис. 5. Средний вес $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ событий, пропедших все отборы в зависимости от f_4/f_1 , светлые кружочки – $f_4 < 0$

6. Систематические ошибки. Наибольшая неопределенность, до 9%, возникает изза неизвестного отношения f_4/f_1 . Мы приводим верхний предел в самом пессимистическом предположении $f_4 = -3f_1$, он понизится до $BR(K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu) < 5 \times 10^{-8}$ 90%СL, если $f_4 \ll f_1$ (рис. 5). Отсутствие фона для распада $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ позволило применить предельно мягкие отборы, сделав расчет эффективности малочувствительным к возможным неточностям МК модели.

Согласие полученного $BR(K^+ \to \pi^0 \pi^0 e^+ \nu)$ с мировым средним доказывает, что ошибки в расчете эффективностей $\epsilon_{\pi^0 e^+ \nu}, \epsilon_{\pi^0 \pi^0 e^+ \nu}$ не превышают ошибки в измерении $BR(K^+ \to \pi^0 \pi^0 e^+ \nu)$ 51/896 $\approx 6\%$. Влияние такой неопределенности на верхний предел BR ничтожно. Если мы хотим поставить ограничение на некоторую величину *B*, связанную с наблюдаемым числом событий *n* соотношением $n = \epsilon B$ и ϵ известна с ошибкой $\pm \sigma_{\epsilon}$ [14], то при нормальном распределении ϵ вероятность выпадания n = 0 дается сверткой:

$$P_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\epsilon}}} \int \exp\left[-(\epsilon + x)B - \frac{x^2}{2\sigma_{\epsilon}^2}\right] dx.$$

В результате интегрирования получаем

$$P_0 = e^{-A}, \quad A = \epsilon B \left[1 - \left(\frac{\sigma_\epsilon}{\epsilon}\right)^2 \times \frac{\epsilon B}{2} \right]$$

Для 90% CL $P_0 = 0.1$, $A \approx 2.3$. Отсюда имеем $\epsilon B \approx 2.3 \left[1 + 1.15 \left(\frac{\sigma_\epsilon}{\epsilon} \right)^2 \right] \left(\frac{\sigma_\epsilon}{\epsilon} \ll 1 \right)$. Таким образом, поправка к верхнему пределу

Таким образом, поправка к верхнему пределу лишь квадратична по $(\sigma_{\epsilon}/\epsilon)$, т.е. пренебрежимо мала при любой разумной оценке ϵ .

7. Заключение. В рамках сотрудничества ОКА изучались 3 распада: $K^+ \to \pi^0 e^+ \nu, \ K^+ \to \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$

Распад	Число событий	Эффективность	BR, настоящая работа	BR, PDG
$K^+ \to \pi^0 e^+ \nu$	$8.4 imes 10^6$	1.08×10^{-2}	Нормировка	$(5.07 \pm 0.04)\%$
Жесткие отборы				
$K^+ \to \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$	896 ± 51	$2.3 imes 10^{-3}$	$(2.54 \pm 0.14) \times 10^{-5}$	$(2.55 \pm 0.04) \times 10^{-5}$
$K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$	0	1.89×10^{-3}	$< 5.4 \times 10^{-8} 90 \% \text{CL}$	$< 3.5 \times 10^{-6} 90 \% \text{CL}$

Таблица 1. Вычисление вероятностей распадов

и $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$, первый из которых использован для абсолютной нормировки результатов. Полученная величина BR $(K^+ \to \pi^0 \pi^0 e^+ \nu) = (2.54 \pm 0.14) \times$ $\times 10^{-5}$ согласуется с мировым средним в пределах статистических ошибок. Распад $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$ не обнаружен. Установлен верхний предел $BR(K^+ \rightarrow$ $\rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu) < 5.4 \times 10^{-8} 90\%$ CL – в 65 раз ниже опубликованного в настоящее время. Из-за неопределенности в матричном элементе верхний предел приведен в наихудшем предположении, он может быть еще на 9 % ниже. Важный результат настоящей работы – отсутствие фона к этому распаду, что позволяет улучшать ограничение линейно (а не как квадратный корень) с объемом доступного статистического материала. Это обстоятельство открывает большие возможности для будущих экспериментов с высокой статистикой.

Мы благодарим наших коллег из ускорительного отдела за хорошую работу У-70 во время набора данных; коллег из отдела пучков – за устойчивую работу канала 21К, включая работу ВЧдефлекторов, и коллег из инженерно-физического отдела – за бесперебойную работу криогенной системы ВЧ-дефлекторов.

Финансирование работы. Работа выполнена в Институте физики высоких энергий им. А. А. Логунова Национального исследовательского центра "Курчатовский институт" при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант # 22-12-0051).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

- В. С. Демидов, Е. П. Шебалин, Препринт ИТЭФ-31 (1991).
- J. Bijnens, G. Colangelo, G. Ecker, and J. Gasser, arXiv:hep-ph/9411311v1 16Nov 1994.
- 3. S. Blaser, Phys. Lett. B 345, 287 (1995).
- 4. J. Uretsky and J. Palfrey, Phys. Rev. 121, 1798 (1961).
- B. Adeva, L. Afanasyev, M. Benayoun et al. (Collaboration), Phys. Lett. B 704, 24 (2011).
- В. Н. Болотов, С. Н. Гниненко, Р. М. Джилкибаев, В. В. Исаков, Ю. М. Клубаков, В. Д. Лаптев, В. М. Лобашев, В. Н. Марин, А. А. Поблагуев, В. Е. Постоев, А. Н. Торопив, Письма в ЖЭТФ 47, 8 (1988).
- B. Powell, R. Heller, N. Ibold et al. (Collaboration), Nucl. Instrum. Meth. 198, 217 (1982).
- F.G. Binon, V.M. Buyanov, S.V. Donskov et al. (Collaboration), Nucl. Instrum. Meth. A 248, 86 (1986).
- 9. Ф. Бинон, К. Брикман, В.М. Буянов и др. (Collaboration), Препринт ИФВЭ-86-109 (1986).
- 10. V.F. Kurshetsov, PoS KAON09 051 (2009).
- A.S. Sadovsky, V.F. Kurshetsov, A.P. Filin et al. (Collaboration), Eur. Phys. J. C 78, 92 (2018).
- R. Brun, F. Bruyant, F. Carminati, S. Giani, M. Maire, A. McPherson, G. Patrick, and L. Urban, *CERN Program Library; W5013* (1993); DOI:10.17181/CERN.MUH (1993).
- J. R. Batley, G. Kalmus, C. Lazzeroni et al. (Collaboration), JHEP 08, 159 (2014); ArXiv ePrint: 1406.4749.
- 14. B. Roger, arXiv:hep-ex/0207026v1 6 Jul 2002.