Письма в ЖЭТФ, том 121, вып. 2, с. 98 – 103 © 2025 г. 25 января

Управление топологией магнитных структур в перфорированной пленке посредством электрического поля

Е. Б. Магадеев[1)], Р. М. Вахитов

Уфимский университет науки и технологий, 450076 Уфа, Россия

Поступила в редакцию 21 октября 2024 г.
После переработки 13 ноября 2024 г.
Принята к публикации 25 ноября 2024 г.

В работе теоретически исследуется перфорированная пленка планарного ферромагнетика при наличии неоднородного магнитоэлектрического взаимодействия. Показано, что под влиянием внешнего электрического поля магнитная структура такой пленки может менять свою топологию. Более того, доказано, что для произвольной наперед заданной топологии магнитной структуры можно указать распределение электрического потенциала, при котором данная топология физически реализуется. Приведены явные выражения, определяющие топологию магнитной структуры при заданном распределении потенциала как в общем, так и в ряде частных случаев.

DOI: 10.31857/S0370274X25010156, EDN: ZCDUYC

Введение. На данный момент условия зарождения топологически защищенных магнитных неоднородностей различного типа (скирмионов, бимеронов и т.д. [1, 2]) изучены уже с достаточной степенью полноты и основательности (см., например, [3–5]). Тем не менее, задача управления формированием таких структур еще далека от полного решения, что препятствует их широкому применению на практике. При этом возникающие затруднения далеко не всегда носят принципиальный характер: даже в тех случаях, когда для вихреподобной неоднородности с заданными свойствами можно указать стабилизирующее ее внешнее воздействие (например, внешнее магнитное поле определенной конфигурации), с технической точки зрения реализация данного воздействия может оказаться затруднительной или даже невозможной. Так в [6] было теоретически показано, что предложенные в [7, 8] магнитные структуры с нетривиальной топологией, формирующиеся в перфорированных пленках планарного ферромагнетика, становятся устойчивыми при пропускании электрического тока определенной величины через одну из имеющихся перфораций. Хотя такой подход и представляется вполне реализуемым на практике, он обладает целым рядом серьезных недостатков: во-первых, его применимость ограничена исключительно диэлектрическими магнетиками (при этом перфорации могут быть заполнены проводящим немагнитным материалом), во-вторых, пропускание токов через образец может приводить к нежелательным тепловым эффектам, в-третьих, уменьшение размеров перфораций будет связано с ростом плотности пропускаемых через них токов, что накладывает определенные ограничения на возможности миниатюризации устройств на основе перфорированных пленок; кроме того, пропускание тока ровно через одну из нескольких близкорасположенных наноразмерных перфораций само по себе является нетривиальной задачей. В настоящей работе рассматривается альтернативный способ создания структур указанного типа, который заключается в управлении магнитной подсистемой образца посредством внешнего электрического поля [9, 10]. Данная возможность, появляющаяся в материалах с неоднородным магнитоэлектрическим взаимодействием (НМЭВ) [11], является привлекательной, с одной стороны, из-за простоты создания электрических полей, а с другой – из-за крайне широкого спектра структур, которые могут быть стабилизированы полями подходящей конфигурации. Кроме того, такой подход реализует применение энергосберегающих технологий управления [12].

1. Постановка задачи. Будем рассматривать неограниченную ферромагнитную пленку постоянной малой толщины h, в которой присутствует определенное число сквозных цилиндрических отверстий. Обозначим через R_i радиус i-го отверстия, а через r_{ij} расстояние между центрами отверстий с номерами i и j (см. рис. 1). При этом ограничимся случаем, когда размеры отверстий являются малыми, так что, по крайней мере, $\max(R_i, R_j) \ll r_{ij}$. Пусть материал пленки представляет собой планарный магне-

[1)]e-mail: magadeeveb@gmail.com

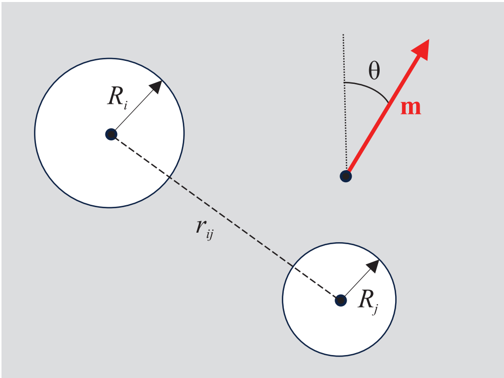

Рис. 1. (Цветной онлайн) Геометрия перфорированной пленки. Красной стрелкой показано направление единичного вектора намагниченности

тик, так что единичный вектор намагниченности $\mathbf{m}$ не может выходить из плоскости образца. Это имеет место при наличии сильной кристаллической анизотропии типа "легкая плоскость" [8] или анизотропии формы [13], возникающей в тонких пленках вследствие влияния размагничивающих полей. В таком случае ориентация вектора $\mathbf{m}$ может быть задана единственным углом θ, и полную энергию W системы можно представить в следующем виде [7, 14]:

$$W = W_A + W_E \tag{1.1}$$

$$W_A = \int A(\nabla\theta)^2 h dS, \tag{1.2}$$

$$W_E = \int M_s^2 b\mathbf{E}(\mathbf{m}\operatorname{div}\mathbf{m} + \mathbf{m}\times\operatorname{rot}\mathbf{m})hdS, \tag{1.3}$$

где A – обменный параметр, M_s – намагниченность насыщения, b – константа НМЭВ [12], $\mathbf{E}$ – напряженность электрического поля в данной точке образца, а интегрирование ведется по всей плоскости пленки, за исключением областей, занимаемых перфорациями. Отметим, что вклад от размагничивающих полей не учтен явно в выражениях (1), поскольку в тонких пленках их влияние сводится преимущественно к появлению анизотропии формы, которая в изучаемом случае обеспечивает планарность распределения намагниченности.

Наличие обменного взаимодействия, которому отвечает энергия W_A, приводит к тому, что во всей внутренней области образца угол θ представляет собой непрерывную функцию пространственных координат. Эта функция, однако, необязательно является однозначной: при обходе вокруг i-го отверстия по часовой стрелке ее значение может меняться на угол $2\pi k_i$ (здесь k_i – произвольное целое число), что соответствует совершению вектором намагниченности k_i полных оборотов. Набор значений k_1, k_2, k_3,... для всех перфораций образца полностью задает топологию наблюдаемой в нем магнитной структуры. Несложно видеть при этом, что для вихреподобной магнитной структуры, которая локализована в области массива перфораций, а вдали от этого массива тяготеет к однородному распределению намагниченности (в этом смысле представляя собой уединенную магнитную неоднородность), должно выполняться следующее условие:

$$k_1 + k_2 + k_3 + \ldots = 0, \tag{2}$$

поскольку в противном случае вектор $\mathbf{m}$ будет совершать ненулевое число полных оборотов даже при обходе вдоль бесконечно удаленного контура, охватывающего все отверстия.

Пусть для начала электрическое поле отсутствует, т.е. $\mathbf{E} \equiv 0$. Тогда условие минимума энергии $W = W_A$ сводится к уравнению Лапласа $\Delta\theta = 0$. Как показано в [8], данное уравнение имеет решения, отвечающие произвольным наборам $k_1, k_2, k_3, \ldots$, однако только при выполнении условия (2) энергия системы оказывается конечной, а именно

$$W_A = -4\pi Ah\Sigma_{i<j}k_ik_j\ln(r_{ij}/\sqrt{R_iR_j}). \tag{3}$$

На рисунке 2 проиллюстрировано одно из таких решений для пленки с тремя перфорациями, определяющее магнитную структуру с топологией $k_1 = -2$, $k_2 = +1$, $k_3 = +1$. Из положительной определенности величины W_A ясно, что все подобные состояния системы являются метастабильными, за исключением устойчивого однородного состояния $\theta = \text{const}$, в случае которого $k_i = 0$ для каждого из отверстий. Тем не менее, после включения внешнего поля $\mathbf{E}$ глобальный минимум энергии (1) может достигаться уже для какой-то из структур, обладающих нетривиальной топологией. Отысканию значений $k_1, k_2, k_3, \ldots$, которые отвечают устойчивой магнитной структуре при заданной конфигурации электрического поля, и посвящены дальнейшие рассуждения.

Отметим, что хотя в случае структур, для которых не выполняется условие (2), обменная энергия W_A оказывается бесконечной, это, вообще говоря, еще не означает, что такая структура в принципе не может быть стабилизирована электрическим полем. Напротив, в работе [15] было показано, что в пленке с одной перфорацией можно добиться устойчивости состояния с произвольным значением k_1, если через данную перфорацию пропущена бесконечно протяженная заряженная нить. При этом, как несложно

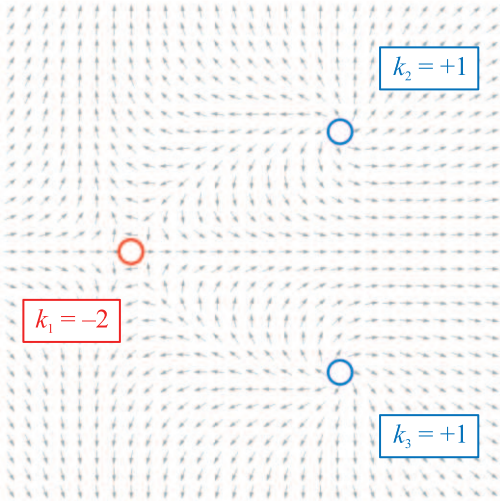

Рис. 2. (Цветной онлайн) Пример распределения намагниченности, обладающего нетривиальной топологией. Серыми стрелками показано направление намагниченности в различных точках образца. При обходе по часовой стрелке вокруг перфорации, показанной красной окружностью, вектор намагниченности совершает $k_1 = -2$ оборота, а при обходе вокруг перфораций, показанных синими окружностями, $k_2 = k_3 = +1$ оборот

убедиться, $W_E \to -\infty$, что и разрешает кажущийся парадокс. Тем не менее, данная ситуация является, по сути, единственным исключением из правила, в то время как поле произвольной ограниченной в пространстве системы зарядов, разумеется, не может стабилизировать структуру с $W_A \to +\infty$. Поэтому в рамках настоящей работы состояния, нарушающие условие (2), рассматриваться не будут.

2. Решение в общем случае. Введем в рассмотрение потенциал электрического поля φ, так что $\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\varphi$. Тогда, представляя в (1) компоненты вектора $\mathbf{m}$ через угол θ, для энергии НМЭВ получаем:

$$W_E = \int M_s^2 b \operatorname{div}(\varphi[\mathbf{n} \times \nabla\theta]) h dS, \tag{4}$$

где n – единичный вектор нормали к поверхности образца. Из вида выражения (4) ясно, что слагаемое W_E не дает вклада в вариационную производную $\delta W/\delta\theta$, а значит, даже при наличии поля $\mathbf{E}$ все стабильные и метастабильные состояния системы по-прежнему описываются решениями уравнения $\Delta\theta = 0$. Следовательно, формула (3) для обменной энергии W_A также остается применимой для равновесных структур с заданной топологией. Кроме того, выражение (4) может быть представлено в виде суммы интегралов по границам перфораций, а также интеграла по бесконечно удаленной границе образца. Последний интеграл обращается в нуль вследствие соотношения (2) и постоянства потенциала φ на бесконечности. Интегралы по границам перфораций также можно вычислить явно, если учесть, что вследствие малых размеров отверстий значения потенциала φ не успевают существенно измениться в их области, и для границы i-той перфорации можно принять $\varphi \approx \varphi = \text{const}$. Отсюда для энергии НМЭВ имеем:

$$W_E = 2\pi M_s^2 bh \Sigma_i k_i \varphi_i. \tag{5}$$

Таким образом, полная энергия системы W при заданных значениях $k_1, k_2, k_3, \ldots$ определяется суммой выражений (3) и (5), т.е. представляет собой квадратичный полином от переменных k_i. Минимизация этого полинома с дополнительным условием (2) позволяет найти топологию магнитной структуры, устойчивой при заданных значениях $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots$ потенциала поля.

Определенная сложность решения сформулированной выше задачи оптимизации заключается в том, что искомые величины k_i должны выбираться, вообще говоря, из множества целых чисел. Ясно, однако, что от данного ограничения можно отказаться, поскольку вследствие простого характера зависимости функции $W(k_1, k_2, k_3, \ldots)$ от своих аргументов решение задачи в целых числах может быть получено округлением действительных значений k_i, минимизирующих функцию W и удовлетворяющих условию (2) (необходимо подчеркнуть, впрочем, что такое округление в ряде случаев может оказаться нетривиальным: например, не всегда корректно попросту выбирать ближайшие к k_i целые числа, поскольку сумма таких целых чисел может оказаться уже отличной от нуля). Применяя метод неопределенных множителей Лагранжа, для таких действительных значений имеем:

$$\varphi_i = \psi_0 \Sigma_j C_{ij} k_j + \psi_s, \tag{6}$$

где $\psi_0 = \frac{2A}{M_s^2 b}$, ψ_s – произвольная постоянная величина, а

$$C_{ij} = \begin{cases} \ln(r_{ij}/\sqrt{R_i R_j}), & i \neq j, \\ 0, & i = j. \end{cases}$$

Подставляя в формулу (6) целые значения k_i, можно получить значения потенциалов φ_i, при которых заданные k_i будут в точности минимизировать энергию W системы. Отсюда вытекает, что для произвольной наперед заданной топологии $k_1, k_2, k_3, \ldots$ можно указать распределение электрического потенциала φ, при котором формирующаяся в образце устойчивая магнитная структура будет иметь именно такую топологию. Следует подчеркнуть, что речь при этом не идет о какой-то специфической конфигурации поля, трудно реализуемой на практике: фактически, для формирования структуры нужного типа достаточно создать между перфорациями подходящие разности потенциалов, причем соотношение (6) задает лишь "рекомендуемые" значения таких разностей, от которых допустимо в некоторых пределах отклоняться.

Решая далее уравнение (6) относительно неизвестных k_i,получаем:

$$k_i = \psi_0^{-1} \Sigma_j C_{ij}^{-1} (\varphi_j - \psi_s). \tag{7}$$

В отличие от формулы (6), где величина ψ_s представляет собой постоянную добавку к потенциалу φ, которая не влияет на напряженность поля $\mathbf{E}$ и может быть выбрана произвольно, в (7) значение ψ_s необходимо конкретизировать. Проверяя выполнение условия (2), находим:

$$\psi_s = \Sigma_{i,j} C_{ij}^{-1} \varphi_j / \Sigma_{i,j} C_{ij}^{-1}. \tag{8}$$

Соотношения (7) и (8) с точностью до необходимости округления значений k_i определяют топологию магнитной структуры, стабилизирующейся в образце под действием поля заданной конфигурации.

3. Случай однородного поля. В качестве примера применения развитой теории рассмотрим пленку с двумя перфорациями равного радиуса $R_1 = R_2 = R$, расстояние между которыми $r_{12} = a$ (см. рис. 3). Пусть в области перфораций электрическое поле является однородным, и проекция его напряженности на линию, соединяющую центры перфораций, равна E (на рис. 3 соответствующая компонента поля является единственной). Тогда $\varphi_2 - \varphi_1 = -Ea$, и из формул (7) и (8) находим:

$$k_2 = -k_1 = \frac{Ea}{2\psi_0 \ln(a/R)}. \tag{9}$$

Таким образом, воздействие однородным полем позволяет стабилизировать в окрестности пары перфораций вихреподобную неоднородность. В частности, структура с $k_2 = +1$, показанная на рис. 3, согласно формуле (9), может сформироваться, например, при $a/R = 10$, $E = 4.5\psi_0/a$. Более того, поскольку в случае двух перфораций не может возникнуть неоднозначных ситуаций с округлением значений k_i, формула (9) позволяет оценить минимальную величину поля E, при которой устойчивая структура оказывается неоднородной. А именно, из условия $|k_2| > 1/2$ имеем:

$$|E| > \frac{\psi_0}{a} \ln(a/R). \tag{10}$$

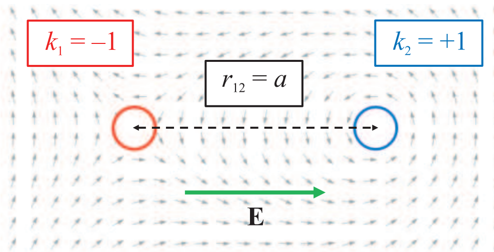

Рис. 3. (Цветной онлайн) Распределение намагниченности в пленке с двумя перфорациями, возникающее под воздействием однородного электрического поля. Зеленой стрелкой показано направление поля. Серыми стрелками показано направление намагниченности в различных точках образца. При обходе по часовой стрелке вокруг перфорации, показанной красной окружностью, вектор намагниченности совершает $k_1 = -1$ оборот, а при обходе вокруг перфорации, показанной синей окружностью, $k_2 = +1$ оборот

Соотношение (10) показывает,что при увеличении расстояния между отверстиями для создания вихреподобной неоднородности требуются поля все меньшей величины. Данное обстоятельство благоприятно для экспериментальной проверки излагаемой теории.

Разумеется, однородное поле может стабилизировать топологически нетривиальные структуры также и в пленках с числом отверстий более двух. Так, например, структура, показанная на рис. 2, формируется в поле,напряженность которого направлена вдоль оси симметрии системы и при $a/R = 10$ имеет значение около $8\psi_0/a$, где a – сторона треугольника, в вершинах которого расположены перфорации. Отметим, что рассмотренные примеры раскрывают физический смысл величины ψ_0 как характерной разности потенциалов между отверстиями, при которой в пленке начинают формироваться неоднородные структуры. Более того, данная величина оказывается вообще единственным параметром, характеризующим материал магнетика в рамках решаемой задачи. В частности, для изучаемой системы невозможно естественным образом ввести понятие характерной длины, так что величины r_{ij} и R_i, определяющие размеры и взаимное расположение отверстий в пленке, могут сравниваться только между собой. Роль такой характерной длины, вообще говоря, могла бы играть обменная длина $\sqrt{A/(2\pi M_s^2)}$ (возможно, в некоторой комбинации с толщиной пленки h) в том случае, если бы в энергии (1) системы явно учитывался вклад планарных компонент размагничивающих полей, однако в рамках настоящего анализа этот вклад считается пренебрежимо малым (в противоположность вкладу нормальных к поверхности пленки компонент, которые ответственны за появление анизотропии формы). Учет соответствующих ему поправок, возникающих в пленках с конкретной геометрией, включая заданную толщину h, может стать предметом дальнейших исследований.

4. Случай регулярных решеток перфораций. Из соотношений (7) и (8) видно, что зависимость k_i от φ_i является линейной, так что для k_i выполняется своеобразный принцип суперпозиции. Покажем, кроме того, что влияние электрического поля на топологию магнитной структуры характеризуется близкодействием в том смысле, что изменение потенциала одной из перфораций существенно сказывается на значении k_i лишь для данной перфорации, а также, возможно, еще для нескольких ближайших к ней перфораций. Будем рассматривать образец, содержащий бесконечное число одинаковых отверстий радиуса $R_i = R$, расположенных на одной прямой с постоянным шагом $r_{i,i+1} = a$ между соседними отверстиями, как показано на рис. 4. Тогда $C_{ij} = \ln(|i-j|a/R)$ при $i \neq j$, $C_{ii} = 0$, а значит, выражение (6) для k_i представляет собой линейную свертку последовательности k_i. В этом случае вместо использования общего выражения (7) можно осуществить обратную свертку, откуда имеем:

$$k_i = \psi_0^{-1} \Sigma_j M_{i-j} \varphi_j, \tag{11}$$

где

$$M_i = -\frac{1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} \frac{\cos ip}{G(p) + \ln(a/R)} dp. \tag{12}$$

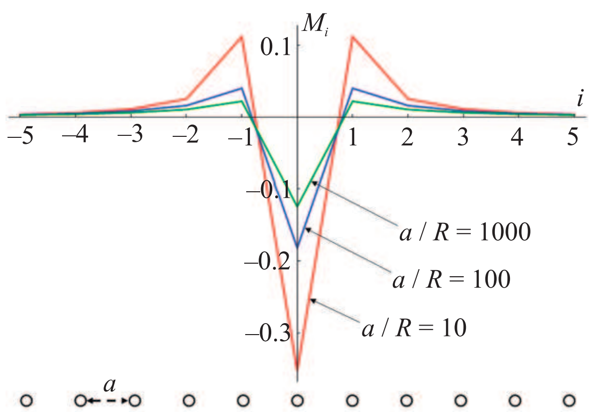

Рис. 4. (Цветной онлайн) Ядро свертки M_i при различных значениях отношения расстояния a между соседними перфорациями к их радиусу R. В нижней части рисунка показана схема расположения перфораций в образце

Входящая в выражение (12) функция $G(p)$ определяется как сумма бесконечного ряда

$$G(p) = -2 \sum_{j=2}^{\infty} \ln j \cos jp$$

и, вообще говоря, может быть выражена через специальные функции. Для практического применения, однако, важно, во-первых, что ее минимальное значение равно $G(\pi) = -\ln(\pi/2)$, поэтому интеграл (12) сходится при $a/R > \pi/2$ (данное неравенство можно считать заведомо выполненным,поскольку $a \gg R$). Во-вторых, имеет место следующее приближение:

$$G(p) \approx \frac{\pi^2 \left(q - \ln \frac{\pi}{2}\right)}{p(2\pi - p)} - q,$$

благодаря которому удается эффективно рассчитать значения интеграла, входящего в выражение (12), причем при выборе настроечного параметра $q \approx 2.5$ ошибка в вычислении значений M_i начинает проявляться только в четвертом знаке после запятой. На рисунке 4 показаны результаты таких вычислений при различных значениях отношения a/R. Поскольку коэффициенты M_i представляют собой ядро свертки (11), ясно, что приведенные графики отвечают распределению величины k_i в том случае, когда $\varphi_0 = \psi_0$, а потенциалы поля в области остальных перфораций равны нулю. Быстрое убывание значений M_i с ростом $|i|$ подтверждает высказанную выше идею о близкодействии. Разумеется, в случае квадратной решетки перфораций с периодом a наблюдается схожая картина; результаты соответствующих расчетов значений k_i при потенциале $\varphi = \psi_0$ в области одной из перфораций и нулевом потенциале в области остальных перфораций показаны на рис. 5.

Заключение. Таким образом, воздействие электрическим полем позволяет гибко управлять топологией магнитной структуры в образце, причем такое управление может осуществляться посредством сразу нескольких источников поля, каждый из которых будет локально и независимо влиять на топологию структуры в некоторой ее пространственной области. Это позволяет, например, рассматривать пленки с массивами пар близкорасположенных перфораций как физическую основу для создания носителей информации нового типа. Каждая такая пара перфораций будет представлять собой отдельную ячейку памяти, значение в которой кодируется топологией вихреподобной неоднородности, локализованной в области ячейки, а запись нового значения осуществляется включением электрического поля. Отметим, однако, что для реализации данного подхода необходима магнитная пленка, которая ха-

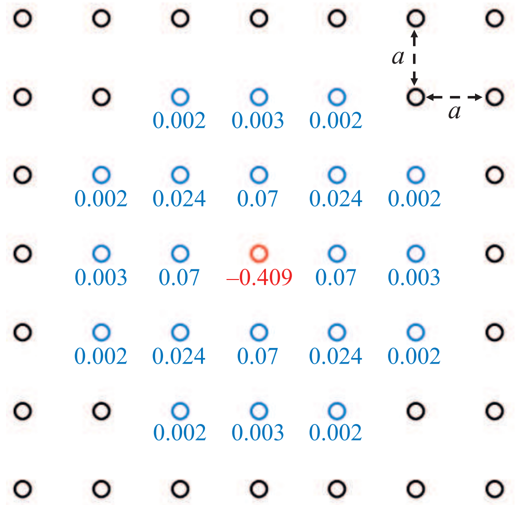

Рис. 5. (Цветной онлайн) Распределение значений k_i в квадратной решетке перфораций с периодом a в случае, когда потенциал одной из перфораций равен ψ_0, а потенциалы остальных перфораций равны нулю. Цветами проиллюстрирован знак k_i для соответствующих перфораций

рактеризуется наличием не только НМЭВ, но также сильной эффективной анизотропии типа "легкая плоскость". Возможность создания таких пленок на практике, равно как и перспективы применения НМЭВ к управлению топологией структур в магнетиках, не являющихся планарными, требуют дальнейших исследований.

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках государственного задания, соглашение # 075-03-2024-123/1 от 15.02.2024, тема # 324-21.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. K. Everschor-Sitte, J. Masell, R. M. Reeve, and M. Kläui, J. Appl. Phys. **124**, 240901 (2018).
2. D. Kumar, T. Jin, R. Sbiaa, M. Kläui, S. Bedanta, S. Fukami, D. Ravelosona, S.-H. Yang, X. Liu, and S. N. Piramanayagam, Phys. Rep. **958**, 1 (2022).
3. C. Moreau-Luchaire, S. C. Mouta, N.Reyren et al. (Collaboration), Nat. Nanotechnol. **11**, 444 (2016).
4. A. Fert, N. Reyren, and V. Cros, Nat. Rev. Mater. **2**, 17031 (2017).
5. D. Navas, R. V. Verba, A.Hierro-Rodriguez, S. A. Bunyaev, X. Zhou, A. O. Adeyeye, O. V. Dobrovolskiy, B. A. Ivanov, K. Y. Guslienko, and G. N. Kakazei, APL Mater. **7**, 081114 (2019).
6. E. Magadeev, R. Vakhitov, and I. Sharafullin, Entropy **24**, 1104 (2022).
7. Е. Б. Магадеев, Р. М. Вахитов, Письма в ЖЭТФ **115**, 123 (2022).
8. E. B. Magadeev, R. M. Vakhitov, and R. R. Kanbekov, J. Phys.: Condens. Matter. **35**, 215801 (2023).
9. G. A. Meshkov, A. P. Pyatakov, A. D. Belanovsky, K. A. Zvezdin, and A. S. Logginov, J. Magn. Soc. Jpn. **36**, 45 (2012).
10. Д. П. Куликова, А. П. Пятаков, Е. П. Николаева, А. С. Сергеев, Т. Б. Косых, З. А. Пятакова, А. В. Николаев, А. К. Звездин, Письма в ЖЭТФ **104**, 196 (2016).
11. В. Г. Барьяхтар, В. А. Львов, Д. А. Яблонский, Письма в ЖЭТФ **37**, 565 (1983).
12. А. П. Пятаков, А. К. Звездин, УФН **182**, 593 (2012).
13. A. Hubert and R. Shafer, *Magnetic Domains*, Springer-Verlag, Berlin (2007).
14. I. Dzyaloshinskii, Europhys. Lett. **83**, 67001 (2008).
15. E. B. Magadeev and R. M. Vakhitov, J. Magn. Magn. Mater. **587**, 171230 (2023).