

# Критическая температура и параметр порядка в сверхпроводящих гетероструктурах с учетом ненулевой константы связи в полидоменном ферромагнетике

В. А. Туманов<sup>1)</sup>, Ю. Н. Прошин

Казанский федеральный университет, 420008 Казань, Россия

Поступила в редакцию 28 августа 2024 г.

После переработки 10 сентября 2024 г.

Принята к публикации 19 сентября 2024 г.

Изучено сверхпроводящее состояние в гетероструктурах, содержащих слои сверхпроводника (S) и ферромагнетика (F), расщепленного на домены с учетом дальнедействующего электрон-электронного взаимодействия в ферромагнитном слое. Вычислены критическая температура и пространственное распределение параметра порядка для различных гетероструктур. Рассчитаны различные варианты спиновых клапанов, в том числе клапан, основанный на уединенной возвратной сверхпроводимости в асимметричных F/S/F системах. В зависимости критической температуры S/F/S системы от толщины ферромагнитного слоя наблюдается смещение минимума из-за наличия доменной структуры. Получено состояние с чередующимися знаками фазы сверхпроводящего параметра порядка в одном из сверхпроводящих слоев на фоне доменных стенок. В F/S/F системах чередование знака фазы также возможно на краю одного из ферромагнитных слоев за счет чередования направления намагниченности. Обсуждается возможность использования чувствительности фазы параметра порядка к магнитным неоднородностям для создания управляемого джозефсоновского 0- $\pi$  контакта.

DOI: 10.31857/S0370274X24100226, EDN: ORJBRK

**1. Введение.** Контакт сверхпроводника (S) с ферромагнитным металлом (F) привлекает внимание исследователей из-за возможности сосуществования ферромагнитного и сверхпроводящего упорядочения в пределах одного образца [1–4]. Большой интерес представляют разнообразные джозефсоновские контакты [4–8] и спиновые клапаны [9–15], сформированные из тонких слоев сверхпроводника (S) и ферромагнетика. В недавних исследованиях [5, 16–24] прослеживается большой интерес к системам, в которых сверхпроводимость сосуществует с неоднородными магнитными текстурами. Одним из наиболее распространенных типов неоднородностей в слоистых системах является структура доменов. В природных системах характерный размер магнитных неоднородностей велик по сравнению с сверхпроводящей длиной когерентности  $\xi_s$ . В искусственных системах можно достичь гораздо более мелких магнитных неоднородностей [25], в частности, доменов [26, 27], и влияние таких магнитных неоднородностей на критическую температуру становится значительным [2, 28–31]. В уединенном сверхпроводнике дальнедействующее притяжение коллективизированных электронов является основным механиз-

мом, приводящим к возникновению сверхпроводящего состояния ниже критической температуры  $T_c$ . Аналогичное притяжение в ферромагнитном металле, даже если присутствует, как правило, не приводит к возникновению сверхпроводимости, так как сосуществует с ферромагнитным взаимодействием. Образованию куперовских пар с противоположными спинами будет препятствовать более сильное ферромагнитное взаимодействие, выстраивающие спины электронов сонаправлено. В гетероструктурах сверхпроводник/ферромагнетик притяжение электронов в ферромагнетике проявляет себя и может приводить к повышению критической температуры. В работах [32–34], стимулированных экспериментами на сверхрешетках La/Gd [35, 36], показано, что в специально приготовленных гетероструктурах этот эффект может быть очень значительным. Влияние положительной константы связи в ферромагнетике может проявиться, если ферромагнитное взаимодействие будет сильно подавлено. Одним из механизмов такого подавления может быть разворот направления намагниченности на масштабах сверхпроводящей длины когерентности. В таких системах теоретические расчеты прогнозируют возможность наблюдения уединенной возвратной сверхпроводимости

<sup>1)</sup>e-mail: tumanvadim@yandex.ru

сти — появление сверхпроводимости при увеличении толщины одного из прилегающих к сверхпроводнику ферромагнитных слоев [34].

Механизм влияния магнитных неоднородностей на сверхпроводимость и, в частности, на критическую температуру изучен во многих работах [2, 28–31]. При этом количественное описание такого влияния затруднено технической сложностью этой задачи и остается актуальным. Предложенный недавно численный подход [37, 38] значительно упрощает эту задачу. В рамках этого подхода в настоящей работе рассмотрены различные конфигурации намагниченности (включая доменную структуру) в S/F/S и F/S/F системах в рамках теории эффекта близости в грязном пределе. Проведена оценка влияния электрон-электронного взаимодействия в ферромагнитных слоях на критическую температуру и параметр порядка вблизи критической температуры для таких систем.

**2. Модель.** Мы рассматриваем слои сверхпроводника и ферромагнетика в грязном пределе: длина когерентности в сверхпроводнике и ферромагнетике  $\xi_{s(f)}$  значительно больше соответствующих длин свободного пробега  $l_{s(f)}$  [1, 2]. Такое соотношение параметров характерно для широкого круга экспериментальных систем, и это приближение хорошо зарекомендовало себя при описании эксперимента даже вне области применимости [1, 39]. В этом случае мы можем использовать уравнения Узаделя [1, 2] для описания сверхпроводимости в слоистой системе. Поле, создаваемое самим ферромагнитным слоем, также играет важную роль в определенных случаях [18, 19, 23]. В настоящей работе мы будем пренебрегать таким полем, поскольку для тонких ферромагнитных пленок оно относительно невелико, и в этом случае, по мнению большинства исследователей (см., например, работу [40] или обзоры [1–4]), критическая температура для хорошего контакта с металлом зависит главным образом от степени проникновения куперовских пар в металлический ферромагнетик. При температуре, близкой к критической, уравнения Узаделя для ферромагнитного слоя с произвольной намагниченностью можно записать в виде [3, 5]:

$$\frac{D_f}{2} \hat{\nabla}^2 \hat{F}_f(\mathbf{r}, \omega) - |\omega| \hat{F}_f(\mathbf{r}, \omega) - \frac{i}{2} \text{sgn} \omega \left\{ (\mathbf{I}, \hat{\sigma}), \hat{F}_f(\mathbf{r}, \omega) \right\} = -\hat{\Delta}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где  $\omega$  — частоты Мацубары,  $\mathbf{I}$  — вектор эффективного обменного поля,  $\hat{F}_f(\mathbf{r}, \omega)$  — матричная функции Узаделя в F слое [3, 5], описывающая поведение син-

глетных и триплетных куперовских пар,  $D_f$  — коэффициент диффузии в ферромагнитном слое,  $\hat{\sigma}$  — вектор, состоящий из матриц Паули, фигурные скобки обозначают антикоммутатор. Здесь и далее для простоты предполагается, что  $k_B = \mu_B = \hbar = 1$ , где  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $\mu_B$  — магнетон Бора.  $\Delta(\mathbf{r})$  — сверхпроводящий параметр порядка. Здесь учтено, что константа электрон-электронного взаимодействия может быть отлична от нуля в ферромагнитном слое. В сверхпроводящем слое уравнения Узаделя имеют вид:

$$\frac{D_s}{2} \hat{\nabla}^2 \hat{F}_s(\mathbf{r}, \omega) - |\omega| \hat{F}_s(\mathbf{r}, \omega) = -\hat{\Delta}(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где  $\hat{F}_s(\mathbf{r}, \omega)$  и  $D_s$  — матричная функция Узаделя и коэффициент диффузии в сверхпроводящем слое соответственно. В этой статье мы рассмотрим случай без сверхпроводящего тока через систему. Граничные условия на внешних границах соответствуют отсутствию потока куперовских пар:

$$\frac{\partial \hat{F}_{s(f)}(\mathbf{r}, \omega)}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

Для простоты мы здесь и далее ограничимся рассмотрением границ, расположенных перпендикулярно оси  $x$  (см. рис. 1). На внутренних границах S/F работают граничные условия Куприянова–Лукичева [1, 41]:

$$\begin{cases} \frac{4D_s}{\sigma_s v_s} \frac{\partial \hat{F}_s(\mathbf{r}, \omega)}{\partial x} = \frac{4D_f}{\sigma_f v_f} \frac{\partial \hat{F}_{f1}(\mathbf{r}, \omega)}{\partial x} \\ \frac{4D_f}{\sigma_f v_f} \frac{\partial \hat{F}_{f1}(\mathbf{r}, \omega)}{\partial x} = \hat{F}_s(\mathbf{r}, \omega) - \hat{F}_{f1}(\mathbf{r}, \omega), \end{cases} \quad (4)$$

где  $\sigma_{s(f)}$  — параметры прозрачности со стороны сверхпроводника (ферромагнитного металла). Эти параметры связаны между собой соотношением  $n_{sf} = (N_f v_f) / (N_s v_s)$ , где  $N_{s(f)}$  — плотность электронных состояний на уровне Ферми,  $v_{s(f)}$  — скорость Ферми. Это соотношение следует из условия детального баланса  $N_s \sigma_s v_s = N_f \sigma_f v_f$  [42]. Краевая задача дополнена уравнением самосогласования [1, 2]:

$$\Delta(\mathbf{r}) \ln \frac{T}{T_{cs(k)}} = \pi T \sum_{\omega > 0}^{\omega_D(k)} \text{Sp} \left( \hat{F}_{(k)}(\mathbf{r}, \omega) - \frac{\Delta(\mathbf{r})}{\omega} \right), \quad (5)$$

где  $T_{cs}$  — критическая температура объемного сверхпроводника,  $\omega_D$  — дебаевская частота, индекс  $k$  нумерует слои. Для ферромагнитных слоев мы также будем иногда использовать параметр  $T_{cs}$ . В ферромагнетике он теряет первоначальный смысл. Параметр  $T_{cs}$  связан с константой электрон-электронного взаимодействия (см. далее выражение (8)) и означает критическую температуру сверхпроводящего пе-

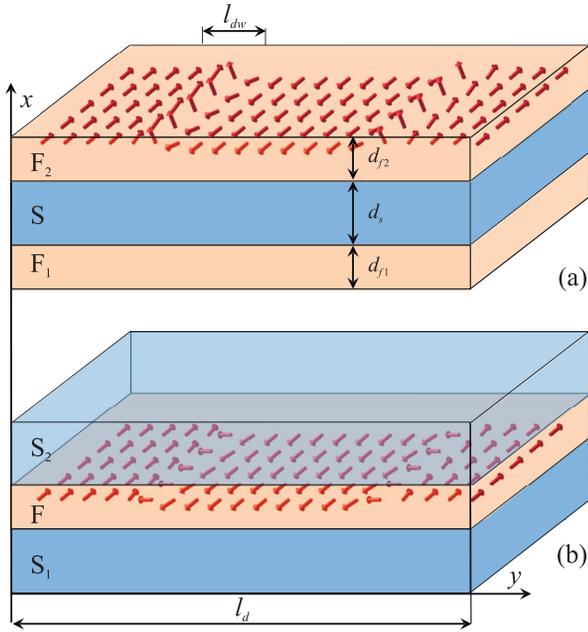


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематическое изображение F/S/F (a) и S/F/S (b) систем, в которых один из ферромагнитных слоев разделен на полосовые домены стенками Блоха (a) или Нееля (b)

рехода для металла в рамках теории БКШ, если изъять из уравнений слагаемое, отвечающее за обменное взаимодействие.

**3. Численный метод.** Для решения описанной задачи мы будем использовать итерационную процедуру, в которой критическая температура и профиль параметра порядка уточняются на каждом шаге. Процедура подробно описана в наших предыдущих работах [37, 38]. Приведем здесь только ключевые идеи алгоритма. Стартуя с затравочных температуры и пространственного распределения параметра порядка, мы численно решаем описанную краевую задачу. Чтобы рассчитать параметр порядка в каждом слое с номером  $k$  на следующем шаге, мы используем итерационную формулу, основанную на уравнении самосогласования:

$$\Delta_{(n+1)}(\mathbf{r}) = \lambda_{(k)} \pi T_{(n)} \sum_{\omega > 0}^{\omega_D(k)} \text{Sp} \hat{F}_{(k)(n)}(\mathbf{r}, \omega). \quad (6)$$

Сумма в правой части (6) немного модифицирована на верхней границе, чтобы достичь непрерывности по температуре:

$$\sum_{\omega > 0}^{\omega_D} f(\omega) \Rightarrow \sum_{\omega > 0}^{\omega_m} f(\omega) + \frac{\omega_D - \omega_m}{2\pi T} f(\omega_{m+1}), \quad (7)$$

где  $m$  такое, что  $\omega_m \leq \omega_D < \omega_{m+1}$ . Безразмерная

константа связи  $\lambda_{(k)}$  связана с  $T_{cs(k)}$  следующим образом:

$$\lambda_{(k)} = \left( 2\pi T_{cs(k)} \sum_{\omega > 0}^{\omega_D(k)} \frac{1}{\omega} \right)^{-1}. \quad (8)$$

Заметим, что (6) не является уравнением самосогласования и совпадает с ним только после успешного нахождения самосогласованного решения. Далее мы вычисляем среднее значение модуля параметра порядка по всей системе и определяем величину  $a = \langle |\Delta| \rangle / \langle |\Delta_0| \rangle$ , которую мы используем в дальнейшем. Здесь  $\langle |\Delta_0| \rangle$  обозначает среднее от параметра порядка на предыдущей итерации. Температура на каждой итерации также меняется:

$$T_{(n+1)} = T_{(n)} a^p (T_{cs}/T_{(n)}), \quad (9)$$

где параметр  $p > 0$  динамически настраивается для достижения более быстрой и стабильной сходимости. В этой формуле используется наибольшее значение  $T_{cs}$  в системе. Когда параметры порядка на соседних итерациях совпадают с заданной точностью, краевая задача считается решенной. В противном случае параметр порядка нормируется на величину  $a$  и мы снова переходим к решению краевой задачи. Температуру, полученную в ходе работы алгоритма, можно считать критической температурой. Строго говоря, критической температурой была бы наивысшая температура, при которой обеспечивается самосогласованное решение. Однако в большинстве случаев алгоритм находит единственное решение с заданной точностью. Для бислоя S/F с однородными ферромагнитными слоями, результаты, полученные с использованием нашего подхода, согласуются с результатами, полученными с помощью метода фундаментального решения, описанного в работе [43].

**4. F/S/F системы.** Рассмотрим для начала F/S/F системы, содержащие однородные слои ферромагнетика (рис. 2). Для вычисления зависимостей на этой фазовой диаграмме и всех, приведенных ниже, использованы следующие общие параметры. Для ферромагнетика  $\omega_D(F) = 460$  К,  $2I\tau_f = 0.5$ , где  $\tau_f$  – время свободного пробега. Свойства сверхпроводника близки к свойствам ванадия в одной из серий образцов в эксперименте [39]:  $\omega_D(S) = 390$  К,  $T_{cs} = 5.4$  К,  $\xi_s = 125$  Å, длина когерентности чистого сверхпроводника  $\xi_{s0} = 443$  Å. Параметры всех внутренних границ одинаковы:  $\sigma_s = 10$ ,  $n_{sf} = 5$ . Здесь и далее предполагается, что в ферромагнитном металле отсутствует магнитно-мертвый слой (*magnetic dead layer*), что характерно для сильных магнетиков с резкими границами. Так, например, в эксперименте [39] слои железа толщиной  $1.5\text{--}2$  Å понизили кри-

тическую температуру системы Fe/V/Fe почти в 2 раза. Характерная длина затухания  $\xi_I = \sqrt{D_f/2I}$  и длина когерентности  $\xi_f = \sqrt{D_f/2\pi T_{cs}}$  для ферромагнитного металла указаны в подписях к рис. 2–8. Полученные зависимости согласуются с результатами, полученными методом постоянного в пределах слоя параметра порядка в работах [44–46]: специальным подбором толщин можно добиться уединенной возвратной сверхпроводимости. Наличие дальнего действующего притяжения электронов в ферромагнитном слое расширяет диапазон параметров, при которых прогнозируется такое поведение критической температуры (см. штриховые кривые на рис. 2). В текущей работе мы рассмотрели случай достаточно сильного ферромагнетика, и наличие  $\lambda_f$  играет меньшую роль по сравнению с мягким ферромагнетиком, рассмотренным в [44, 45].

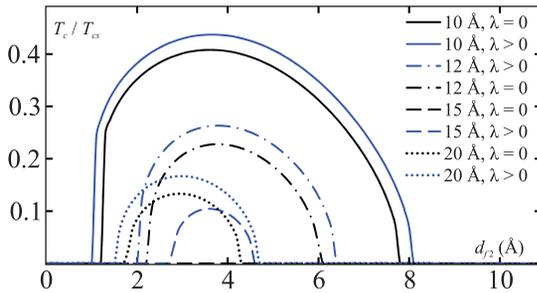


Рис. 2. (Цветной онлайн) Критическая температура структуры  $F_1/S(105 \text{ \AA})/F_2$  в зависимости от толщины  $d_{f_2}$  слоя  $F_2$ . Синие кривые соответствуют константе связи в ферромагнетике  $\lambda_f = 0.204$ , черные соответствуют случаю  $\lambda_f = 0$ . Сплошные кривые соответствуют толщине  $d_{f_1}$  слоя  $F_1$ , равной  $10 \text{ \AA}$ , штрихпунктирные –  $d_{f_1} = 12 \text{ \AA}$ , штриховые –  $d_{f_1} = 15 \text{ \AA}$ , пунктирные –  $d_{f_1} = 20 \text{ \AA}$ . Параметры слоев:  $I = 1000 \text{ K}$ ,  $\xi_I = 8.2 \text{ \AA}$ ,  $\xi_f = 63 \text{ \AA}$

Рассмотрим далее F/S/F системы, в которых один или оба ферромагнитных слоя расщеплены на периодическую систему полосовых доменов с периодом  $l_d$ . Доменная граница описывается следующей зависимостью полярного угла от координаты [47]:

$$\theta = 2 \arctan \exp\left(\frac{y - y_0}{l_{dw}}\right), \quad (10)$$

где  $y_0$  – положение доменной стенки, величину  $l_{dw}$  принято называть толщиной доменной стенки. Если азимутальный угол  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  – это доменная граница Нееля, при  $\varphi = 0$  – доменная граница Блоха (см. рис. 1). Предполагается, что при наличии двух неоднородных ферромагнетиков тип стенок и параметры доменной структуры одинаковы. В таком случае, ес-

ли пренебречь магнитным полем, тип стенки не влияет на критическую температуру.

На рисунке 3 представлен пример распределения параметра порядка для системы F/S/F с двумя расщепленными на домены слоями. В данном случае направления намагниченностей в F слоях, разделенных сверхпроводником, инвертированы друг относительно друга. Как можно видеть на рис. 5 такая магнитная текстура отвечает наибольшей  $T_c$ . В данном примере выбран больший по сравнению с  $\xi_s$  размер домена и влияние доменной структуры не сглажено слишком сильно в плоскости границы [37]. На рисунке 3 можно видеть, что вблизи стенок плотность куперовских пар наибольшая. Это обусловлено ослаблением распаривающего действия ферромагнитных слоев за счет влияния магнитных неоднородностей. Механизм этого влияния достаточно сложен, так на магнитных неоднородностях формируется значительная плотность триплетных куперовских пар.

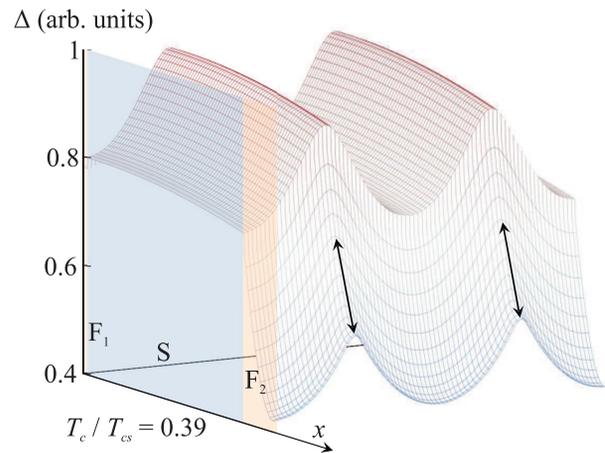


Рис. 3. (Цветной онлайн) Распределение сверхпроводящего параметра порядка в системе  $F_1(3.5 \text{ \AA})/S(105 \text{ \AA})/F_2(20 \text{ \AA})$ . Намагниченность полудоменных слоев, разделенных сверхпроводником, инвертирована. Параметры слоев и доменной структуры:  $I = 500 \text{ K}$ ,  $\xi_I = 16.3 \text{ \AA}$ ,  $\xi_f = 89 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_f = 0.211$ ,  $l_d = 5000 \text{ \AA}$ ,  $l_{dw}/l_d = 0.015$ . На рисунке 3, 4, 6 и 8 стрелки показывают положение доменных стенок и размеры слоев показаны в масштабе только по оси  $x$

На рисунке 4 представлено распределение параметра порядка для F/S/F системы, в которой один из слоев однороден, а второй – расщеплен на домены. На рисунке 4 (и далее на рис. 6) намагниченность в центре домена параллельна или антипараллельна намагниченности второго ферромагнитного слоя. Слой  $F_1$  выбран очень тонким, но на рис. 4 можно видеть,

что его намагниченность очень сильно влияет на параметр порядка. При таком подборе толщин влияние антиколлинейной намагниченности схоже с влиянием доменных стенок. Модуль параметра порядка почти постоянен в области антиколлинейной намагниченности и достигает максимума на краю стенок. Для F/S/F системы такого типа в нашей предыдущей работе [37] проводилось сравнение теории с экспериментом [27], в котором, по нашим оценкам, наблюдается сильное влияние мелких доменов на критическую температуру.

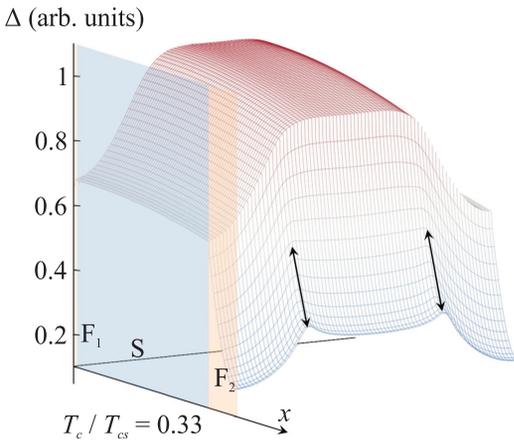


Рис. 4. (Цветной онлайн) Распределение сверхпроводящего параметра порядка в системе F<sub>1</sub>(2 Å)/S(125 Å)/F<sub>2</sub>(25 Å). Слой F<sub>2</sub> расщеплен на домены. Параметры слоев и доменной структуры: I = 500 K, ξ<sub>I</sub> = 16.3 Å, ξ<sub>f</sub> = 89 Å, λ<sub>f</sub> = 0.211, l<sub>d</sub> = 3000 Å, l<sub>dw</sub>/l<sub>d</sub> = 0.015

На рисунке 5 представлена зависимость критической температуры от периода доменной структуры для различных F/S/F структур. Для параллельной однородной намагниченности T<sub>c</sub> = 0 для выбранных на рис. 5 толщин слоев. Кроме этого, подобно случаю штриховых кривых на рис. 2, при λ<sub>f</sub> = 0 критическая температура также равна 0 для однородных антипараллельных слоев. При l<sub>d</sub> порядка ξ<sub>s</sub> влияние магнитных однородностей на критическую температуру доминирует, но при увеличении l<sub>d</sub> взаимная ориентация разделенных сверхпроводником слоев оказывается более важной. Величина λ<sub>f</sub> значительно влияет на критическую температуру даже в случае, когда воздействие обменного поля сильно подавлено мелкими доменами.

На рисунке 6 представлена та же система, что и на рис. 4, но однородный ферромагнитный слой F<sub>1</sub> толще и влияние антипараллельной ориентации начинает доминировать. На вставке рис. 6 можно видеть еще одну интересную особенность: на внешней границе неоднородного ферромагнитного слоя фаза

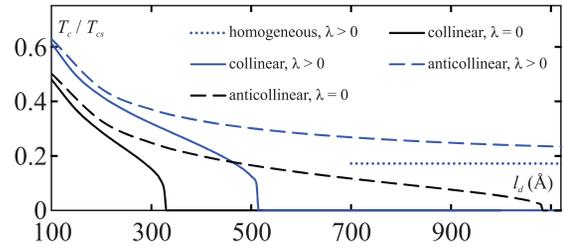


Рис. 5. (Цветной онлайн) Критическая температура структуры F<sub>1</sub>(8.5 Å)/S(105 Å)/F<sub>2</sub>(40 Å) в зависимости от периода доменной структуры l<sub>d</sub>. Синие кривые соответствуют константе связи в ферромагнетике λ<sub>f</sub> = 0.204, черные – соответствуют случаю λ<sub>f</sub> = 0. Сплошной линией показан случай, когда оба слоя расщеплены на идентичные домены, штриховая – домены, разделенные сверхпроводником, ориентированы антипараллельно. Пунктирной линией показана критическая температура для монодоменной антипараллельной ориентации намагниченностей. Параметры слоев: I = 200 K, ξ<sub>I</sub> = 20.4 Å, ξ<sub>f</sub> = 70 Å, l<sub>dw</sub>/l<sub>d</sub> = 0.025

параметра порядка меняется на π при параллельной ориентации намагниченностей тела домена и однородного слоя F<sub>1</sub>. Распределение сверхпроводящего параметра порядка такого типа образуют так называемые структуры доменов сверхпроводящей фазы [48]. Такая особенность качественно объясняется подкручиванием фазы парной амплитуды в ферромагнитном слое. В областях с антипараллельной ориентацией подкручивание слегка подавлено за счет влияния слоя F<sub>1</sub>. В области локализации доменных стенок можно видеть небольшие максимумы параметра порядка, так как магнитные неоднородности также замедляют изменение фазы парной амплитуды в слое F<sub>2</sub>.

**5. S/F/S системы.** Рассмотрим далее S/F/S системы с ферромагнитным слоем, расщепленным на домены. На рисунке 7 представлена зависимость критической температуры сверхпроводящего перехода S/F/S системы в зависимости от толщины ферромагнитного слоя для различных значений λ<sub>f</sub>, характеризующих интенсивность электрон-электронных корреляций в ферромагнетике, и периодов доменной структуры. Магнитные неоднородности повышают критическую температуру и изменяют глубину и положение минимума на представленной зависимости. Дальнедействующее притяжение электронов в ферромагнетике достаточно равномерно повышает критическую температуру при любых толщинах барьерного слоя.

Чередующаяся фаза параметра порядка возможна при наличии неоднородного ферромагнитного слоя. На рисунке 8 показана S/F/S система, ферро-

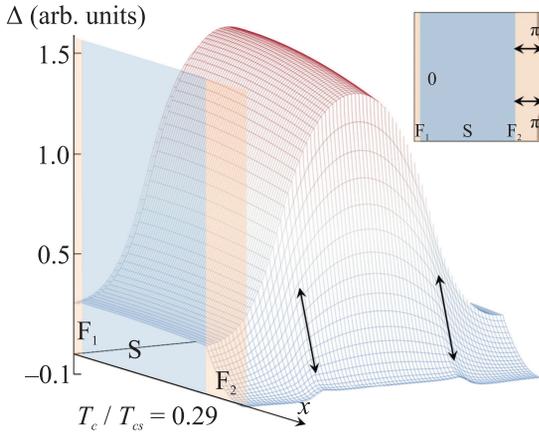


Рис. 6. (Цветной онлайн) Распределение сверхпроводящего параметра порядка в системе  $F_1(6 \text{ \AA})/S(105 \text{ \AA})/F_2(37 \text{ \AA})$ . Слой  $F_2$  разделен на домены. На вставке показано распределение фазы параметра порядка в плоскости  $xy$  в этой системе. Параметры слоев:  $I = 500 \text{ K}$ ,  $\xi_I = 16.3 \text{ \AA}$ ,  $\xi_f = 89 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_f = 0.211$ ,  $l_d = 5000 \text{ \AA}$ ,  $l_{dw}/l_d = 0.015$

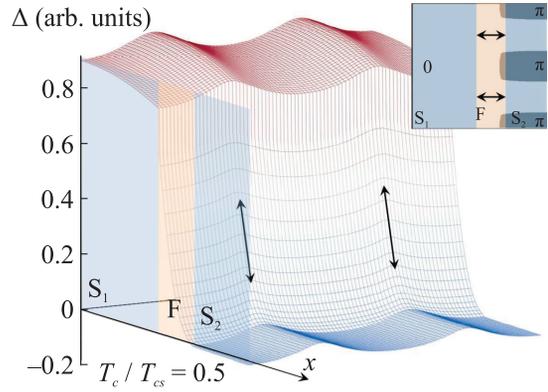


Рис. 8. (Цветной онлайн) Распределение сверхпроводящего параметра порядка в системе  $S_1(140 \text{ \AA})/F(57 \text{ \AA})/S_2(100 \text{ \AA})$ . На вставке показано распределение фазы параметра порядка в плоскости  $xy$  в этой системе. Параметры слоев:  $I = 200 \text{ K}$ ,  $\xi_I = 20.4 \text{ \AA}$ ,  $\xi_f = 70 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_f = 0.179$ ,  $l_d = 5000 \text{ \AA}$ ,  $l_{dw}/l_d = 0.015$

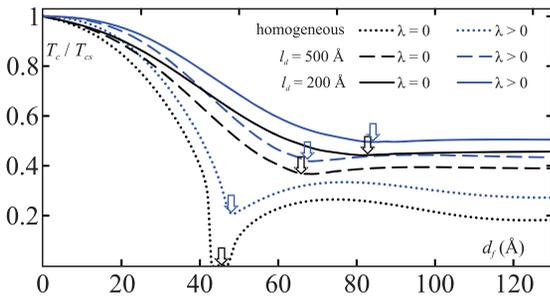


Рис. 7. (Цветной онлайн) Критическая температура структуры  $S_1(110 \text{ \AA})/F/S_2(100 \text{ \AA})$  в зависимости от толщины монодоменного и полидоменного слоя  $d_f$ . Синие кривые соответствуют константе связи в ферромагнетике  $\lambda_f = 0.225$ , черные соответствуют случаю  $\lambda_f = 0$ . Сплошные кривые соответствуют периоду доменной структуры  $l_d = 200 \text{ \AA}$ , штриховые –  $l_d = 500 \text{ \AA}$ , пунктирные – монодоменному F слою. Стрелки указывают позиции  $0-\pi$  переходов. Параметры слоев:  $I = 200 \text{ K}$ ,  $\xi_I = 20.4 \text{ \AA}$ ,  $\xi_f = 70 \text{ \AA}$ ,  $l_{dw}/l_d = 0.025$

магнитный слой в которой расщеплен на периодическую систему полосовых доменов. Толщина ферромагнитного слоя подобрана таким образом, что разность фаз параметра порядка меняется в плоскости границы. Разность фаз оказывается равной 0 в области локализации доменных стенок и равна  $\pi$  в центре домена. Максимальный модуль параметра порядка на свободной границе слоя  $S_2$  по нашим оценкам не превышает 10% от среднего модуля параметра порядка в слое  $S_1$  (около 5% на рис. 8). Учитывая результаты, показанные на рис. 7, механизм такого по-

ведения можно понять: положение первого минимума  $T_c(d_f)$  (при его наличии) приблизительно соответствует смене знака действительной части диагональных компонент матричной функции Узаделя внутри ферромагнитного слоя. Магнитные неоднородности влияют на интенсивность распаривания куперовских пар в ферромагнетике, и значение толщины  $d_f$ , соответствующей  $0-\pi$  переходу, растет. Для доменов, размер которых порядка длины когерентности, параметр порядка сильно сглажен в плоскости границы [37], что препятствует наблюдению доменов сверхпроводящей фазы. Нижняя оценка размера магнитного домена, при котором возможно наблюдение чередования фазы, примерно  $5\xi_s$ . С другой стороны, когда толщина стенки превышает  $\xi_s$  на порядок, ее влияние становится слишком слабым и эффект также пропадает. Таким образом, для S/F/S и F/S/F систем грубая нижняя оценка размера домена сверхпроводящей фазы порядка  $\xi_s$ , а максимальный размер  $0$ -доменов в S/F/S системах превышает  $\xi_s$  примерно на порядок. Точно подобрав толщину ферромагнитного слоя, можно использовать такую систему в качестве управляемого джозефсоновского  $0-\pi$  контакта [49], добавив небольшие сверхпроводящие контакты, отделенные от системы немагнитным барьером. Контакты могут быть размещены как на S слоях, разделенных ферромагнетиком, так и на более тонком слое  $S_2$ . Манипулируя положением доменной стенки, можно добиться разности фаз между контактами либо 0, либо  $\pi$ . Динамика доменных стенок и методы манипуляции их положением под воздействием внешнего поля или тока подробно изучены теоретически [50, 51] и экспериментально [52]. В работе

[48] был предложен специальный дизайн джозефсоновской структуры, позволяющий надежно наблюдать домены сверхпроводящей фазы. В этой работе рассматривалась S-F/N-sIS система, где роль доменной стенки играла область нормального металла, а роль тела домена выполняла однородная ферромагнитная область. В ней также были подробно рассмотрены способы управления состояниями системы и перспективы ее применения в элементах памяти. Похожим образом может использоваться и F/S/F система, рассмотренная в предыдущем разделе (см. рис. 6), если разместить маленький сверхпроводящий контакт на поверхности полидоменного ферромагнитного слоя F<sub>2</sub>. В данном случае управление разностью фаз может осуществляться либо смещением доменной структуры, либо разворотом намагниченности монодоменного слоя F<sub>1</sub>.

**6. Заключение.** В работе теоретически изучено влияние периодической доменной структуры на критическую температуру F/S/F и S/F/S систем. Рассмотрено совместное воздействие взаимной ориентации намагниченности и ее градиента. Исследован случай ненулевой константы электрон-электронного взаимодействия в F-слоях таких систем. Изучено возникновение уединенной возвратной сверхпроводимости в асимметричных F/S/F системах с однородной и неоднородной намагниченностью. Полученные результаты применимы также к периодическим сверхрешеткам с чередующимися S и F слоями. Найдены интересные особенности распределения сверхпроводящего параметра порядка по образцу. Отметим смену знака фазы параметра порядка в F/S/F и S/F/S системах, а также связанное с этим эффектом смещение минимума в зависимости  $T_c(d_f)$  для полидоменного ферромагнитного слоя. В частности, предложенная геометрия S/F/S системы представляет собой набор  $\pi$  контактов в плоскости границы и чередующихся 0 и  $\pi$  контактов перпендикулярно границе. Рассмотренные F/S/F и S/F/S системы могут быть использованы в качестве управляемых 0- $\pi$  джозефсоновских контактов.

**Финансирование работы.** Работа выполнена за счет средств Программы стратегического академического лидерства Казанского (Приволжского) федерального университета.

**Конфликт интересов.** Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. Ю. А. Изюмов, Ю. Н. Прошин, М. Г. Хусаинов, УФН **172**, 113 (2002).
2. A. I. Buzdin, Rev. Mod. Phys. **77**, 935 (2005).

3. F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, Rev. Mod. Phys. **77**, 1321 (2005).
4. K. B. Efetov, I. A. Garifullin, A. F. Volkov, and K. Westerholt, Springer Tracts Mod. Phys. **227**, 251 (2008).
5. Ya. V. Fominov, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, Phys. Rev. B **75**, 104509 (2007).
6. B. Crouzy, S. Tollis, and D. A. Ivanov, Phys. Rev. B **76**, 134502 (2007).
7. О. Н. Борисова, В. А. Туманов, Ю. Н. Прошин, ФММ **121**, 482 (2020).
8. А. А. Максимовская, В. И. Ружицкий, Н. В. Кленов, С. В. Бакурский, М. Ю. Куприянов, И. И. Соловьев, Письма в ЖЭТФ **115**, 786 (2022).
9. S. Oh, D. Youm, and M. Beasley, Appl. Phys. Lett. **71**, 2376 (1997).
10. L. R. Tagirov, Phys. Rev. Lett. **83**, 2058 (1999).
11. A. I. Buzdin, A. V. Vedyayev, and N. V. Ryzhanova, Europhys. Lett. **48**, 686 (1999).
12. Yu. N. Proshin, A. Zimin, N. G. Fazleev, and M. G. Khusainov, Phys. Rev. B. **73**, 184514 (2006).
13. М. В. Авдеев, Ю. Н. Прошин, ЖЭТФ **144**, 1251 (2013).
14. Р. Р. Гайфуллин, В. Н. Кушнир, Р. Г. Деминов, Л. Р. Тагиров, М. Ю. Куприянов, А. А. Голубов, ФТТ **61**, 1585 (2019).
15. А. А. Камашев, Н. Н. Гарифьянов, А. А. Валидов, В. Е. Катаев, А. С. Осин, Я. В. Фоминов, И. А. Гарифуллин, Письма в ЖЭТФ **119**, 296 (2024).
16. M. Houzet and A. I. Buzdin, Phys. Rev. B **74**, 214507 (2006).
17. D. S. Rabinovich, I. V. Bobkova, and A. M. Bobkov, Phys. Rev. B **98**, 184511 (2018).
18. V. L. Vadimov, M. V. Sapozhnikov, and A. S. Mel'nikov, App. Phys. Lett. **113**, 032402 (2018).
19. J. Baumard, J. Cayssol, F. S. Bergeret, and A. Buzdin, Phys. Rev. B **99**, 014511 (2019).
20. B. Krunavakarn, Phys. Lett. A **383**, 1341 (2019).
21. С. В. Миронов, А. В. Самохвалов, А. И. Буздин, А. С. Мельников, Письма в ЖЭТФ **113**, 102 (2021).
22. A. P. Petrović, M. Raju, X. Y. Tee, A. Louat, I. Maggio-Aprile, R. M. Menezes, M. J. Wyszyński, N. K. Duong, M. Reznikov, C. Renner, and M. V. Milošević, Phys. Rev. Lett. **126**, 117205 (2021).
23. E. S. Andriyakhina and I. S. Burmistrov, Phys. Rev. B **103**, 174519 (2021).
24. Е. С. Андрияхина, С. Апостолюфф, И. С. Бурмистров, Письма в ЖЭТФ **116**, 801 (2022).
25. A. O. Leonov, T. L. Monchesky, N. Romming, A. Kubetzka, A. N. Bogdanov, and R. Wiesendanger, New J. Phys. **18**, 065003 (2016).
26. J. Unguris, R. J. Celotta, and D. T. Pierce, Phys. Rev. Lett. **67**, 140 (1991).

27. В. А. Туманов, Ю. В. Горюнов, Ю. Н. Прошин, Письма в ЖЭТФ **107**, 449 (2018).
28. T. Champel and M. Eschrig, Phys. Rev. B **71** 220506 (2005).
29. V. A. Tumanov and Y. N. Proshin, J. Low Temp. Phys. **185**, 460 (2016).
30. N. G. Pugach, M. Safonchik, T. Champel, M. E. Zhitomirsky, E. Lähderanta, M. Eschrig, and C. Lacroix, Appl. Phys. Lett. **111**, 162601 (2017).
31. В. А. Туманов, В. Е. Зайцева, Ю. Н. Прошин, Письма в ЖЭТФ **116**, 443 (2022).
32. М. Г. Хусаинов, М. М. Хусаинов, Н. М. Иванов, Ю. Н. Прошин, Письма в ЖЭТФ **89**, 730 (2009).
33. М. Г. Хусаинов, М. М. Хусаинов, Н. М. Иванов, Ю. Н. Прошин, Письма в ЖЭТФ **90**, 134 (2009).
34. М. Г. Хусаинов, М. М. Хусаинов, Н. М. Иванов, Ю. Н. Прошин, Письма в ЖЭТФ **90**, 402 (2009).
35. P. P. Deen, J. P. Goff, R. C. C. Ward, M. R. Wells, and A. Stunault, JMMM **240**, 553 (2002).
36. P. P. Deen, J. P. Goff, R. C. C. Ward, M. R. Wells, S. Langridge, R. Dalglish, S. Foster, and G. J. McIntyre, J. Phys. Condens. Matter **17**, 3305 (2005).
37. V. A. Tumanov and Yu. N. Proshin, Phys. Met. Metallogr. **125**, 237 (2024).
38. V. A. Tumanov and Yu. N. Proshin, Magnetic Resonance in Solids. **26**, 24111 (2024).
39. I. A. Garifullin, D. A. Tikhonov, N. N. Garif'yanov, L. Lazar, Yu. V. Goryunov, S. Ya. Khlebnikov, L. R. Tagirov, K. Westerholt, and H. Zabel, Phys. Rev. B **66**, 020505-R (2002).
40. F. S. Bergeret, K. V. Efetov, and A. I. Larkin, Phys. Rev. B **62**, 11872 (2000).
41. М. Куприянов, В. Лукичѳв, ЖЭТФ **94**, 139 (1988).
42. М. Г. Хусаинов, Письма в ЖЭТФ **53**, 554 (1991).
43. Ya. V. Fominov, N. M. Chtchelkatchev, and A. A. Golubov, Phys. Rev. B **66**, 014507 (2002).
44. Yu. Proshin, M. Avdeev, M. Khusainov, and M. Khusainov, JMMM **324**, 3478 (2012).
45. Yu. N. Proshin and M. V. Avdeev, JMMM **383**, 166 (2015).
46. М. В. Авдеев, Ю. Н. Прошин, Письма в ЖЭТФ **102**, 106 (2015).
47. A. Hubert and R. Schäfer, *Magnetic domains: the analysis of magnetic microstructures*, Springer, Heidelberg (2008).
48. S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov, App. Phys. Lett. **108**, 042602 (2016).
49. E. C. Gingrich B. M. Niedzielski, J. A. Glick, Y. Wang, D. L. Miller, R. Loloee, W. P. Pratt Jr, and N. O. Birge, Nat. Phys. **12**, 564 (2016).
50. J. Shibata, G. Tatara, and H. Kohno, J. Phys. D: Appl. Phys. D **44**, 384004 (2011).
51. Е. Г. Галкина, К. Заспел, Б. А. Иванов, Н. Е. Кулагин, Л. М. Лерман, Письма в ЖЭТФ **110**, 474 (2019).
52. L. J. McGilly, P. Yudin, L. Feigl, A. K. Tagantsev, and N. Setter, Nat. Nanotechnol. **10**, 145 (2015).