

Ультракороткие импульсы в структурном анализе алмазных слоев с NV-центрами

Д. Н. Макаров¹), М. К. Есеев, Е. С. Гусаревич, К. А. Макарова, М. С. Борисов

Северный (Арктический) федеральный университет имени М. В. Ломоносова, 163002 Архангельск, Россия

Поступила в редакцию 20 сентября 2024 г.

После переработки 25 сентября 2024 г.

Принята к публикации 26 сентября 2024 г.

Рентгеноструктурный анализ является одним из основных методов определения строения кристаллических структур с использованием как непрерывного рентгеновского излучения, так и ультракоротких импульсов. Обычно ультракороткие импульсы применяются для наблюдения динамических процессов в атомных и молекулярных системах. В данной работе показано, что у ультракоротких импульсов может быть еще одно важное применение – это определение межплоскостного расстояния в слоях алмаза с NV-центрами, расстояние между которыми может составлять всего несколько ангстрем. Полученные результаты имеют хорошую перспективу расширения на более сложные структуры и как итог развития – это новый метод 3D томографии с ангстремным разрешением.

DOI: 10.31857/S0370274X24110106, EDN: UENTHE

1. Введение. Рентгеноструктурный анализ вещества – это один из важнейших методов изучения структуры и свойств вещества, в основе которого лежит использование рентгеновской дифракции [1–6]. Большинство кристаллических структур и многие молекулы были открыты именно этим методом. Использование ультракоротких импульсов (УКИ) в рентгеновском диапазоне частот в настоящее время приобретает большую актуальность [1–3] в методах рентгеноструктурного анализа. Обычно теорию рентгеновской дифракции на различных периодических и сложных структурах представляют как рассеяние плоских волн бесконечной длительности во времени [7, 8]. При использовании УКИ в теории рентгеновской дифракции длительность импульса может давать существенный вклад [9–21], что необходимо учитывать в рентгеноструктурном анализе вещества. В первую очередь, такому развитию физики сверхкоротких импульсов способствовало появление новых установок, генерирующих такие импульсы [9, 20–25]. Одной из основных особенностей УКИ в рентгеноструктурном анализе является их использование для визуализации сверхбыстрых процессов, там, где характерное время такого процесса во много раз больше длительности УКИ [3, 21, 24]. Также недавно в работах [15, 16, 26–28] была выявлена одна из интересных особенностей взаимодействия УКИ с различными структурами, которая ранее не учитывалась в рентгеноструктурном анализе. Эта особен-

ность определяется областью когерентного рассеяния, сосредоточенной внутри пространственной области импульса протяженностью $c\tau$, где τ – это длительность УКИ. Это означает, что все атомы вещества, которые попадают в пространственную область $L_\tau \sim c\tau$, взаимодействуют с этим импульсом таким образом, что не имеет значения, является ли импульс сверхкоротким или непрерывным, т.е. дифракция при рассеянии УКИ может происходить на всех атомах, находящихся внутри L_τ . В противном случае дифракция при рассеянии УКИ от всех атомов, не попавших внутрь области L_τ , не происходит. Из этого следует, что, варьируя параметр длительности импульса τ , можно изменять дифракционные пики на одинаковых периодических структурах. Таким образом, варьируя параметр τ , можно обнаружить изменение дифракционных пиков и, оценив характер их изменения, определить изменение периодичности структуры. Наиболее простой пример, где такие изменения могут появиться – это две плоские структуры, разделенные между собой расстоянием L . Одним из практически важных случаев такой структуры являются алмазные пластины с NV-центрами, расположенные на близком расстоянии (всего в несколько атомов) друг от друга. Добавим, что выбор алмазных пластин с NV-центрами в данной работе обусловлен их возможным производством и перспективой использования в различных областях микроэлектроники и квантовых технологий [29–31]. При более глубокой разработке этой идеи можно создать метод 3D-томографии со сверхвысоким пространствен-

¹)e-mail: makarovd0608@yandex.ru

ным разрешением. В данной работе мы разрабатываем метод определения межплоскостного расстояния в алмазных пластинах с NV-центрами с ангстремным пространственным разрешением. Как известно, в настоящее время существуют методы 3D-томографии с нанометровым разрешением (десятки и сотни нанометров) [32–35] и предлагаемый метод может не только дополнить существующие методы, но и проложить новый путь к более высокому пространственному разрешению.

2. Рассеяние на алмазных пластинах с NV-центрами. Рассеяние УКИ на многоатомной системе, состоящей из различных атомов и их пространственного расположения, рассматривалось в работах [15, 26–28]. В этих работах было показано, что при использовании приближения внезапных возмущений [26] можно получить выражения для расчета спектров рассеяния с учетом длительности падающего УКИ [15] и разработанная теория может быть использована в рентгеноструктурном анализе [27, 28]. Обычно считается, что приближение внезапных возмущений хорошо работает, когда длительность импульса τ во много раз меньше характерных времен самой системы τ_a , т.е. при $\tau \ll \tau_a$, но в случае рентгеновских УКИ это приближение работает и для более длительных импульсов, где $\tau \sim \tau_a$, и даже при $\tau \gg \tau_a$, хотя для этого необходимо, чтобы несущая частота УКИ ω_0 была $\omega_0 \gg 1/\tau_a$, см. [26]. Далее везде будет использоваться атомная система единиц: $\hbar = 1$, $|e| = 1$, $m_e = 1$, где \hbar – приведенная постоянная Планка, e – заряд электрона, m_e – масса электрона.

Поскольку мы рассматриваем рентгеновские УКИ, то для расчетов необходимо использовать пространственно-неоднородный импульс, т.е. напряженность электромагнитного поля в общем виде $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 h(t - \mathbf{n}_0 \mathbf{r}/c)$, где \mathbf{E}_0 – амплитуда поля, а $h(t - \mathbf{n}_0 \mathbf{r}/c)$ – произвольная функция, определяющая форму УКИ, c – скорость света (в а.е. $c \approx 137$). В этом случае спектр рассеяния (рассеянная энергия в телесный угол) будет выражаться в виде

$$\frac{d\varepsilon}{d\Omega_{\mathbf{k}}} = \frac{\tau |\mathbf{E}_0 \mathbf{n}|^2 \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{f}(x)|^2 dx}{(2\pi)^2 c^3} \left[\sum_{i=1}^s N_{e,i} N_{A,i} (1 - |F_i|^2) + \sum_{i,j=1}^s \gamma_{i,j} N_{e,i} N_{e,j} F_i F_j^* \right],$$

$$\gamma_{i,j} = \sum_{A_i, A'_j} e^{-i\mathbf{p}_0 \Delta \mathbf{R}_{A_i, A'_j}} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{f}(x)|^2 e^{-ix \mathbf{p}_\tau \Delta \mathbf{R}_{A_i, A'_j}} dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{f}(x)|^2 dx}, \quad (1)$$

где $\Delta \mathbf{R}_{A_i, A'_j} = \mathbf{R}_{A_i} - \mathbf{R}_{A'_j}$, а \mathbf{R}_{A_i} – радиус-вектор, определяющий положение центра атома типа i и чис-

ло атомов A_i этого типа, s – это число различных типов атомов в рассматриваемой системе, $N_{e,i}$ – число электронов в атомах типа i , $N_{A,i}$ – число атомов типа i , $\mathbf{p}_\tau = \frac{1}{c\tau}(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)$ и $\mathbf{p}_0 = \frac{\omega_0}{c}(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)$ имеет смысл импульса отдачи на несущей частоте ω_0 при рассеянии УКИ, $F_i = \frac{1}{N_{e,i}} \int \rho_{e,i}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{p}_0 \mathbf{r}} d^3 \mathbf{r}$ – формфактор атома типа i с электронной плотностью $\rho_{e,i}(\mathbf{r})$. Если форму УКИ представить в виде $h = e^{-i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r})} f((t - \mathbf{n}_0 \mathbf{r}/c)/\tau)$, где функция f определяет профиль УКИ (огibaющая), тогда получаем $\tilde{f}((\omega - \omega_0)\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(\omega - \omega_0)\tau \eta} f(\eta) d\eta$ – преобразование Фурье функции $f(\eta)$.

Рассмотрим две алмазные пластины с NV-центрами, разделенные между собой расстоянием L , см. рис. 1. Для того, чтобы провести необходимые

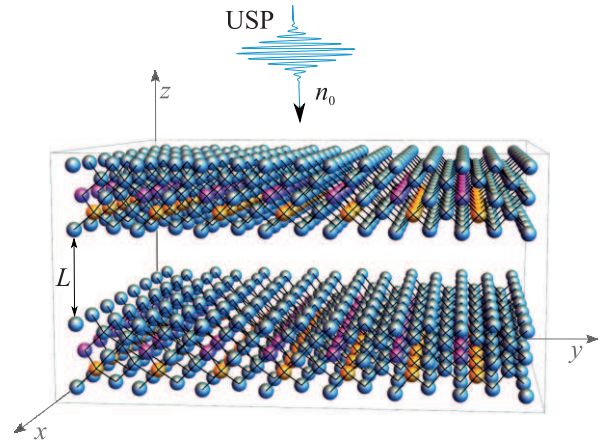


Рис. 1. (Цветной онлайн) Представлены две алмазные пластины с NV-центрами, расположенные друг от друга на расстоянии $L = 5 \text{ \AA}$. Каждая из пластин состоит из 7×7 элементарных ячеек, в каждую из которых встроен один NV-центр. Фиолетовые шары – атомы азота, желтые шары – вакансии. УКИ падает на эту систему под некоторым углом к поверхности одной из пластин

расчеты, будем использовать модель независимых атомов. В этой модели все атомы состоят из отдельных нейтральных и не взаимодействующих друг с другом атомов. Несмотря на такое приближение эта модель достаточно точно описывает рассеяние на электронах, где центры электронной плотности расположены в ядрах атомов. Действительно, центры электронной плотности с учетом образования связей располагаются там же, где и центры ядер в этой модели. Это означает, что если проводить расчеты с учетом межатомных связей или без них (в модели независимых атомов), то информация, содержащаяся в спектрах о центрах электронной плотности, будет одинаковой. В результате можно

воспользоваться известной моделью распределения электронной плотности в атомах [36], где $\rho_{e,i}(\mathbf{r}) = \frac{N_{e,i}}{4\pi r} \sum_{k=1}^3 A_{k,i} \alpha_{k,i}^2 e^{-\alpha_{k,i} r}$, где $A_{k,i}, \alpha_{k,i}$ – постоянные коэффициенты (для всех типов атомов с номером i), определенные в [36]. Результатом является простое выражение для $F_i = \sum_{k=1}^3 \frac{A_{k,i} \alpha_{k,i}^2}{p_0^2 + \alpha_{k,i}^2}$. Для расчетов выбираем УКИ в виде гауссовой формы $f((t - \mathbf{n}_0 \mathbf{r}/c)/\tau) = e^{-((t - \mathbf{n}_0 \mathbf{r}/c)/\tau)^2}$. Следует заметить, что выражение (1) можно использовать для любых форм УКИ и выбирать произвольно в зависимости от рассматриваемой задачи. Здесь будет выбрана гауссова форма УКИ, поскольку она хорошо известна и широко используется в теоретическом анализе [37]. Также для расчетов будем считать, что импульсы многоцикловые, т.е. число колебаний, входящих в УКИ, велико, т.е. $\omega_0 \tau \gg 1$. Следует добавить, что в случае $\omega_0 \tau \gg 1$ интеграл по полю $\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) dt \rightarrow 0$ стремится к нулю. Таким образом, в случае многоциклового импульса получаем $\tilde{f}((\omega - \omega_0)\tau) = \sqrt{\pi} e^{-(\tau(\omega - \omega_0))^2/4}$, затем с помощью уравнений (1) получаем спектр в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{d\Omega_{\mathbf{k}}} &= \tau \frac{[\mathbf{E}_0 \mathbf{n}]^2}{2c^3 \sqrt{2\pi}} \left[\sum_{i=1}^2 N_{e,i} N_{A,i} (1 - |F_i|^2) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i,j=1}^2 \gamma_{i,j}(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_{\tau}) N_{e,i} N_{e,j} F_i F_j^* \right], \\ \gamma_{i,j}(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_{\tau}) &= \sum_{A_i, A'_j} e^{-i\mathbf{p}_0 \Delta \mathbf{R}_{A_i, A'_j}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{p}_{\tau} \Delta \mathbf{R}_{A_i, A'_j})^2}. \quad (2) \end{aligned}$$

Суммирование в выражении (2) идет по двум типам атомов – это углерод С и азот N, входящий в состав NV-центра. Можно увидеть из выражения (2), что параметр длительности УКИ τ входит в параметр $\gamma_{i,j}(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_{\tau})$ и если $\tau \rightarrow \infty$, и учитывать только когерентный член в рассеянии, то можно получить известное выражение для рассеяния длинных (монокроматических) рентгеновских лучей, которое используется в рентгеноструктурном анализе [1, 4, 16]. Также видно, что, варьируя параметр τ , можно менять дифракционную картину, и особенно это будет заметно там, где есть неоднородности в кристаллической решетке. Действительно, если рассмотреть случай, когда кристалл идеальный, то длительность импульса τ не будет существенно менять дифракционную картину, так как рассеяние от атомов, находящихся внутри области $\sim c\tau$, при варьировании параметра τ будет давать одну и ту же дифракционную картину, но с различиями в амплитуде. Если рассматривать случай, когда в структуре кристалла появляется нерегулярность, то в этом случае в про-

странственной области УКИ $c\tau$ при варьировании τ дифракция может идти от атомов регулярной и нерегулярной области, что даст новую дифракционную картину. Простейший практически полезный пример появления нерегулярности в кристалле – это его разрыв. Например, рассмотрим случай, когда имеются две одинаковые алмазные пластины с NV-центрами (см. рис. 1), расположенные близко друг к другу, так что при их соединении получится один кристалл. Если рассмотреть в этом случае импульс с пространственной длительностью $c\tau \gg L$, то рассеяние на таких кристаллах будет происходить так, как будто оно исходит от одного кристалла, и нерегулярность будет незаметна. Если же $c\tau \sim L$ или $c\tau \ll L$, то спектры рассеяния от электронов в атомах первого и второго кристаллов уже не будут когерентно рассеянными, т.е. не будут складываться. Такая ситуация приведет к резкому уменьшению дифракционных пиков и изменению дифракционной картины. В итоге, варьируя параметр τ , можно увидеть изменения дифракционной картины, а значит, можно определить размер области между кристаллами, который будет примерно равен $c\tau$.

Далее проведем расчеты спектров рассеяния на алмазных пластинах с NV-центрами, представленными на рис. 1, используя выражение (2). По результатам расчетов представим методику определения толщины L между 2 алмазными пластинами с NV-центрами. Выберем падающий импульс (в направлении \mathbf{n}_0), направленный на одну из сторон алмазной пластины, как на рис. 1. Расстояние между пластинами будем считать равным 5 \AA , а энергию падающего фотона на несущей частоте $\hbar\omega_0 = 19 \text{ кэВ}$. Добавим, что выбор энергии в 19 кэВ был случаен и главное, чтобы энергия фотонов была в рентгеновском диапазоне частот и выполнялось условие многоциклового импульса. Поскольку нас интересуют дифракционные максимумы в зависимости от τ , то проведем расчеты для различных значений τ и построим 2D контурный график для этих значений. Следует добавить, что наиболее удобная характеристика для расчетов – это не спектр рассеяния, а $N_{\tau} = \left[\frac{1}{\tau} \frac{d\varepsilon}{d\Omega_{\mathbf{k}}} \right]_{\text{norm}}$, где $[\dots]_{\text{norm}}$ – это нормировка на единицу, т.е. делится на максимальное значение $\frac{1}{\tau} \frac{d\varepsilon}{d\Omega_{\mathbf{k}}}$. Действительно, в случае монокроматического падающего излучения $\frac{d\varepsilon}{d\Omega_{\mathbf{k}}} \sim \tau$ и выражение $\frac{1}{\tau} \frac{d\varepsilon}{d\Omega_{\mathbf{k}}}$ будет постоянной, что удобно для анализа. Нормировка на единицу нужна для простоты, поскольку для анализа не нужны абсолютные значения $\frac{1}{\tau} \frac{d\varepsilon}{d\Omega_{\mathbf{k}}}$, а нужно увидеть только изменение дифракционной картины, по которой можно будет судить о межплоскостном расстоянии. Результаты расчетов представлены на рис. 2.

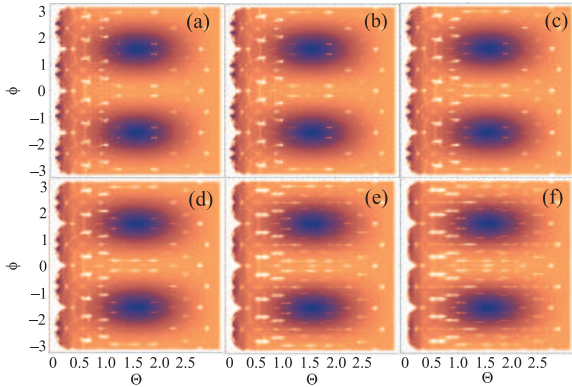


Рис. 2. (Цветной онлайн) Представлены 2D контурные карты величины N_τ в сферической системе координат, где ϕ и θ — это азимутальный и полярный углы соответственно. Расчеты приведены на рисунках: (a) — при $ct = \infty$; (b) — при $ct = 10 \text{ \AA}$; (c) — при $ct = 5 \text{ \AA}$; (d) — при $ct = 3.5 \text{ \AA}$; (e) — при $ct = 2 \text{ \AA}$; (f) при $ct = 1 \text{ \AA}$

Можно увидеть, что отличия в дифракционных картинах начинают появляться при $ct \approx 5 \text{ \AA}$, что соответствует выбранному нами межплоскостному расстоянию. Несмотря на это, четко определить границу, анализируя рис. 2, тяжело. В первую очередь это связано с тем, что каждый из дифракционных пиков (белые пятна на рис. 2) в зависимости от τ меняется не одинаково, но в целом при $ct \approx 5 \text{ \AA}$ наблюдается общее изменение дифракционных пиков. Из этого анализа следует, что необходимо найти некоторую усредненную величину N_τ при заданном τ , причем усреднение должно учитывать все дифракционные пики. Такой усредненной величиной, имеющей физический смысл, может быть полная рассеянная энергия, т.е. необходимо проинтегрировать по всему телесному углу спектр рассеяния. Таким образом, введем еще одну величину $\overline{N}_\tau = [\varepsilon/\tau]_{\text{norm}}$ ($\varepsilon = \int \frac{d\varepsilon}{d\Omega_{\mathbf{k}}} d\Omega_{\mathbf{k}}$, где $[\dots]_{\text{norm}}$ — это нормировка в виде $\overline{N}_\tau = (\varepsilon/\tau) / (\varepsilon/\tau)_{\tau \rightarrow \infty}$). Действительно, в случае монохроматического ($\tau \rightarrow \infty$) падающего излучения $\varepsilon \sim \tau$ и выражение ε/τ будет постоянной, что удобно для анализа. Нормировка на единицу при $\tau \rightarrow \infty$ также нужна для простоты, поскольку для анализа не нужны абсолютные значения ε/τ , а нужно увидеть только изменение энергии рассеяния, по которой можно будет судить о межплоскостном расстоянии.

Проведем аналогичные расчеты и выберем падающий импульс \mathbf{n}_0 не только перпендикулярно плоскости кристалла, но и еще в 3-х направлениях, а именно в системе отсчета, показанной на рис. 1, — это углы $\theta_0 = 0; \theta_0 = \pi/6; \theta_0 = \pi/4; \theta_0 = \pi/3$ при $\phi_0 = 0$ (θ_0 и ϕ_0 — полярный и азимутальный угол в сферической системе координат). Результаты расчетов пред-

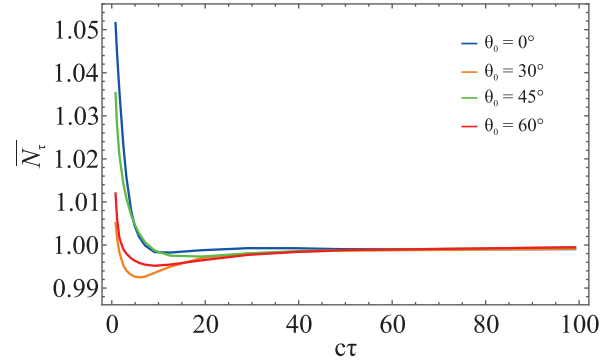


Рис. 3. (Цветной онлайн) На рисунке показано изменение \overline{N}_τ в зависимости от длительности импульса ct для 4-х углов падения на плоскость алмаза

ставлены на рис. 3. Можно увидеть из рис. 3, что при $ct \approx 10$ (что соответствует примерно 5 \AA) появляется изменение в величине \overline{N}_τ . Следует добавить, что изменение в \overline{N}_τ при $ct \approx 10$ появляется не только при прямом угле падения импульса, но и при всех других. Это вполне объяснимо, поскольку область ct , где может происходить когерентное рассеяние, не имеет выделенного направления, хотя дифракционная картина и зависит от углов падения на объект исследования.

При анализе двух представленных методов определения межплоскостного расстояния нет четкой границы, где можно было бы считать $ct = L$, здесь всегда получается $ct \approx L$. Это вполне ясно и обусловлено тем, что мы выбрали форму УКИ как гауссовский импульс, форма которого не имеет четких границ. Это означает, что область когерентного рассеяния ct не является четкой, а примерной. С другой стороны, выбрав УКИ другой формы, где такая граница будет достаточно четкой, например, как у тета-функции Хевисайда, можно получить более точные критерии межплоскостного расстояния, т.е. когда $ct = L$. Выбор различных форм реальных импульсов УКИ таким образом, чтобы ct стремился именно к L , может стать интересным теоретическим направлением для изучения данной проблемы. Несмотря на это, можно использовать и импульсы, имеющие гладкую огибающую, но в этом случае необходимо определить, что является межплоскостным расстоянием при графическом анализе. В представленном случае ct можно считать равным L , когда $L = \int_0^\infty \frac{|\overline{N}_\tau - \overline{N}_{\tau, \text{reg}}|}{|[\overline{N}_\tau - \overline{N}_{\tau, \text{reg}}]_{\text{max}}|} d(ct)$, где $\overline{N}_{\tau, \text{reg}}$ — та же функция, что и ранее, но для регулярной структуры, т.е. структуры без разрывов. Такой выбор L вполне естественный, поскольку $\int_0^\infty \frac{|\overline{N}_\tau - \overline{N}_{\tau, \text{reg}}|}{|[\overline{N}_\tau - \overline{N}_{\tau, \text{reg}}]_{\text{max}}|} d(ct)$ определяет площадь под графиком, отвечающей за изме-

нение рассеянной энергии за счет нерегулярности кристаллической структуры (при регулярной – изменения не будет). Добавим, что в этом выражении $\overline{N}_{\tau \rightarrow 0, \text{reg}} = \overline{N}_{\tau \rightarrow 0}$ и $\overline{N}_{\tau \rightarrow \infty, \text{reg}} = \overline{N}_{\tau \rightarrow \infty}$ (см. выражение (2)). Нами были проведены такие расчеты и, действительно, L была близка к 5 \AA с точностью до 5%.

3. Заключение. В заключении можно сказать, что здесь была разработана методика определения межплоскостного расстояния с ангстремной точностью в пластинах алмаза с NV-центрами. Очевидно, что данная теория будет применима не только для алмазов с NV-центрами, но и для любых других веществ, обладающих кристаллической структурой. Разработанная методика позволяет с хорошей точностью находить расстояния между пластинами по спектрам рассеяния УКИ, варьируя параметр длительности импульса τ . Данная методика может послужить основой для дальнейшего исследования проблемы 3D-томографии с ангстремной точностью в кристаллических структурах.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда # 23-12-20014.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. N. Jones, *Nature* **505**(7485), 602 (2014).
2. A. Benediktovich, I. Feranchuk, and A. Ulyanekov, *Theoretical Concepts of X-Ray Nanoscale Analysis*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2014).
3. M. K. Eseev, V. I. Matveev, and D. N. Makarov, *JETP Lett.* **114**, 387 (2021).
4. C. Suryanarayana and M. Grant Norton, *X-Ray Diffraction: A Practical Approach*, Springer Science + Business Media, N.Y. (1998).
5. F. Canova Luca Poletto, *Optical Technologies for Extreme-Ultraviolet and Soft X-ray Coherent Sources*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2015).
6. U. Pietsch, V. Holy, and Baumbach, *High-Resolution X-Ray Scattering*, Springer Science + Business Media, N.Y. (2004).
7. N. W. Ashcroft, *Mermin ND*, Solid State Physics, Saunders College, N.Y. (1979).
8. R. W. James, *The Optical Principles of the Diffraction of X-rays (Ox Bow)*, Woodbridge, Connecticut (1982).
9. G. Dixit, O. Vendrell, and R. Santra, *PNAS* **109**(29), 11636 (2012).
10. N. E. Henriksen and K. B. Moller, *J. Phys. Chem. B* **112**, 558 (2008).
11. V. A. Astapenko and E. V. Sakhno, *Appl. Phys. B* **126**, 23 (2020).
12. F. B. Rosmej, V. A. Astapenko, V. S. Lisitsa, X. D. Li, and E. S. Khramov, *Contrib. Plasma Phys.* **59**, 189 (2019).
13. V. A. Astapenko, *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics* **483**, 129050 (2023).
14. V. A. Astapenko, N. N. Moroz, and M. I. Mutafyan, *JETP Lett.* **108**(3), 165 (2018).
15. D. N. Makarov, *Opt. Express* **27**(22), 31989 (2019).
16. M. Eseev, K. Makarova, and D. Makarov, *Crystals* **12**, 1417 (2022).
17. K. B. Moller and N. E. Henriksen, *Struc. Bond.* **142**, 185 (2012).
18. S. Tanaka, V. Chernyak, and S. Mukamel, *Phys. Rev. A* **63**, 63405 (2001).
19. G. Dixit, J. M. Slowik, and R. Santra, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 137403 (2013).
20. P. M. Kraus, M. Zurch, S. K. Cushing, D. M. Neumark, and S. R. Leone, *Nat. Rev. Chem.* **2**, 82 (2018).
21. P. Peng, C. Marceau, and D. M. Villeneuve, *Nat. Rev. Phys.* **1**, 144 (2019).
22. F. Krausz and M. Ivanov, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 163 (2009).
23. F. Calegari, G. Sansone, S. Stagira, C. Vozzi, and M. Nisoli, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **49**, 062001 (2016).
24. R. Schoenlein, T. Elsaesser, K. Holldack, Z. Huang, H. Kapteyn, M. Murnane, and M. Woerner, *Philos. Trans. R. Soc. A* **377**, 20180384 (2019).
25. J. Duris, S. Li, T. Driver et al. (Collaboration), *Nat. Photonics* **14**, 30 (2020).
26. D. N. Makarov, M. K. Eseev, and K. A. Makarova, *Opt. Lett.* **44**(12), 3042 (2019).
27. D. N. Makarov, K. A. Makarova, and A. A. Kharlamova, *Sci. Rep.* **12**, 1 (2022).
28. D. Makarov and A. Kharlamova, *Int. J. Mol. Sci.* **24**, 15574 (2023).
29. J. Barry, J. Schloss, E. Bauch, M. Turner, C. Hart, L. Pham, and R. Walsworth, *Rev. Mod. Phys.* **92**, 015004 (2020).
30. M. Mrozek, M. Schabikowski, M. Mitura-Nowak, J. Lekki, M. Marsza, A. Wojciechowski, and W. Gawlik, *Materials* **14**, 833 (2021).
31. V. Popov, S. Podlesny, I. Kartashov, I. Kupriyanov, and Y. Palyanov, *Diam. Relat. Mater.* **120**, 108675 (2021).
32. A. Takeuchi, K. Uesugi, H. Takano, and Y. Suzuki, *Rev. Sci. Instrum.* **73**, 4246 (2002).
33. A. Tkachuk, F. Duerwer, H. Cui, M. Feser, S. Wang, and W. Yun, *Z. Kristallogr.* **222**, 650 (2007).
34. P. J. Withers, *Mater. Today* **10**(12), 26 (2007).
35. M. Du, Y. S. G. Nashed, S. Kandel, D. Gursoy, and Ch. Jacobsen, *Sci. Adv.* **6**(13), eaay3700 (2020).
36. F. Salvat, J. D. Martinez, R. Mayol, and J. Parellada, *Phys. Rev. A* **36**(2), 467 (1987).
37. Q. Lin, J. Zheng, and W. Becker, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 253902 (2006).