

# Эффект де Гааза–ван Альфена и гигантский температурный пик в тяжелофермионном материале $\text{SmB}_6$

В. А. Зюзин<sup>1)</sup>

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черногловка, Россия

Поступила в редакцию 3 октября 2024 г.

После переработки 8 октября 2024 г.

Принята к публикации 11 октября 2024 г.

В данной работе мы предлагаем возможное объяснение гигантского температурного пика амплитуды осцилляций де Гааза–ван Альфена, наблюдаемого при очень низких температурах в изоляторной системе  $\text{SmB}_6$ . Наша теоретическая модель состоит из двух фермионов с частицеподобным спектрами, но с разными массами, один намного тяжелее другого, которые гибридизуются друг с другом, образуя энергетическую щель в точке вырождения спектров. В результате гибридизации на уровне Ферми возникает тяжелофермионный гибрид. Наши результаты свидетельствуют о том, что именно этот тяжелофермионный гибрид может приводить к гигантскому температурному пику. Кроме того, мы предлагаем сценарий, когда этот гибрид может иметь краевые состояния.

DOI: 10.31857/S0370274X24110215, EDN: NFQJOD

Недавние эксперименты, в которых наблюдались квантовые осцилляции в Кондо-изоляторе  $\text{SmB}_6$  [1, 2], до сих пор ставят вопросы к теории. Этот материал является изолятором из-за наличия щели на поверхности Ферми проводящих фермионов. Тем не менее он демонстрирует колебания де Гаара–ван Альфена (дГвА), и эффект имеет отклонения от стандартной зависимости амплитуды Лифшица–Косевича [3, 4] от температуры.

С нашей точки зрения, существует ряд основных экспериментальных фактов, взятых из [1, 2], которые должна учитывать теория. Прежде всего, наблюдаемая частота колебаний дГвА изолятора соответствует Фермиевской поверхности гипотетической металлической фазы системы [1, 2], т.е. до того, как она стала изолятором за счет образования энергетической щели. В экспериментах это было доказано путем сравнения частот материала  $\text{LaB}_6$ , который имеет зонную структуру, аналогичную  $\text{SmB}_6$ , но никогда не становится изолятором. Предлагаемые теории [5–9] действительно объясняют этот факт в различных моделях изоляторов. Изолятор в этих теориях [5–9] образуется за счет гибридизации электроноподобных и дырочноподобных фермионов в точках их вырождения и, как следствие, открывании энергетической щели в спектре электронов.

Во-вторых, еще одним основным нерешенным вопросом является гигантский температурный пик, наблюдаемый при малых температурах [2] в темпе-

ратурной зависимости амплитуды колебаний дГвА  $\text{SmB}_6$ . Это резкое отклонение от стандартной формулы Лифшица–Косевича [3, 4] амплитуды, и до сих пор не существует теории, объясняющей пик. В этой статье мы даем возможное объяснение этого гигантского температурного пика. Кроме того, из нашей теории можно вывести некоторые следствия о природе системы  $\text{SmB}_6$ . Затем, чтобы проверить наше объяснение пика, на основании нашей теории мы предлагаем другие свойства, которые нужно искать в образцах экспериментов [2].

Некоторые оригинальные аналитические детали температурной зависимости колебаний дГвА в коррелированных изоляторах были получены автором в [10]. Там изучалось возникновение гибридизации дисперсионной зоны, соответствующей коллективизированным  $d$ -электронам, с локализованной плоской зоной  $f$ -электронов, приводящей к энергетической щели электронов проводимости. Был рассмотрен случай, когда гибридизация рассматривается самосогласованно, что соответствует подходу [11]. По сути это обобщение модели Келдыша–Копаева экситонного изолятора [12] при наличии магнитного поля. В [10] подтверждено, что возможны колебания дГвА в соответствии с работами [5–9], и что вместо стандартной формулы Лифшица–Косевича [3, 4] для амплитуды существуют квантовые колебания амплитуды с обратной температурой, которые показывают характерные локальные максимумы и минимумы. В [10] удалось аналитически оценить температуру, при которой появляется первый пик, а также его высо-

<sup>1)</sup>e-mail: zyzin@itp.ac.ru

ту. Однако этот результат, а также работы [5–9], не объясняют какого-либо гигантского температурного пика, подобного тому, что экспериментально наблюдался в [2] в выражении для амплитуды колебаний дГВА.

Обобщим теоретическую модель [10] на случай, когда  $f$ -электроны не локализованы, а имеют электроноподобную дисперсию с большой массой. Гамильтониан в базисе  $\bar{\psi} = [\bar{\phi}_d, \bar{\phi}_f]$ , и то же самое для  $\psi$ , определяется как

$$H_B = \int_{\mathbf{k}} \bar{\psi} \begin{bmatrix} \xi_{\mathbf{k}} & \theta \\ \bar{\theta} & \alpha \xi_{\mathbf{k}} \end{bmatrix} \psi, \quad (1)$$

где  $\alpha > 0$  и  $\alpha \ll 1$  – это мера насколько  $f$ -электроны тяжелые. Выражение  $\xi_{\mathbf{k}} = \frac{k^2}{2m} - \mu$  выбрано для удобного описания пересечения спектров двух электронов, где  $m$  – эффективная масса. Параметр  $\theta$  соответствует гибридизации между  $d$ - и  $f$ -электронами, и в принципе его следует рассматривать самосогласованно, как это сделано в [10]. Обратите внимание, что  $\mu$  – это не энергия Ферми, а скорее параметр квадратичного разложения спектра. Энергия Ферми устанавливается в точке пересечения двух электронных спектров, т.е.  $\epsilon_F = 0$ . Мы могли бы выбрать и  $\epsilon_F \neq 0$ . Ожидается, что в небольшой близости от  $\epsilon_F = 0$  это отклонение не изменит наш анализ, представленный ниже. Однако значительное отклонение приведет к пространственной зависимости решения среднего поля для гибридизации. Мы хотим избежать этого случая в данной работе.

Дисперсия фермионов, полученная в предположении среднего поля для параметра гибридизации,  $\theta = \text{const}(t; \mathbf{r})$  и  $\theta^* = \bar{\theta}$ , равна

$$\epsilon_{\mathbf{k};\pm} = \frac{1+\alpha}{2} \xi_{\mathbf{k}} \pm \sqrt{\left(\frac{1-\alpha}{2} \xi_{\mathbf{k}}\right)^2 + \bar{\theta}\theta}. \quad (2)$$

Нуль энергетической зоны  $\epsilon_{\mathbf{k};-}$  находится в точке  $\xi_{\mathbf{k}} = \sqrt{\frac{\bar{\theta}\theta}{\alpha}}$ , которая является поверхностью Ферми тяжелофермионного  $d$ - $f$ -гибрида. Нуля фермионной зоны  $\epsilon_{\mathbf{k};+}$  не существует. На рисунке 1 показан  $k_y = 0$  срез спектра Eq. (2), на котором левый и центральный графики соответствуют ситуации до и после гибридизации.

Давайте теперь добавим магнитное поле и изучим эффект дГВА. Как и в работе [10], мы рассмотрим только уравнение самосогласования параметра гибридизации, так как оно уже будет содержать всю необходимую температурную зависимость эффекта дГВА. Уравнение получается путем предварительного выполнения преобразования

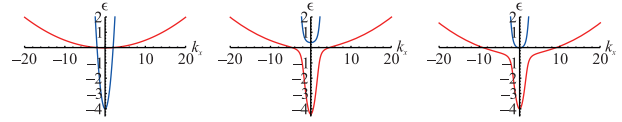


Рис. 1. (Цветной онлайн) График  $k_y = 0$  срез спектра модели тяжелых фермионов, заданного гамильтонианами (1) и (10) для  $\alpha = 1/200$ ,  $2m = 1$ ,  $\mu = 4$  в соответствующих единицах. Химический потенциал положен равным 0. Слева: до гибридизации. В центре: после гибридизации в модели (1) для  $\bar{\theta}\theta = 1, 5$ . Справа: после гибридизации в модели (10) для  $\bar{\theta}\theta = 1, 5/\mu$

Хаббарда–Стратоновича, которое разделяет взаимодействие  $H_{\text{int}} = U \int_x \bar{\phi}_d(x) \phi_d(x) \bar{\phi}_f(x) \phi_f(x)$  между разными фермионами. В результате развязки в действии появляются новые бозонные поля  $\theta(x)$  и  $\bar{\theta}(x)$  (см. уравнение (1)). Наконец, необходимо проварьировать действие по отношению к этому бозонному полю, чтобы получить уравнение самосогласования для анзаца типа среднего поля на параметр гибридизации  $\theta(x) = \theta^*(x) = \text{const}(x)$ . Мы рассматриваем модельное отталкивающее взаимодействие  $U > 0$ , которое не зависит от координат (в общем случае оно может быть функцией координат). В магнитном поле  $B$  уравнение самосогласования на параметр гибридизации  $\theta$  имеет вид

$$\theta = \theta \nu U \omega_B \sum_n \frac{\mathcal{F}_{\epsilon_{n,+}} - \mathcal{F}_{\epsilon_{n,-}}}{\sqrt{(1-\alpha)^2 (\omega_B n + \frac{\omega_B}{2} - \mu)^2 + 4\bar{\theta}\theta}}, \quad (3)$$

где  $\mathcal{F}_x = \tanh\left(\frac{x}{2T}\right) = 1 - 2n_F(x)$ , где  $n_F(x)$  – функция распределения Ферми–Дирака, а  $\epsilon_{n;\pm}$  получены из уравнения (2) путем замены  $\xi_{\mathbf{k}} \rightarrow \omega_B \left(n + \frac{1}{2}\right) - \mu$ , где  $n$  – индекс уровня Ландау и где  $\omega_B$  – циклотронная частота  $\omega_B = \frac{eB}{mc}$ , а  $\nu = \frac{m}{2\pi}$ . Мы снова рассмотрим двумерный случай, но все результаты можно напрямую обобщить и на трехмерный случай. Мы используем формулу суммирования Пуассона для суммирования по уровням Ландау:

$$\sum_{n=0}^{\infty} g(n) = \int_0^{\infty} g(x) dx + \sum_{p \neq 0} \int_0^{\infty} e^{i2\pi p x} g(x) dx, \quad (4)$$

где  $g(n)$  – некоторая функция. Уравнение (3) затем переписывается как  $1 = \nu U \omega_B \sum_p \mathcal{R}_p$ . Первая гармоника осцилляций дГВА определяется членами суммы с  $p = \pm 1$ . Следуя строкам и обозначениям [10], член суммы с  $p = 1$  (член суммы с  $p = -1$  является комплексно-сопряженным члена с  $p = 1$ ) читается как

$$\mathcal{R}_{+1} = \frac{e^{i2\pi \frac{\mu}{\omega_B}}}{(1-\alpha)\omega_B} \int_{-\frac{\mu}{\omega_B} + \frac{1}{2}}^{\frac{\mu}{\omega_B}} e^{i2\pi x} \frac{\mathcal{F}_{\epsilon_{x,+}} - \mathcal{F}_{\epsilon_{x,-}}}{\sqrt{x^2 + b^2}} dx, \quad (5)$$

где важно сохранить нижний предел как есть. Обычно нижний предел на этом этапе устремляется в  $\pm\infty$ . Член с  $p = -1$  получается комплексным сопряжением уравнения (5), т.е.  $\mathcal{R}_{-1} = \mathcal{R}_{+1}^*$ . Функцию распределения читаем как

$$\mathcal{F}_{\epsilon_{x,\pm}} = \tanh \left[ \frac{\beta x \pm \sqrt{x^2 + b^2}}{4T/(1-\alpha)} \right], \quad (6)$$

где  $\beta = \frac{1+\alpha}{1-\alpha}$  и  $b = \frac{2\sqrt{\theta\theta}}{(1-\alpha)\omega_B}$ . Теперь проанализируем вычеты функции распределения и найдем их температурную зависимость. Вычеты функции распределения равны

$$x_{m;\pm} = \frac{i}{\beta^2 - 1} \left[ \beta T_m \pm \sqrt{T_m^2 - (\beta^2 - 1)b^2} \right], \quad (7)$$

где  $T_m = \frac{4\pi T}{(1-\alpha)\omega_B}(2m+1)$  – безразмерная фермионная мацубаровская частота. При  $\beta = 1$ , т.е.  $\alpha = 0$ , работает только вычет  $x_{m;-}$  и мы восстанавливаем случай, рассмотренный в [10]. Действительно,

$$\lim_{\beta \rightarrow 1} x_{m;-} = \frac{i}{2T_m} (T_m^2 + b^2). \quad (8)$$

Это также справедливо и для  $\alpha > 0$  и  $\alpha \ll 1$  при больших температурах, когда  $T_0^2 \gg (\beta^2 - 1)b^2$ , и мы ожидаем, что результаты [5, 10] справедливы и при этих температурах. Частота колебаний осцилляций дГВА при этих температурах есть  $F_1 = \mu$ , что согласуется с предыдущими работами [5–9]. В пределе  $T \rightarrow 0$  мы просто помещаем  $T = 0$  под квадратный корень в ур. (7),

$$x_{m;\pm} = \mp \sqrt{\frac{\theta\theta}{|\alpha|}} \frac{1}{\omega_B} - i0 \text{sign}(2m+1), \quad (9)$$

и в этом пределе осцилляции тяжелофермионного  $d-f$ -гибрида становятся когерентными. Действительная часть вычета соответствует частоте колебаний с обратным магнитным полем. Результат в этом пределе аналогичен стандартной формуле Лифшица–Косевича [3, 4]. Следуя строкам [10] на рис. 2 построен график зависимости амплитуды осциллирующей части параметра гибридизации  $\theta$  от температуры. Такая же зависимость от температуры, что и на рис. 2, будет и у осциллирующей части намагниченности.

Теперь стало ясно, почему пределы в уравнении (5) были зафиксированы в их оригинальном виде. Когда  $\mu > \sqrt{\frac{\theta\theta}{|\alpha|}}$ , оба  $x_{m;\pm}$  вносят вклад в интегрирование, и в этом случае было безопасно с самого начала в уравнении (5) положить пределы в  $\pm\infty$ .

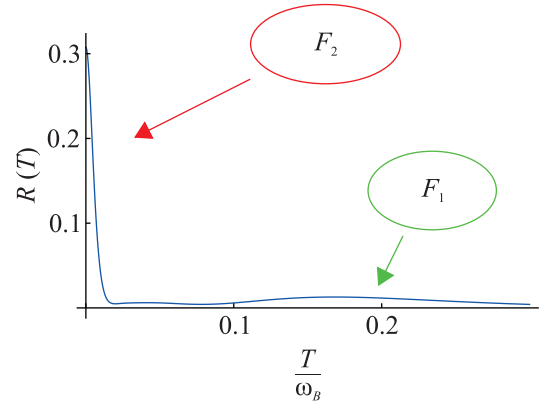


Рис. 2. (Цветной онлайн) Температурная зависимость амплитуды осцилляций дГВА системы, описываемой Гамильтонианом (1). Для иллюстрации мы выбрали  $B = 35$  Тл,  $2\theta_0 = 35$  К,  $\alpha = 0.025$

Эта ситуация соответствует случаю, когда обе подзоны  $\epsilon_{\mathbf{k};\pm}$  заняты фермионами. Однако нас интересует противоположный предел  $\mu \leq \sqrt{\frac{\theta\theta}{|\alpha|}}$ , т.е. предел тяжелого фермиона с  $\alpha \ll 1$ , когда занята только подзона  $\epsilon_{\mathbf{k};-}$ . Тогда из-за фиксированных пределов в ур. (5) вклад в интегрирование вносят только вычеты  $x_{m;-}$ . Частота  $F_2$  осцилляций дГВА при таких низких температурах будет соответствовать поверхности Ферми тяжелофермионного  $d-f$ -гибрида, а именно  $F_2 = \mu + \sqrt{\frac{\theta\theta}{|\alpha|}}$ .

Давайте теперь попробуем сравнить наш теоретический анализ с экспериментом [2]. На рисунке 4 исследования [2] показан гигантский температурный пик на температурной зависимости амплитуды осцилляций дГВА в  $\text{SmB}_6$ , наблюдаемый при очень низких температурах. Пик сам по себе не так уж и удивителен, поскольку даже регулярное выражение Лифшица–Косевича [3, 4] может дать такой пик для фермионов с тяжелой массой. Что необычного на рис. 4 в работе [2], так это ненулевая амплитуда осцилляций при более высоких температурах. Стандартная формула Лифшица–Косевича для фермионов с большой массой предсказывает экспоненциальное подавление амплитуды на высоких температурах. Заметим, что амплитуда осцилляций, показанная на рис. 4 работы [2], построена как функция температуры для частоты 330 Тл.

Наша теория утверждает, что гигантский температурный пик в температурной зависимости амплитуды осцилляций дГВА, наблюдаемый в [2] на низких температурах, обусловлен тяжелым фермионом. Тот факт, что система является изолятором, предполагает, что все фермионы легкой массы имеют щель на энергии Ферми и они осциллируют в эффekte дГВА с

подавленной амплитудой, простирающейся на высокие температуры (как это показано на рис. 2). Таким образом, выбор теоретической модели ур. (1), обладающей обеими температурными характеристиками, что и в эксперименте [2] оправдано. Однако в нашей теории высоко- и низкотемпературные области, показанные на рис. 2, осциллируют с разными частотами  $F_1 = \mu$  и  $F_2 = \mu + \frac{\theta_0}{\sqrt{\alpha}}$  соответственно, тогда как в эксперименте [2] обе области осциллируют с одинаковой частотой. В нашей модели они не могут быть строго одинаковыми, и, чтобы объяснить [2], мы полагаемся на совпадения. Мы предлагаем два вероятных сценария. В первом мы утверждаем, что имеется совпадение так, что вторая гармоника колебаний с  $F_1$  равна  $F_2$ . Другими словами,  $2F_1 \approx F_2$ . Это по-прежнему предел тяжелых фермионов, определяемый формулой  $\mu \leq \frac{\theta_0}{\sqrt{\alpha}}$ , когда заполнена только энергетическая ветка  $\epsilon_{\mathbf{k};-}$  и наши теоретические предсказания верны. Напомним, что при  $\mu > \frac{\theta_0}{\sqrt{\alpha}}$  обе ветви спектра будут заняты и система будет металлической. Кроме того, давайте посморим на рис. 2а в [2] и отождествим самый большой пик, соответствующий частоте  $F_3^{\text{exp}} = 330$  Тл, с  $F_2$ , а пик  $F_2^{\text{exp}} = 170$  Тл с  $F_1$ . Следовательно, действительно  $2F_2^{\text{exp}} \approx F_3^{\text{exp}}$ . Наше предложение может быть реалистичным, поскольку в работе [1] экспериментально наблюдалась в  $\text{SmB}_6$  значительное усиление амплитуды второй и третьей гармоник осцилляций дГВА (рис. 2b в работе [1]) конкретной частоты.

В нашем втором сценарии мы предполагаем, что существуют два фермионных кармана в зоне Бриллюэна, обозначенные как 1 и 2, каждый из которых описывается гамильтонианом ур. (1) и каждый гибридизуется при низких температурах. Первый карман имеет параметры  $\alpha_1$ ,  $\mu_1$  и  $\theta_1$ , выбранные в режиме тяжелого фермиона, а второй  $\alpha_2 = 0$  (или  $\alpha < 0$ ),  $\mu_2$  и  $\theta_2$ , т.е. описываемые моделью, которая не имеет гибрида тяжелых фермионов и, следовательно, не имеет гигантского пика. Тогда можно предположить, что каким-то образом произошло совпадение  $\mu_1 + \frac{\theta_1}{\sqrt{\alpha_1}} \approx \mu_2$ , при котором осцилляции при высоких температурах на рис. 2 имеют частоту, равную  $\mu_2$ , а гигантский пик возникает от осцилляций с частотой, равной  $\mu_1 + \frac{\theta_1}{\sqrt{\alpha_1}}$ . Первые три самые низкие частоты, показанные на рис. 2а в работе [2], дают основания полагать, что этот сценарий вполне может быть реалистичным. В частности, либо частота  $F_1^{\text{exp}} = 50$  Тл, либо  $F_2^{\text{exp}} = 170$  Тл отвечает значению  $\mu_1$ , а частота  $F_3^{\text{exp}} = 330$  Тл отвечает как  $\mu_1 + \frac{\theta_1}{\sqrt{\alpha_1}}$ , так и  $\mu_2$ .

Проверим теперь, существуют ли квантовые осцилляции с обратной температурой, предложенные в

[10]. Посмотрим на рис. 4 в работе [2] и предположим, что небольшой пик, возникающий при  $T^* \approx 8$  К совпадает с предсказанным в [10] положением наибольшего пика, определенного по формуле  $T_{\text{peak}} = \frac{\theta_0}{\pi}$ . Сделав это, мы можем извлечь значение параметра гибридизации, равного  $2\theta_0 = 2\pi T^* \approx 48$  К, что согласуется с энергетической щелью равной 40 К, определенной из поведения активированной электропроводимости, наблюдавшегося экспериментально [2]. Более того, используя это значение и используя условие  $2F_1 = F_2$ , которое читается как  $\mu = \frac{\theta_0}{\sqrt{\alpha}}$ , мы можем оценить параметр тяжести  $f$ -фермионов  $\alpha$  в нашей модели, который получается  $\alpha = \frac{\theta_0^2}{\mu^2} = \frac{24^2}{330^2} \approx 0.005 = \frac{1}{200}$ . Наконец, мы можем оценить температуру  $T_g$ , при которой гигантский температурный пик начинает расти, установив  $T_{m=0}^2 - (\beta^2 - 1)b^2 = 0$ , что читается как  $T = \frac{\sqrt{\alpha}}{\pi}\theta_0$ , получаем  $T_g \approx 0.5$  К. Это число хорошо согласуется с рис. 4 в [2].

Область, в которой квантовые осцилляции как функция от температуры были предсказаны автором в [10], требует детального экспериментального сканирования, чтобы подтвердить, что небольшие пики, наблюдаемые на рис. 4 [2] при  $T \approx 8$  К и  $T \approx 5$  К – это не просто отклонения в пределах погрешности, а скорее уникальные физические особенности. Подчеркнем, что осцилляции как функция температуры гарантированы, если наблюдается гигантский низкотемпературный пик.

Мы утверждаем, что образцы  $\text{SmB}_6$  в экспериментах [2] являются не изоляторами, а скорее системами с тяжелым фермионом на уровне Ферми. Хотя гибридизация между электронами проводимости  $d$ -электронами и локализованными  $f$ -электронами происходит при температуре перехода и в системе, по-видимому, образуется энергетическая щель  $d$ -электронов на энергии Ферми, возможная небольшая электроподобная дисперсия  $f$ -электронов приводит к образованию тяжелого фермионного гибрида  $d$ - $f$  с большой поверхности Ферми. Этот гибрид никогда не имеет щелей и, следовательно, является металлическим. Вполне вероятно, что наблюдаемое насыщение электросопротивления в  $\text{SmB}_6$  при очень низкой температуре обусловлено остаточным сопротивлением этого тяжелофермионного  $d$ - $f$ -гибрида. Если это так, то это исключает предположение [13] о том, что  $\text{SmB}_6$  является топологическим изолятором. Поэтому, поскольку наша теория предполагает существование  $d$ - $f$ -гибрида тяжелых фермионов на уровне Ферми, который становится видимым в осцилляциях дГВА при очень низких температурах, мы полагаем, что можно наблюдать и осцилля-

ции Шубникова–де Гааза с частотой  $F_2 = \mu + \sqrt{\frac{\bar{\theta}\theta}{|\alpha|}}$  на этих низких температурах, несмотря на большое электрическое сопротивление.

Мы отмечаем, что существует теоретическое предложение [14], в котором утверждается, что SmV<sub>6</sub> может быть изолятороподобным металлом. В работе [14] был изучен гамильтониан, который представляет собой ур. (1), но с  $\alpha = 0$  и энергией Ферми, установленной на дне зоны проводимости (небольшое легирование). Заметим, что модель, изученная в настоящей работе, всегда является металлической с тяжелым фермионным  $d$ – $f$ -гибридом на энергии Ферми.

Покажем теперь, как система может быть металлической, не топологическим изолятором, но тем не менее иметь краевые состояния. Наш выбор теоретической модели мотивирован оригинальными работами по краевым состояниям в металлических системах [15–17] и топологических изоляторах [18, 19]. Например, из [17] мы знаем, что в двумерном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием Рашбы будут краевые состояния. Чтобы сопоставить систему из работы [17] с нашей системой, мы должны потребовать, чтобы параметр гибридизации был нечетным по импульсу. Предположим, мы нашли такое взаимодействие между  $d$ - и  $f$ -фермионами, которое стабилизирует гибридизационную щель с  $\theta_{\mathbf{k}} = -\theta_{-\mathbf{k}}$  симметрией. Тогда наш минимальный модельный гамильтониан равен

$$H_C = \int_{\mathbf{r}} \bar{\psi}(\mathbf{r}) \begin{bmatrix} \hat{\xi}_{\mathbf{k}} & \theta(\hat{k}_x + i\hat{k}_y) \\ \bar{\theta}(\hat{k}_x - i\hat{k}_y) & \alpha\hat{\xi}_{\mathbf{k}} \end{bmatrix} \psi(\mathbf{r}), \quad (10)$$

где  $\theta_{\mathbf{k}} = \theta(\hat{k}_x + i\hat{k}_y)$ , шляпки обозначают операторы, а базис теперь содержит спин  $\bar{\psi}_{\mathbf{k}} = (\bar{\psi}_{d;\uparrow}, \bar{\psi}_{f;\downarrow})$  (существует независимый и аналогичный гамильтониан для базиса противоположных спинов). Заметим, что при  $\alpha = -1$  модель соответствует модели топологических изоляторов Волкова–Панкратова [18, 19], тогда как  $\alpha = 1$  соответствует двумерному электронному газу со спин-орбитальным взаимодействием Рашбы, краевые состояния которых изучались в [17]. Спектр объемных фермионов равен

$$\epsilon_{\mathbf{k};\pm} = \frac{1+\alpha}{2}\xi_{\mathbf{k}} \pm \sqrt{\left(\frac{1-\alpha}{2}\xi_{\mathbf{k}}\right)^2 + \bar{\theta}\theta k^2}, \quad (11)$$

и мы показываем его на правом графике рис. 1. Если химический потенциал положить равным нулю, то обе зоны  $\epsilon_{\mathbf{k};\pm}$  заняты. На правом графике рис. 1 небольшой карман (синий) соответствует полосе  $\epsilon_{\mathbf{k};+}$ . Спиноры

$$\psi_{\pm;\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \pm \frac{\sin \zeta_{\mathbf{k}}}{\sqrt{1 \pm \cos \zeta_{\mathbf{k}}}} e^{i\chi_{\mathbf{k}}} \\ \sqrt{1 \pm \cos \zeta_{\mathbf{k}}} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где  $\chi_{\mathbf{k}} = \arctan\left(\frac{k_y}{k_x}\right)$ , и который нечетен либо по  $k_x$ , или по  $k_y$ , и  $\cos(\zeta_{\mathbf{k}}) = \frac{1-\alpha}{2}\xi_{\mathbf{k}} \left[ \sqrt{\left(\frac{1-\alpha}{2}\xi_{\mathbf{k}}\right)^2 + \bar{\theta}\theta k^2} \right]^{-1}$ . Будем описывать границу системы стенкой с бесконечным потенциалом в точке  $x = 0$  и предположим наличие свободного пространства в области  $x > 0$ . Граничные условия выглядят как  $\psi(x = 0, y) = 0$ . Поэтому спиноры  $+$  и  $-$  перемешиваются, чтобы удовлетворить граничному условию, поскольку  $\chi_{k_x;k_y} = -\chi_{-k_x;k_y}$ .

Мы определяем

$$\zeta = 1 - \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{2\alpha\mu}{m\bar{\theta}\theta}}} > 0, \quad (13)$$

который появляется в качестве параметра в нашем анализе. Можно показать, что при  $k_y^2 < \zeta 2m\mu$  краевых состояний нет. Плоские волны обеих подзон  $\epsilon_{\mathbf{k};\pm}$  рассеиваются от границы. При  $k_y^2 > \zeta 2m\mu$  возникают краевые состояния, возникающие из зоны  $\epsilon_{\mathbf{k};+}$ , которые затухают от границы как  $\psi_{+;k_y}(\mathbf{r}) \propto e^{-\sqrt{k_y^2 - \zeta 2m\mu}x} e^{ik_y y}$ . Отметим, что краевые состояния также будут присутствовать, если наша минимальная модель ур. (10) будет обобщена на более чем две подзоны при условии, что нечетность параметра гибридизационного по импульсу сохраняется.

В заключение мы предложили теоретическую модель, представленную в ур. (1), чтобы сделать попытку объяснить гигантский температурный пик амплитуды осцилляций дГВА, экспериментально наблюдаемый в материале SmV<sub>6</sub> при очень низких температурах [2]. Главный вывод, полученный из нашей модели, заключается в том, что система никогда не является по-настоящему изолирующей, а скорее металлической с тяжелым фермионным гибридом  $d$ – $f$  при энергии Ферми, который может казаться изолирующим из-за своей большой массы. На рисунке 2 мы действительно получаем гигантский температурный пик, связанный с осцилляциями этого тяжелого фермионного  $d$ – $f$ -гибрида. Слабость модели заключается в том, что, как показано на рис. 2, высокотемпературный хвост и гигантский температурный пик соответствуют колебаниям с двумя разными частотами:  $F_1$  и  $F_2$  соответственно. В нашей модели их невозможно сделать строго одинаковыми. Мы предположили, что либо  $F_2 \approx 2F_1$ , либо имеет место совпадение частот из разных ферми-карманов. В [1, 2] есть экспериментальные данные, подтверждающие

эти две гипотезы. Есть предположение, что является материал  $\text{SmB}_6$  является топологическим изолятором. Мы предложили сценарий, описываемый гамильтонианом ур. (10), когда тяжелый фермионный  $d$ - $f$ -гибрид, будучи металлическим, имеет краевые состояния.

Автор благодарит И. С. Бурмистрова, А. М. Финкельштейна, М. М. Глазова, П. Д. Григорьева, А. Каменева, Д. Г. Яковлева и А. Ю. Зюзина за полезные обсуждения. Автор благодарен Пиринемской школе теоретической физики.

**Финансирование работы.** Работа была поддержана Фондом развития теоретической физики и математики БАЗИС.

**Конфликт интересов.** Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. G. Li, Z. Xiang, F. Yu, T. Asaba et al. (Collaboration), *Science* **346**, 1208 (2014).
2. B. S. Tan, Y.-T. Hsu, B. Zeng et al. (Collaboration), *Science* **349**, 287 (2015).
3. I. M. Lifshitz and A. M. Kosevich, *Sov. Phys. JETP* **2**, 636 (1956).
4. E. M. Lifshits and L. P. Pitaevskii, *Statistical Physics, Part 2: Course of Theoretical Physics – Vol. 9*, Pergamon Press, Exeter (1980).
5. J. Knolle and N. R. Cooper, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 146401 (2015).
6. L. Zhang, X.-Y. Song, and F. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 046404 (2016).
7. Z. Z. Alisultanov, *JETP Lett.* **104**, 187 (2016).
8. H. K. Pal, F. Piechon, J.-N. Fuchs, M. Goerbig, and G. Montambaux, *Phys. Rev. B* **94**, 125140 (2016).
9. G. Singh and H. Pal, *Phys. Rev. B* **108**, L201103 (2023).
10. V. A. Zyuzin, *Phys. Rev. B* **109**, 235111 (2024).
11. A. Allocca and N. Cooper, *SciPost Phys.* **12**, 123 (2022).
12. L. V. Keldysh and Yu. V. Kopaev, *Soviet Physics – Solid State.* **6**, 2219 (1965).
13. M. Dzero, K. Sun, V. Galitski, and P. Coleman, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 106408 (2010).
14. H. K. Pal, *Phys. Rev. B* **99**, 045149 (2019).
15. M. I. Dyakonov and A. V. Khaetskii, *JETP Lett.* **33**, 115 (1981).
16. T. D. Stanescu and V. Galitski, *Phys. Rev. B* **74**, 205331 (2006).
17. V. A. Zyuzin, P. G. Silvestrov, and E. G. Mishchenko, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 106601 (2007).
18. B. A. Volkov and O. A. Pankratov, *Pis'ma ZhETF* **42**, 145 (1985) [*JETP Lett.* **42**, 178 (1985)].
19. O. A. Pankratov, S. V. Pakhomov, and B. A. Volkov, *Solid State Commun.* **61**, 93 (1987).