

# Двухпетлевые КЭД/КХД поправки в поляризованном $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ процессе в SANCphot

С. Бондаренко<sup>ID+o1</sup>, А. Исадыков<sup>ID+\*</sup>, Л. Калиновская<sup>ID\*∇</sup>, А. Сапронов<sup>ID\*</sup>, Д. Сеитова<sup>ID\*</sup>

<sup>+</sup>Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

<sup>\*</sup>Лаборатория ядерных проблем им. В. П. Дзелепова, Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

<sup>×</sup>Институт ядерной физики, Министерство энергетики Республики Казахстан, 050032 Алматы, Казахстан

<sup>o</sup>Государственный университет “Дубна”, 141980 Дубна, Россия

<sup>∇</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 1 октября 2024 г.

После переработки 18 октября 2024 г.

Принята к публикации 22 октября 2024 г.

Представлена новая версия интегратора SANCphot, которая была разработана для быстрых и стабильных численных расчетов до двух петель для процесса поляризованного рассеяния света-на-свете. Используются однопетлевые модули на основе спирального формализма с массивными частицами и двухпетлевые модули с безмассовыми частицами внутри петель. Интерес к этому исследованию обусловлен потенциальной возможностью использования пучков поляризованных фотонов для исследования области высоких энергий. Данная работа является вкладом в исследовательскую программу проекта CEPС, разрабатываемого в Китае.

DOI: 10.31857/S0370274X24120019, EDN: SPYSVB

**1. Введение.** Возросший интерес к исследованию процесса рассеяния свет-на-свете

$$\gamma(p_1) + \gamma(p_2) \rightarrow \gamma(p_3) + \gamma(p_4) \quad (1)$$

в основном связан с планируемыми  $e^+e^-$  коллайдерами высокой светимости (FCC<sub>ee</sub> [1, 2], CEPС [3–5], ILC [6, 7], CLIC [8–11]), а также с коллайдером при низких энергиях (Genie в Китае [12]). В обоих случаях, высокополяризованные фотоны в начальном состоянии создаются в результате рождения фотонов во время лазерного комптоновского обратного рассеяния от пучка электронов высокой энергии. Идея наблюдения поляризованных  $\gamma\gamma$  столкновений на линейных коллайдерах с помощью обратного комптоновского рассеяния была предложена группой новосибирских физиков [13–15].

Такие характеристики фотон-фотонных столкновений, как поляризованные пучки фотонов, большие сечения и высокая светимость значительно повышают точность измерений на фотонных коллайдерах. Поэтому данные процессы необходимо естественным

образом интегрировать в теоретические расчеты и соответствующие программные продукты.

В 2017 году, коллаборации ATLAS и CMS, следуя предложенной стратегии проведения эксперимента [16], провели первое измерение процесса рассеяния свет-на-свете в столкновениях тяжелых ионов [17–19] на LHC. Теоретическая поддержка этого эксперимента осуществлялась программами SuperChic 4 [20] и GAMMA-UPC+MadGraph5\_aMC@NLO [21, 22] на однопетлевом уровне точности. Теоретическая оценка сечений составила около двух стандартных отклонений ниже измеренного ATLAS значения. Следовательно, для современной наивысшей экспериментальной точности аналогичного эксперимента, жизненно необходимы поправки с более высоким, чем однопетлевые, уровнем пертурбативного приближения.

При низких энергиях планируется создать первый в мире гамма-фотонный коллайдер Genie (Qini). Этот коллайдер предназначен для проведения прямых экспериментальных тестов по рассеянию света-на-свете, с акцентом на достижение максимального сечения при энергии в центре масс 1–2 МэВ [12]. Теоретическая поддержка оказывается программным продуктом SAIN 2.42 [23, 24].

<sup>1</sup>)e-mail: bondarenko@jinr.ru

Предыдущая версия интегратора **SANCPHOT** [25] предназначалась для расчетов процессов  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma(\gamma Z, ZZ)$  на однопетлевом уровне точности, где учитывались фермионные и бозонные петли. В проекте **SANC** [26] всегда используется спиральный формализм. В этом подходе легко добавлять поправки высших порядков и очень удобно оценивать поляризацию [27, 28]. В данной работе приводится описание новой версии интегратора **SANCPHOT** для быстрых и стабильных численных расчетов до двух КЭД/КХД петель для рассеяния света-на-свете. В отличие от других исследований двухпетлевых расчетов, представленное исследование сосредоточено на сценарии, в котором пучки поляризованных фотонов образуются в результате обратного лазерного комптоновского рассеяния на электронном пучке высокой энергии. В частности, это означает, что конечные наблюдаемые частицы чувствительны к форме спектра фотонов и конфигурации поляризации. Текущая версия адаптирована для изучения результатов вкладов двух петель в ультрарелятивистском пределе (кинематические инварианты  $s, t, u$  намного больше, чем квадратичных масс заряженных фермионов) в дополнение к вычислениям **SANC** на однопетлевом уровне с массивными частицами [29, 30] внутри петель. Выражения для двухпетлевых амплитуд для фермионных петель соответствуют безмассовым КЭД и КХД случаям [31].

Двухпетлевые поправки к рассеянию света-на-свете были вычислены два десятилетия назад [31, 32]. В этих работах рассматривались безмассовые амплитуды, поскольку они наиболее доступны для вычислений. Недавно двухпетлевые массивные амплитуды КХД и КЭД для спиральности при рассеянии света-на-свете были представлены в [33, 34].

Статья состоит из четырех разделов. Во втором разделе описана реализация вкладов двухпетлевых КЭД/КХД поправок в поляризованные сечения процесса рассеяния света-на-свете в рамках подхода спиральных амплитуд. В разделе 3 приводится сравнение и численные результаты. Наконец, в разделе 4 дано заключение.

**2. Вклад двухпетлевых КЭД/КХД поправок.** В этом разделе дается краткое объяснение реализации двухпетлевых поправок КЭД/КХД с помощью спиральных амплитуд. Основной набор двухпетлевых диаграмм состоит из трех типов неисчезающих диаграмм Фейнмана, соответствующих соединению любых двух сторон бокса с фотонным КЭД или глюонным КХД пропагатором; см. рис. 1. Общее количество из шестидесяти диаграмм Фейнмана получается при всех возможных перестановках. Все

остальные типы диаграмм КХД исчезают по теореме Фарри или теории групп.

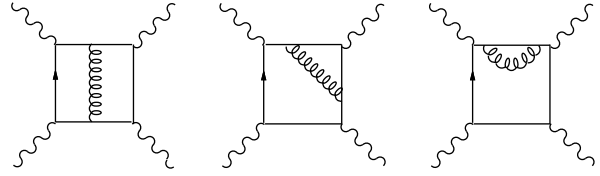


Рис. 1. Двухпетлевые диаграммы, соответствующие внутреннему обмену фотоном/глюоном

Двухпетлевые амплитуды КХД и КЭД с поправками даются следующими выражениями [31]:

$$\mathcal{H}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{2\text{-loop, QCD(QED)}} = N^{\text{QCD(QED)}} \mathcal{H}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{(2)}$$

с коэффициентами  $N^{\text{QCD}} = 4(N^2 - 1)Q^4\alpha^2 \frac{\alpha_s(M_z^2)}{\pi}$ ,

и  $N^{\text{QED}} = 8NQ^6\alpha^2 \frac{\alpha(0)}{\pi}$ , где  $N$  – фермионный цветовой фактор (3 для кварков, 1 для лептонов), и  $Q$  – фермионный заряд в единицах  $e$ . В расчетах, вклад топ-кварка учитывался только для энергий  $\sqrt{s} > 2m_t$ .

С учетом инвариантности по четности и статистики Бозе, сечение процесса поляризованного рассеяния света-на-свете в упрощенной форме было получено в [27, 28], и мы используем его в наших расчетах [25].

Выражения для спиральных амплитуд  $\mathcal{H}^{(2)}$  в пределе  $m_f = 0$  (здесь  $m_f$  – масса фермиона в петле) даны в [31]. Уравнение (1) из [25] используется для расчета вклада одной и двух петель в поляризованное сечение. Спиральные амплитуды в этом уравнении имеют вид:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^{1\text{-loop}} + \mathcal{H}^{2\text{-loop, QCD/QED}}.$$

В расчетах члены, пропорциональные квадрату амплитуды  $\mathcal{H}^{2\text{-loop}}$ , были опущены как вклады поправок более высокого порядка.

**3. Численные результаты программы SANCPHOT.** Численные результаты для процесса рассеяния света-на-свете содержат оценки полного сечения и различных кинематических распределений конечных состояний при фиксированных энергиях входящего электронного пучка

$$\sqrt{s} = 250, 500, 1000 \text{ ГэВ} \quad (2)$$

и различных поляризационных состояний.

Численные расчеты проводились в  $\alpha(0)$  электро-слабой схеме, используя набор физических параметров, приведенных ниже:

$$\begin{aligned}
 \alpha &= 1/137.035990996, & \alpha_s(M_Z^2) &= 0.1176, \\
 M_W &= 80.45149 \text{ ГэВ}, & M_Z &= 91.18670 \text{ ГэВ}, \\
 M_H &= 125 \text{ ГэВ}, \\
 m_e &= 0.51099907 \text{ МэВ}, & m_\mu &= 0.105658389 \text{ ГэВ}, \\
 m_\tau &= 1.77705 \text{ ГэВ}, \\
 m_u &= 0.062 \text{ ГэВ}, & m_d &= 0.083 \text{ ГэВ}, \\
 m_c &= 1.5 \text{ ГэВ}, & m_s &= 0.215 \text{ ГэВ}, \\
 m_t &= 173.8 \text{ ГэВ}, & m_b &= 4.7 \text{ ГэВ}.
 \end{aligned}$$

Сечение было проинтегрировано в интервале углов рассеяния  $|\theta| > 30^\circ$  в системе центра масс.

Для проверки технической точности наших кодов были повторены результаты, показанные на рис. 3 из [31] для различных величин  $k$  (см. определение (3.4) в упомянутой статье). Для неполяризованных начальных и конечных фотонов и полностью поляризованных ( $++$  и  $+-$ ) начальных фотонов, наблюдается хорошее согласие. Также было получено качественное согласие с результатами на рис. 4 из [31] для КХД поправок.

Для того чтобы исследовать зависимость полного сечения от состояний начальной поляризации, численные тесты проводились с использованием тех же трех наборов поляризаций, что и в [25]:

$$\begin{aligned}
 \text{set 1 : } P_e &= P'_e = 0.8, \\
 P_\gamma &= P'_\gamma = -1, P_t = P'_t = 0, \\
 \text{set 2 : } P_e &= P'_e = 0, P_\gamma = P'_\gamma = 0, \\
 P_t &= P'_t = 1, \phi = \pi/2, \\
 \text{set 3 : } P_e &= 0.8, P'_e = 0, P_\gamma = -1, P'_\gamma = 0, \\
 P_t &= 0, P'_t = 1, \phi = \pi/2,
 \end{aligned} \tag{3}$$

здесь  $P_e$ ,  $P_\gamma$  и  $P'_\gamma$  обозначают поляризацию начального электрона, лазера рассеянного фотона [35]. Рассматриваются три случая для лазерных фотонов: два из них имеют чисто перпендикулярную поляризацию т.е.  $P_t = P'_t = 1$  и только один случай с поляризацией вперед или назад.

**3.1. Интегральное сечение.** Соответствующие результаты для полного интегрального сечения для поляризованного процесса (1) представлены в табл. 1, где относительные поправки  $\delta$  вычисляются как отношения (в процентах) соответствующих радиационных поправок (КЭД/КХД) к сечению уровня LO, т.е.  $\delta = \sigma^{\text{NLO}}/\sigma^{\text{LO}} - 1$ , где LO означает 1-петлевой, а NLO – 2-петлевой вклады.

Знак и величина интегрированных относительных поправок, соответствующих двухпетлевым эффектам КЭД и КХД сильно зависят от комбинации энергии и поляризации. Вклад КЭД обычно составляет лишь 10 % от КХД, что можно легко получить из отношения  $N^{\text{QED}}/N^{\text{QCD}}$ .

Величина относительных поправок для набора 1 меньше, чем для наборов 2 и 3. Для энергии центра масс  $\sqrt{s_{ee}} = 250$  ГэВ величина относительных поправок КХД составляет примерно 0.2 % для набора 1 и примерно  $(-0.4)$ – $(-0.5)$  % для наборов 2, 3. Для  $\sqrt{s_{ee}} = 500$  ГэВ величина относительных КХД поправок составляет  $(-0.4)$  % для набора 1 и  $(-1)$  % для наборов 2, 3. Для  $\sqrt{s_{ee}} = 1000$  ГэВ величина относительных КХД поправок составляет примерно  $(-0.7)$  % для набора 1 и  $(-0.9)$  % для наборов 2, 3. Таким образом, эти вклады довольно велики при требованиях к современной экспериментальной точности. Квадратичные вклады 2-го цикла в относительные поправки примерно в 100 раз меньше для КЭД и примерно в 4–10 раз для КХД-терминов. Их следует учитывать вместе с вкладом трехпетлевых поправок.

**Таблица 1.** Интегральные однопетлевые сечения  $\sigma(\gamma\gamma)$  [фб] и соответствующие относительные двухпетлевые поправки  $\delta$  [%] к процессу  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$  с различными поляризационными состояниями

$\sqrt{s_{ee}}$		250 ГэВ	500 ГэВ	1 ТэВ
Набор 1	$\sigma$ , фб	22.524(1)	9.445(1)	6.940(1)
	$\delta^{\text{QED}}$ , %	0.016(1)	-0.039(3)	-0.062(3)
	$\delta^{\text{QCD}}$ , %	0.125(1)	-0.415(3)	-0.662(3)
Набор 2	$\sigma$ , фб	24.426(1)	8.045(1)	6.861(1)
	$\delta^{\text{QED}}$ , %	-0.035(2)	-0.099(2)	-0.087(3)
	$\delta^{\text{QCD}}$ , %	-0.278(2)	-1.052(2)	-0.927(2)
Набор 3	$\sigma$ , фб	22.320(1)	8.014(1)	6.7967(1)
	$\delta^{\text{QED}}$ , %	-0.039(1)	-0.103(2)	-0.084(2)
	$\delta^{\text{QCD}}$ , %	-0.305(2)	-1.101(2)	-0.900(2)

**3.2. Дифференциальные распределения.** На рисунке 2 показаны основные кинематические распределения по  $\cos\vartheta$ ,  $M_{\text{inv}}$  и  $p_T$ , определенные для фотонов конечного состояния в лабораторной системе отсчета. Представлены графики для поляризованного рассеяния (1) для трех различных начальных энергий электронов и трех комбинаций поляризации начальных пучков.

На верхних частях каждого графика на рис. 2 показаны двухпетлевые вклады КЭД и КХД в поляризованные сечения с наборами поляризации (3). На нижних частях показаны относительные поправки двухпетлевых вкладов КЭД/КХД по частям.

Поведение распределений относительных поправок сильно зависит от комбинаций энергии и поляризации. Эта зависимость объясняется сверткой компонент сечения спиральности с параметрами Стокса, которые явно зависят от энергии и поляризации входящего электрона (см., например, уравнения (A7)–(A18) из [36]).

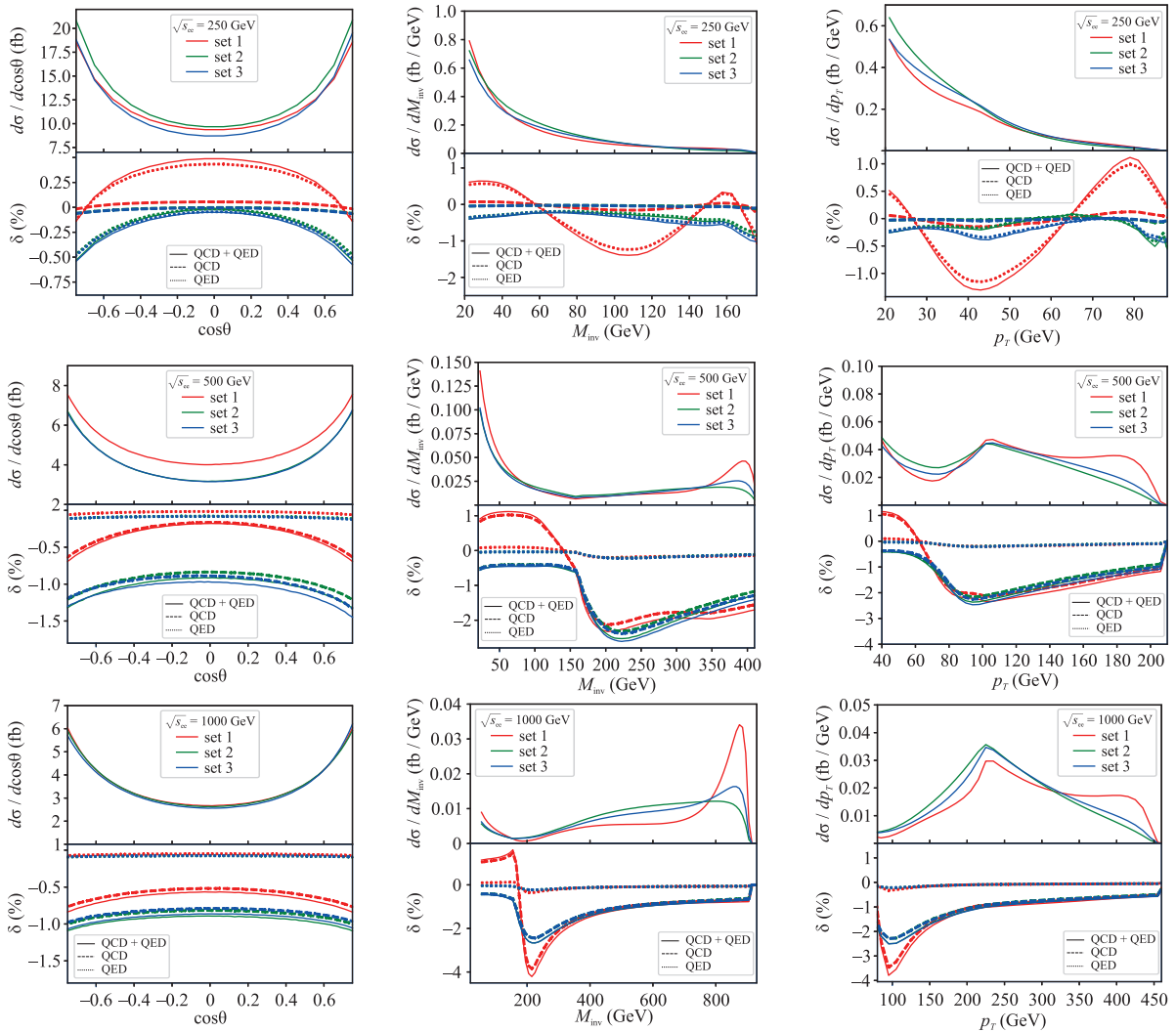


Рис. 2. (Цветной онлайн) Кинематические распределения конечного состояния в процессе поляризованного рассеянии света-на-свете при фиксированных значениях энергии налетающих электронов  $\sqrt{s_{ee}} = 250, 500$  и  $1000$  ГэВ и различных поляризационных состояний

Результаты для относительных распределений поправок на  $\cos\theta$  для набора 1 при  $\sqrt{s_{ee}} = 250$  ГэВ являются в основном положительными, в то время как поправки для всех остальных энергий и наборов отрицательны.

Относительные поправки к распределениям по инвариантной массе  $M_{\text{inv}}$  находятся в диапазоне от  $-2.5$  до  $1\%$  для энергий  $\sqrt{s_{ee}} = 250, 500$  ГэВ системе центра масс двух фотонов. Для  $\sqrt{s_{ee}} = 1000$  ГэВ диапазон расширяется от  $-4$  до  $1.5\%$ . Относительные поправки для распределений по поперечному импульсу  $p_t$  имеют похожее поведение и величину с учетом поправок для распределений по инвариантной массе  $M_{\text{inv}}$ . В итоге, поведение поправок для распределений по псевдобыстроте  $p_t$  повторяют форму для распределений по инвариантной массе  $M_{\text{inv}}$ .

Резкий перегиб в распределении относительных поправок по  $M_{\text{inv}}$  вблизи значения  $160$  ГэВ соответствует  $W$ -боксу в однопетлевом вкладе.

**4. Заключение.** Представленная версия программы **SANCPHOT** предназначена для изучения процесса поляризованного рассеяния света-на-свете. Она включает электрослабые однопетлевые радиационные поправки к реалистичным наблюдаемым, а также двухпетлевые поправки КХД/КЭД. Установлено, что двухпетлевые КЭД/КХД поправки вносят существенный вклад.

Включение вкладов до двухпетлевого уровня, наряду с массовыми эффектами, позволяет повысить точность теоретических предсказаний для рассматриваемого процесса. Достижение такого уровня точности необходимо для согласования с ожида-

емой экспериментальной точностью будущих измерений. Однако поправки высшего порядка к рассеянию света-на-свете на фотон-фотонных коллайдерах могут быть ответственны лишь за часть неопределенности предсказаний. Другая часть, как ожидается, возникает из-за приближения спектра фотонов с комптоновским рассеянием. Этот вопрос должен быть рассмотрен в дальнейших исследованиях.

**Финансирование работы.** Данное исследование поддержано Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант # AP19680084).

**Конфликт интересов.** Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. FCC-ee homepage – <https://fcc.web.cern.ch/>.
2. FCC Collaboration, A. Abada, M. Abbrescia, S. AbdusSalam et al., *Eur. Phys. J. ST* **228**(2) 261 (2019).
3. CEPC homepage – <http://cepc.ihep.ac.cn/>.
4. CEPC Study Group Collaboration, M. Abbrescia, M. Ahmad, X. Ai et al., 1811.10545.
5. CEPC Study Group Collaboration, W. Abdallah, T. Carlos Adorno de Freitas, K. Afanaciev et al., *Radiat. Detect. Technol. Methods* **8**(1), 1 (2024); 2312.14363.
6. ILC homepage – <https://linearcollider.org/>.
7. ILC Collaboration, A. Abada, T. Abe, T. Abe et al., 1306.6352.
8. CLIC homepage – <https://clic.cern/>.
9. CLICdp, CLIC Collaboration, T. Charles, P. Giansiracusa, T. Lucas et al., 1812.06018.
10. CLICdp, ILD concept group Collaboration, A. F. Zarnecki, *PoS CORFU2019*, 037 (2020); 2004.14628.
11. The CLIC project Collaboration, O. Brunner, P. N. Burrows, S. Calatroni et al., 2203.09186.
12. T. Takahashi, G. An, Y. Chen et al., *Eur. Phys. J. C* **78**(11), 893 (2018); Erratum: *Eur. Phys. J. C* **82**, 404 (2022); 1807.00101.
13. I. F. Ginzburg, G. L. Kotkin, V. G. Serbo, and V. I. Telnov, *JETP Lett.* **34**, 491 (1981).
14. I. F. Ginzburg, G. L. Kotkin, V. G. Serbo, and V. I. Telnov, *Nucl. Instrum. Meth.* **205**, 47 (1983).
15. I. F. Ginzburg, G. L. Kotkin, S. L. Panfil, V. G. Serbo, and V. I. Telnov, *Nucl. Instrum. Meth. A* **219**, 5 (1984).
16. D. d’Enterria and G. G. da Silveira, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 080405 (2013); Erratum: *Phys. Rev. Lett.* **116**, 129901 (2016); 1305.7142.
17. ATLAS Collaboration, M. Aaboud, G. Aad, B. Abbott et al., *Nature Phys.* **13**(9), 852 (2017); 1702.01625.
18. CMS Collaboration, A. Sirunyan, A. Tumasyan, W. Adam et al., *Phys. Lett. B* **797**, 134826 (2019); 1810.04602.
19. ATLAS Collaboration, G. Aad, B. Abbott, D. Abbott et al., *JHEP* **03**, 243 (2021); Erratum: *JHEP* **11**, 050 (2021); 2008.05355.
20. L. A. Harland-Lang, M. Tasevsky, V. A. Khoze, and M. G. Ryskin, *Eur. Phys. J. C* **80**(10), 925 (2020); 2007.12704.
21. H.-S. Shao and D. d’Enterria, *JHEP* **09**, 248 (2022); 2207.03012.
22. J. Alwall, R. Frederix, S. Frixione, V. Hirschi, F. Maltoni, O. Mattelaer, H. S. Shao, T. Stelzer, P. Torrielli, and M. Zaro, *JHEP* **07**, 079 (2014); 1405.0301.
23. P. Chen, T. Ohgaki, A. Spitkovsky, T. Takahashi, and K. Yokoya, *Nucl. Instrum. Meth. A* **397**, 458 (1997); physics/9704012.
24. K. Yokoya, User manual of CAIN, version 2.40 (2018).
25. S. G. Bondarenko, L. V. Kalinovskaya, and A. A. Sapronov, *Comput. Phys. Commun.* **294**, 108929 (2024); 2201.04350.
26. A. Andonov, A. Arbuzov, D. Bardin, S. Bondarenko, P. Christova, L. Kalinovskaya, G. Nanava, and W. von Schlippe, *Comput. Phys. Commun.* **174**, 481 (2006); Erratum: *Comput. Phys. Commun.* **177**, 623 (2007); hep-ph/0411186.
27. G. J. Gounaris, P. I. Porfyriadis, and F. M. Renard, *Phys. Lett. B* **452**, 76 (1999); Erratum: *Phys. Lett. B* **513**, 431 (2001); Erratum: *Phys. Lett. B* **464**, 350 (1999); hep-ph/9812378.
28. G. J. Gounaris, P. I. Porfyriadis, and F. M. Renard, *Eur. Phys. J. C* **9**, 673 (1999); hep-ph/9902230.
29. D. Bardin, L. Kalinovskaya, V. Kolesnikov, and E. Uglov, hep-ph/0611188.
30. D. Bardin, L. Kalinovskaya, and E. Uglov, *Phys. Atom. Nucl.* **73**, 1878 (2010); 0911.5634.
31. Z. Bern, A. De Freitas, L. J. Dixon, A. Ghinculov, and H. L. Wong, *JHEP* **11**, 031 (2001); hep-ph/0109079.
32. T. Binoth, E. W. N. Glover, P. Marquard, and J. J. van der Bij, *JHEP* **05**, 060 (2002); hep-ph/0202266.
33. A. A. H., E. Chaubey, and H.-S. Shao, *JHEP* **03**, 121 (2024); 2312.16966.
34. A. A. H., E. Chaubey, M. Fraaije, V. Hirschi, and H.-S. Shao, *Phys. Lett. B* **851**, 138555 (2024); 2312.16956.
35. J. H. Kuhn, E. Mirkes, and J. Steegborn, *Z. Phys. C* **57**, 615 (1993).
36. G. J. Gounaris and G. P. Tsirigoti, *Phys. Rev. D* **56**, 3030 (1997); Erratum: *Phys. Rev. D* **58**, 059901 (1998); hep-ph/9703446.