Письма в ЖЭТФ, том 121, вып. 2, с. 113 – 120 © 2025 г. 25 января

Долинный эффект Холла в двумерной электрон-экситонной системе[1)]

М. В. Боев[2)], А. В. Снегирев

Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 24 октября 2024 г.
После переработки 22 ноября 2024 г.
Принята к публикации 25 ноября 2024 г.

В работе представлена теория долинного эффекта Холла в гибридной системе "электронный газ – бозе-конденсат дипольных экситонов", сформированной на базе пространственно разнесенных монослоев дихалькогенидов переходных металлов. На основе анализа асимметричного (skew) рассеяния электронов на элементарных возбуждениях экситонного бозе-конденсата исследованы зависимости поперечного электрического тока от геометрических размеров структуры, температуры и концентрации электронного газа.

DOI: 10.31857/S0370274X25010178, EDN: IAGPFO

В современной физике двумерных систем целый класс транспортных явлений объединяют единым термином: аномальный эффект Холла (АЭХ). Под этим термином подразумевается возбуждение поперечного отклика системы относительно внешней возбуждающей силы в отсутствие внешнего магнитного поля, то есть без прямого воздействия силы Лоренца [1–5]. Как правило, микроскопические теории АЭХ основываются на исследованиях топологической структуры энергетических зон материала (anomalous velocity) и различных механизмов примесного рассеяния (skew scattering и side jump), как это сделано, например, для графена [6]. Отметим, что фононные механизмы возникновения АЭХ в различных системах также исследуются [7, 8].

Объектом изучения АЭХ в настоящей работе являются двумерные наноструктуры на базе дихалькогенидов переходных металлов (ДПМ), в которых зонная структура характеризуется двумя долинами, K_+ и K_-, связанными друг с другом операцией обращения времени. Соответственно, АЭХ в данных материалах называется долинным эффектом Холла (ДЭХ) [9], и к настоящему моменту теория данного эффекта хорошо развита [10]. Оригинальным направлением исследований АЭХ в изначально немагнитных материалах является создание различных гетероструктур, например, с использованием ферромагнитных соединений [11, 12]. Принципиально иной тип структур на базе ДПМ представляют собой

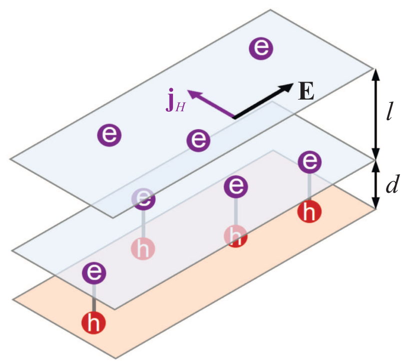

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематичное изображение исследуемой двумерной электрон-экситонной системы; l – расстояние между электронным и экситонным слоями, d – размер дипольных экситонов

разнесенные слои электронного и экситонного газов (рис. 1). Так как экситоны обладают целочисленным спином, при достаточно низкой температуре экситонный газ претерпевает переход в сверхтекучее состояние [13]. Несмотря на электрическую нейтральность экситонов, экситонный бозе-конденсат проявляет себя в транспортных [14] и магнитотранспортных [15] эффектах через электрон-экситонное кулоновское взаимодействие. Ранее было показано [16], что взаимодействие электронов с таким экситонным бозе-конденсатом открывает дополнительный канал рассеяния, который при определенных параметрах должен давать основной вклад в удельное сопротивление электронного слоя. Настоящая работа посвящена исследованию роли асимметричного (skew) рассеяния электронов на элементарных возбуждениях

[1)]См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru

[2)]e-mail: boevm@isp.nsc.ru

экситонного бозе-конденсата в формировании ДЭХ в гибридной электрон-экситонной системе.

Начнем с определения поперечной плотности тока электронов:

$$j_H = e_0 \sum_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}}^{\perp} \delta n_{\mathbf{p}}, \qquad (1)$$

где $\delta n_{\mathbf{p}}$ – неравновесная часть функции распределения электронов, $v_{\mathbf{p}}^{\perp}$ – проекция скорости электронов на направление, перпендикулярное вектору напряженности электрического поля $\mathbf{E}$, e_0 – заряд электрона. Проекция скорости $v_{\mathbf{p}}^{\perp}$ меняет знак при зеркальном отражении относительно вектора $\mathbf{E}$, поэтому вклад в поперечный отклик дает лишь асимметричная поправка $\delta n_{\mathbf{p}}{}^{(as)}$, также не обладающая указанной симметрией. Для нахождения $\delta n_{\mathbf{p}}{}^{(as)}$ воспользуемся кинетическим уравнением:

$$e_0 \mathbf{E} \partial_{\mathbf{p}} n_{\mathbf{p}} + Q\{n_{\mathbf{p}}\} = 0, \qquad (2)$$

где $n_{\mathbf{p}}$ – неравновесная функция электронов в зоне проводимости, $Q\{n_{\mathbf{p}}\}$ – интеграл столкновений электронов с примесями и экситонами. Далее мы полагаем, что конденсация экситонов происходит при столь низкой температуре, что электронный газ является вырожденным. Из уравнения (2) следует, что единственным источником асимметрии функции распределения является интеграл столкновений, поэтому явно разделим его на два слагаемых, отвечающих за симметричное и асимметричное рассеяние: $Q\{n_{\mathbf{p}}\} = Q^{(s)}\{n_{\mathbf{p}}\} + Q^{(as)}\{n_{\mathbf{p}}\}$. При низких температурах основной механизм релаксации в системе – рассеяние на статических несовершенствах кристаллической решетки. В низшем порядке теории возмущений в борновском приближении такое рассеяние дает вклад только в $Q^{(s)}$, поэтому естественно считать $Q^{(s)} \gg Q^{(as)}$ и решать уравнение (2) методом последовательных приближений, что дает:

$$\delta n_{\mathbf{p}}^{(s)} = -\tau e_0 \mathbf{E} \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \frac{\partial n_{\mathbf{p}}^{(0)}}{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}}, \qquad (3)$$

$$\delta n_{\mathbf{p}}{}^{(as)} = -\tau Q^{(as)}\{\delta n_{\mathbf{p}}^{(s)}\}, \qquad (4)$$

где $n_{\mathbf{p}}^{(0)}$ – равновесная функция распределения электронного газа, $\tau = (m u_0^2 n_i)^{-1}$ – время релаксации на короткодействующих примесях, m и $\varepsilon_{\mathbf{p}}$ – эффективная масса и энергетическая дисперсия электронов в зоне проводимости соответственно, u_0 – потенциал примесей, а n_i – их концентрация.

При наличии в системе нескольких механизмов рассеяния необходимо учитывать вклад каждого из них в выражении (4). В заключительной части работы приведены численные оценки эффективности электрон- экситонного взаимодействия в сравнении с асимметричным рассеянием электронов на примесях и фононах. Перейдем к вычислению асимметричной части интеграла столкновений, обусловленной электрон-экситонным взаимодействием. Получить его явный вид можно различными способами. Первый, наиболее распространенный, сводится к вычислению квантовомеханической вероятности перехода между различными состояниями (что лежит в основе анализа асимметричного рассеяния электронов на примесях и фононах в работе [10]). В области низких температур числа заполнения колебательных степеней свободы экситонного бозе-конденсата нельзя считать большими величинами по сравнению с единицей, поэтому для расчета вероятности переходов необходим аккуратный подход, учитывающий заселенности всех промежуточных электронных состояний [17]. Другой способ, использованный в данной работе, основан на аппарате диаграммной техники Келдыша [18] и заключается в переходе от квантового кинетического уравнения к квазиклассическому в пределе медленно меняющихся в пространстве и времени полей [19, 20]. Начнем его изложение с краткого описания электронной подсистемы.

Зонная структура ДПМ состоит из двух долин, расположенных вблизи K- точек зоны Бриллюэна (правильного шестиугольника) [21]. Вблизи точки K_+ воспользуемся модельным гамильтонианом вида [22]:

$$\hat{H} = \int d\mathbf{r} \Psi^{\dagger}(x) \hat{h} \Psi(x), \qquad (5)$$

$$\hat{h} = \begin{pmatrix} e_0\varphi & \gamma \hat{p}_- \\ \gamma \hat{p}_+ & -E_g + e_0\varphi \end{pmatrix}, \qquad (6)$$

где $\Psi(x) = (\psi_c(x), \psi_v(x))^T$ – полевой оператор электронного газа, c и v – индексы энергетических зон, $(x) = (t, \mathbf{r})$, $\gamma = p_{cv}/m_0$, p_{cv} – межзонный матричный элемент оператора импульса, m_0 – масса свободного электрона, $\hat{\mathbf{p}} = -i\partial_{\mathbf{r}}$ – оператор импульса, E_g – ширина запрещенной зоны и $\hbar = k_B = 1$. Так как в данной работе нас интересует отклик на постоянное электрическое поле, в гамильтониане (6) опущен векторный потенциал и оставлен только скалярный, $\varphi(\mathbf{r})$. Первым шагом вывода кинетического уравнения является нахождение явного вида функций Грина электронного газа. Начнем с запаздывающей функции Грина $\hat{G}_0^R$ свободных электронов:

$$\hat{G}_0^R(x_1, x_2) = -i\theta(t_1 - t_2)\langle\{\Psi(x_1) \overset{\otimes}{,} \Psi^{+}(x_2)\}\rangle, \qquad (7)$$

где $\{...\}$ – антикоммутатор двух операторов, а $\otimes$ –

прямое произведение в пространстве индексов зон. Данная функция подчиняется уравнению:

$$\hat{G}_0^{-1}(x_1)\hat{G}_0^R(x_1,x_2) = \hat{\tau}_0\delta(x_1 - x_2), \tag{8}$$

где $\hat{G}_0^{-1}(x_1) = i\partial_t - \hat{h}(\mathbf{r})$ и $\hat{\tau}_0$ – единичная матрица. Переходя в уравнении (8) к суммарным и разностным переменным, $(x_1, x_2) \to (x; \mathbf{p}, \omega)$ (где $x = (x_1+x_2)/2$, а $(\mathbf{p}, \omega)$ – импульс и частота, сопряженные с относительной переменной $(x_1 - x_2)$), и пренебрегая в первом приближении всеми пространственными и временными производными по суммарным аргументам, получаем:

$$\hat{G}^R_{0;\mathbf{p},\omega}(x) = \hat{h}^{(c)}_{\mathbf{p}} a^{(c)R}_{\mathbf{p},\omega}(x) + \{(c) \to (v)\}, \tag{9}$$
$$\hat{h}^{(c)}_{\mathbf{p}} \equiv \hat{h}_{\mathbf{p}} \approx \begin{pmatrix} 1 & \gamma p_-/E_g \\ \gamma p_+/E_g & \mathrm{O}(\gamma^2 p^2/E_g^2) \end{pmatrix},$$
$$a^{(c)R}_{\mathbf{p},\omega}(x) \equiv a^R_{\mathbf{p},\omega}(x) = (\omega + i\delta - e_0\varphi - \varepsilon_{\mathbf{p}})^{-1},$$

где $\varepsilon_{\mathbf{p}} = p^2/2m$ – энергия электрона вблизи дна зоны проводимости, $m = E_g/2\gamma^2$ – его эффективная масса. При выводе выражения (9) удержаны главные члены разложения по степеням $\gamma p/E_g$, так как сам модельный гамильтониан (6) справедлив в приближении $\gamma p/E_g \ll 1$. В условиях рассматриваемой задачи ширина запрещенной зоны заведомо превышает энергию любых элементарных возбуждений, в том числе экситонного конденсата. Поэтому вклад межзонных переходов мал по сравнению с внутризонными. Таким образом, часть функции Грина, соответствующая валентной зоне, не играет роли в изучаемом эффекте и в формуле (9) опущена. Для последующего расчета так же необходимы корреляционные функции, характеризующие числа заполнения электронных состояний:

$$\hat{G}^{\lessgtr}_{0;\mathbf{p},\omega}(x) = \hat{h}_{\mathbf{p}} a^{\lessgtr}_{\mathbf{p},\omega}(x), \tag{10}$$
$$a^{<}_{\mathbf{p},\omega}(x) = 2\pi i n_{\mathbf{p}}(x)\delta(\omega - e_0\varphi - \varepsilon_{\mathbf{p}}),$$
$$a^{>}_{\mathbf{p},\omega}(x) = -2\pi i(1 - n_{\mathbf{p}}(x))\delta(\omega - e_0\varphi - \varepsilon_{\mathbf{p}}).$$

Физическая картина, заключенная в корреляционных функциях (10), соответствует квазичастичному приближению: дельта-функция определяет спектральную плотность состояний, сдвинутых на величину потенциальной энергии электрона в электрическом поле, $e_0\varphi$, а распределение частиц по состояниям, в свою очередь, является медленной функцией пространственных координат и времени.

Полная корреляционная функция электронного газа учитывает взаимодействие электронов с окружением и подчиняется следующему уравнению:

$$\hat{G}_0^{-1}\hat{G}^{<}(x_1,x_2) = \int dx' \Big[\hat{\Sigma}^{<}(x_1,x')\hat{G}^A(x',x_2) + \hat{\Sigma}^R(x_1,x')\hat{G}^{<}(x',x_2),\Big] \tag{11}$$

где символом Σ обозначена собственно энергетическая часть электронных функций Грина (при этом уже учтен дополнительный минус, возникающий для вершин с противоположных ветвей контура Келдыша, $\Sigma^{<} = -\Sigma^{-+}$, [18]). Уравнение (11) является квантовым и должно быть дополнено уравнениями на опережающую и запаздывающую функции Грина, что делает систему уравнений замкнутой. На практике приходится применять те или иные упрощения. Наиболее простой подход, продемонстрированный еще в основополагающей работе Келдыша [23] и приводящий к кинетическому уравнению Больцмана, заключается в градиентом разложении правой части уравнения (11) и использовании равновесных функций (9) и (10) в качестве анзаца. В случае однозонного спектра заключительный шаг вывода кинетического уравнения состоит в вычитании из (11) сопряженного ему уравнения. Прямой расчет показывает, что обобщение на случай двухзонной модели сводится к взятию следа по индексам долин:

$$-\frac{1}{2\pi}\int\limits_0^\infty d(\omega - e\varphi)\mathrm{Sp}\Big[\hat{G}_0^{-1}\hat{G}^{<} - \hat{G}^{<}\hat{G}_0^{\dagger-1}\Big] = \Big[\partial_t + \mathbf{F}\partial_{\mathbf{p}} + \mathbf{v}_{\mathbf{p}}\partial_{\mathbf{r}}\Big] n_{\mathbf{p}}(x), \tag{12}$$

где $\mathbf{F} = \partial_{\mathbf{r}}\varepsilon_{\mathbf{p}} = e_0\mathbf{E}$ – сила, действующая на электрон со стороны электрического поля, а $\mathbf{v}_{\mathbf{p}} = \partial_{\mathbf{p}}\varepsilon_{\mathbf{p}}$ – скорость движения электронов с импульсом $\mathbf{p}$. Отметим, что, во-первых, выражение (12) остается справедливым и для прочих типов энергетического спектра электронов, например, получаемых путем точной диагонализации гамильтониана (6). Во-вторых, учет векторного потенциала электромагнитного поля, $\mathbf{A}(x)$, осуществляется обычным образом: $\varepsilon_{\mathbf{p}} \to \varepsilon_{\mathbf{p}-e\mathbf{A}}$. После получения корректного выражения для полевых членов кинетического уравнения Больцмана автоматически записывается и интеграл столкновений:

$$Q\{n_{\mathbf{p}}\} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^\infty d(\omega - e_0\varphi)\mathrm{Sp}\Big[\hat{\Sigma}^{>}_{\mathbf{p},\omega}(x)\hat{G}^{<}_{\mathbf{p},\omega}(x) - \hat{\Sigma}^{<}_{\mathbf{p},\omega}(x)\hat{G}^{>}_{\mathbf{p},\omega}(x)\Big]. \tag{13}$$

В рассматриваемой задаче явный вид собственно энергетических частей, Σ, задается оператором взаимодействия электронов с экситонами – кулоновским электрон-дипольным отталкиванием или притяжением (в зависимости от ориентации экситонов).

Энергия этого взаимодействия записывается в виде оператора, $\hat{V} = \int d\mathbf{r}d\mathbf{R}g(\mathbf{r}-\mathbf{R})\hat{n}(\mathbf{r})\hat{N}(\mathbf{R})$, где $\hat{n}$ и $\hat{N}$ – операторы плотности электронного и экситонного газов. При понижении температуры системы ниже критического значения макроскопически большое число экситонов переходит в основное энергетическое состояние с нулевым импульсом. В рамках модели слабо неидеального бозе-газа в соответствующем полевом операторе можно явно выделить волновую функцию конденсата [24]: $\hat{\Phi}(y) = \sqrt{n_c} + \hat{\phi}(y)$, где $(y) = (t, \mathbf{R})$, n_c – плотность конденсата, а полевой оператор $\hat{\phi}(y)$ описывает его коллективные возбуждения. Используя определение оператора плотности, $\hat{N}(y) = \hat{\Phi}^\dagger(y)\hat{\Phi}(y)$, удобно разделить оператор электрон-экситонного взаимодействия на две части:

$$\hat{V}_1 = \sqrt{n_c}\int d\mathbf{r}d\mathbf{R}(\hat{\phi}^\dagger(y) + \hat{\phi}(y))\hat{\Psi}^\dagger(x)\hat{g}(\mathbf{r}-\mathbf{R})\hat{\Psi}(x), \tag{14}$$

$$\hat{V}_2 = \int d\mathbf{r}d\mathbf{R}\hat{\phi}^\dagger(y)\hat{\phi}(y)\hat{\Psi}^\dagger(x)\hat{g}(\mathbf{r}-\mathbf{R})\hat{\Psi}(x), \tag{15}$$

где $\hat{g}(\mathbf{r}) = \tau_0 g(\mathbf{r})$, $g(\mathbf{r})$ – потенциал электрон-экситонного взаимодействия, фурье-образ которого имеет вид: $g(\mathbf{q}) = e_0^2(1-e^{-qd})e^{-ql}/2\epsilon q$, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды между квантовыми ямами, d – плечо экситона, l – расстояние между электронным и экситонным газами. В данной задаче мы считаем экситоны жесткими диполями, поэтому расстояние до электронного слоя предполагается заметно превышающим размер диполя, $d \ll l$. Соответственно, фурье-образ потенциала взаимодействия принимает вид:

$$g(\mathbf{q}) \approx e_0^2 d e^{-ql}/2\epsilon. \tag{16}$$

Смысл разделения оператора электрон-экситонного взаимодействия на два слагаемых следует из определения полевого оператора $\hat{\phi}_\mathbf{q}$: $\hat{\phi}_\mathbf{q} = \tilde{u}_\mathbf{q}\hat{b}_\mathbf{q} + \tilde{v}_\mathbf{q}\hat{b}^\dagger_{-\mathbf{q}}$. Здесь операторы рождения $\hat{b}^\dagger$ и уничтожения $\hat{b}$ описывают испускание и поглощение квантов собственных мод конденсата – боголонов. Таким образом, на языке диаграмм оператор $\hat{V}_1$ соответствует вершине с одной исходящей (входящей) линией боголона, а $\hat{V}_2$ – с двумя (рис. 2). Дисперсия собственных мод конденсата, $\omega_\mathbf{q} = sq\sqrt{1+q^2\xi^2}$, является линейной в длинноволновом пределе $q\xi \ll 1$ (где параметр размерности длины $\xi = 1/2Ms$ обратно пропорционален скорости звука в конденсате, $s = \sqrt{e_0^2 d n_c/\epsilon M}$, а M – эффективная масса экситона). Характерный максимальный импульс боголонов в рассматриваемой задаче ограничен потенциалом $g_\mathbf{q}$: $q_{\max} \simeq 1/l$. Приведенная ниже оценка скорости s показывает,

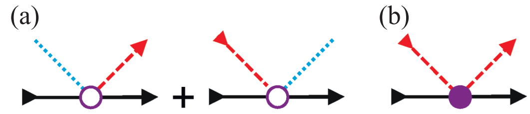

Рис. 2. (Цветной онлайн) Графическое изображение операторов электрон-экситонного взаимодействия: (a) – $\hat{V}_1$ и (b) – $\hat{V}_2$. Черные сплошные линии обозначают электронные полевые операторы, $\hat{\Psi}$ и $\hat{\Psi}^\dagger$, красные штриховые линии – полевые операторы надконденсатных возбуждений, $\hat{\phi}$ и $\hat{\phi}^\dagger$, а голубые пунктирные линии соответствуют частицам в основном состоянии бозе-конденсата и равны $\sqrt{n_c}$

что для экспериментально достижимых параметров выполняется условие $\xi/l \ll 1$, поэтому мы будем полагать спектр боголонов линейным $\omega_\mathbf{q} = sq$, а для амплитуд $\tilde{u}_\mathbf{q}$ и $\tilde{v}_\mathbf{q}$ будем использовать их длинноволновое разложение [25]:

$$\tilde{u}_\mathbf{q} = \sqrt{\frac{Ms^2}{2\omega_\mathbf{q}}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega_\mathbf{q}}{2Ms^2}}, \tag{17}$$

$$\tilde{v}_\mathbf{q} = -\sqrt{\frac{Ms^2}{2\omega_\mathbf{q}}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega_\mathbf{q}}{2Ms^2}}. \tag{18}$$

Диаграммы низшего порядка, дающие вклад в поперечный отклик, приведены на рис. 3. Каждая черная сплошная линия соответствует матричным функциям Грина электронов (9) и (10). Красные пунктирные линии обозначают функции Грина боголонов, построенных из различных комбинаций операторов $\phi^\dagger$ и ϕ (см. дополнительные материалы). Топологически эквивалентные диаграммы лежат в основе теории фононного механизма фотогальванического эффекта в пьезоэлектриках [26]. В рамках данной теории показано, что необходимым условием асимметричного рассеяния электронов на фононах является ангармонизм фононной подсистемы, источниками которого могут выступать двухфононные процессы или фонон-фононное взаимодействие. В изучаемой системе аналогом фонон-фононного взаимодействия выступает трехболонная вершина (рис. 3d). Соответствующая диаграмма $\Sigma^{(d)}$ определятся следующим порядком теории возмущений по сравнению с $\Sigma^{(a,b,c)}$. Трехболонное взаимодействие (вершина с крестом на рис. 3d) играет ключевую роль в процессах распада квазичастиц бозе-конденсата [24]. При этом данные процессы имеют пороговый характер в зависимости от энергии квазичастиц: существуют пороговая энергия ω_c, отделяющая область состояний $\omega < \omega_c$, для которых законы сохранения энергии и импульса исключают возможность распада. Пространственное разделение

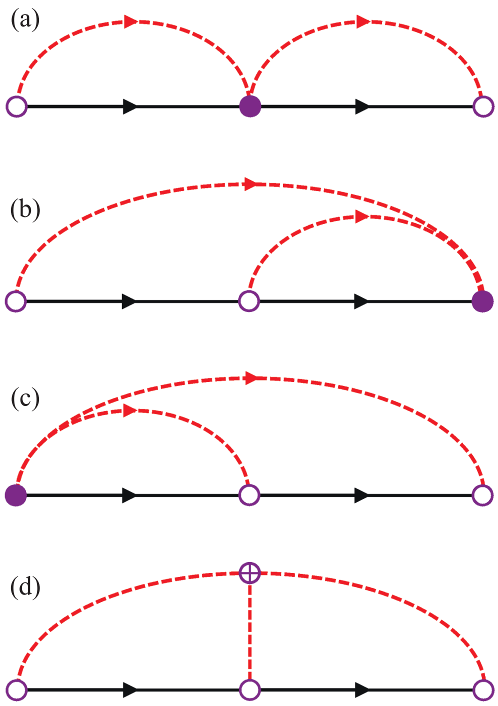

Рис. 3. (Цветной онлайн) Структура собственно энергетических частей Σ, определяющих асимметричное рассеяние электронов на боголонах. Черные сплошные и красные пунктирные линии соответствуют функциям Грина электронов и боголонов соответственно, пустые и закрашенные круги обозначают операторы электрон-экситонного взаимодействия (14) и (15), а круг с перекрестием обозначает межболголонное взаимодействие

электронного и экситонного газов в гибридной наноструктуре ограничивает максимальную величину передаваемого импульса между электронной и экситонной подсистемами (и, соответственно, характерную энергию боголонов), что позволяет нам строить теорию, используя длинноволновое приближение для дисперсии и амплитуд собственных мод бозе-конденсата. Оставаясь в рамках данного приближения, естественно ожидать, что энергии боголонов будет недостаточно для эффективного включения механизма рассеяния, сопровождаемого распадом боголонов. На этом основании вклад собственно энергетической части $\Sigma^{(d)}$ в данной работе не рассматривается.

Интегрирование по всем промежуточным переменным приводит к достаточно громоздкому выражению для интеграла столкновений $Q^{(as)}\{n_{\mathbf{p}}\}$, которое приведено дополнительных материалах. Отметим, что неприводимые части $\Sigma^{(a)}$, $\Sigma^{(b)}$ и $\Sigma^{(c)}$ могут значительно различаться по абсолютной величине. В частности, мы будем анализировать случаи, когда скорость звука в конденсате s не превосходит существенно фермиевскую скорость вырожденного электронного газа v_F. В рамках принятого длинноволнового приближения, $\xi/l \ll 1$, это означает, что длина волны де Бройля электронов мала по сравнению с расстоянием до экситонного конденсата, т.е. $p_F l \gg 1$. В этом случае диаграмма рис. 3а является лидирующей $\Sigma^{(a)}/\Sigma^{(b,c)} \sim p_F l$.

Асимметричная часть интеграла столкновений $Q^{(as)}\{n_{\mathbf{p}}\}$ содержит в себе два типа функций с экспоненциальным поведением: уже упомянутый потенциал электрон-экситонного взаимодействия $g_{\mathbf{q}}$ и распределение Бозе–Эйнштейна для собственных мод конденсата $N_{\mathbf{q}} = (e^{\omega_{\mathbf{q}}/T} - 1)^{-1}$. В соответствии с этим рассмотрим две предельных ситуации, в которых вид интеграла столкновений значительно упрощается.

Тепловой режим: $T \gg s/l$. В данном режиме главный вклад в интеграл столкновений дают импульсы, ограниченные обратным расстоянием между электронным и экситонным газами, $q_1, q_2 \lesssim 1/l$, поэтому колебания плотности конденсата можно считать классическими: $N_{\mathbf{q}} \approx T/\omega_{\mathbf{q}} \gg 1$. Интеграл столкновений при этом становится линейным по функции распределения электронного газа:

$$Q^{(as)}\{\delta n_{\mathbf{p}}^{(s)}\} = \frac{\gamma^2 n_c T^2}{2(2\pi)^2 E_g^2} \sum_{\eta_{1,2}=\pm 1} \eta_1 \eta_2$$
$$\int d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2 g_{\mathbf{q}_1} g_{\mathbf{q}_1-\mathbf{q}_2} g_{\mathbf{q}_2} (\mathbf{p} \times \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 \times \mathbf{p})_z \delta n_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_1}^{(s)}$$
$$\frac{\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_1} + \eta_1 \omega_{\mathbf{q}_1}) \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_2} + \eta_2 \omega_{\mathbf{q}_2})}{\omega_{\mathbf{q}_1} \omega_{\mathbf{q}_2}}, \quad (19)$$

где $(...)_z$ означает проекцию на ось z, перпендикулярную плоскости слоев. В отличие от рассеяния на фононах [10] в данном случае нельзя считать процесс упругим, так как, во-первых, на данном шаге мы не предполагаем скорость звука в конденсате малой по сравнению с фермиевской, а во-вторых, в рамках длинноволнового приближения $\omega_{\mathbf{q}} \gg \varepsilon_{\mathbf{q}}$. Пренебрегая $\varepsilon_{\mathbf{q}}$ в аргументах дельта-функций, после интегрирования по углам получаем:

$$Q^{(as)}\{\delta n_{\mathbf{p}}^{(s)}\} = -\frac{2\gamma^2 n_c T^2 \tau m F \sin\alpha}{(2\pi)^2 E_g^2 s^2 p}$$
$$\theta\left(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \frac{ms^2}{2}\right) \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_F) \sum_{\eta=\pm 1} \eta \int dq_1 dq_2 \frac{q_1 + \eta q_2}{q_2}$$
$$\left[g\left(\sqrt{(q_1+\eta q_2)^2 - 2\eta q_1 q_2 \frac{ms^2}{\varepsilon_{\mathbf{p}}}}\right) - g(|q_1 + \eta q_2|) \right], \quad (20)$$

где α – полярный угол импульса $\mathbf{p}$, отсчитываемый от направления вектора $\mathbf{F}$. Как следует из (20), учет энергии элементарных возбуждений бозе-конденсата приводит к пороговой зависимости интеграла столкновений от энергии рассеиваемого электрона. Рассмотрим два предельных случая, для которых удается провести интегрирование до конца. Вдали от порога, $\varepsilon_F \gg ms^2/2$, характер рассеяния электронов на боголонах квазиупругий (*elastic*) и в окончательный ответ для плотности поперечного тока скорость боголонов не входит:

$$j_H^{(e)} = 2e_0^2 mn_c \left(\frac{g_0}{2\pi\hbar}\right)^3 \left(\frac{\tau\gamma k_B T}{2lv_F E_g \hbar}\right)^2 E, \tag{21}$$

где $g_0 = e_0^2 d/2\epsilon\,\hbar$. Вблизи порога, $\varepsilon_F \approx ms^2/2$, рассеяние неупругое (*inelastic*), и скорость боголонов сменяет фермиевскую:

$$j_H^{(i)} = 3e_0^2 mn_c \left(\frac{g_0}{2\pi\hbar}\right)^3 \left(\frac{\tau\gamma k_B T}{2lsE_g \hbar}\right)^2 E. \tag{22}$$

В обоих предельных случаях ток ДЭХ прямо пропорционален квадрату температуры $j_H \sim (k_B T)^2$, что обусловлено двухбоголонным процессом асимметричного рассеяния, а также убывает как квадрат расстояния от электронного газа до экситонного, $j_H \sim l^{-2}$.

Квантовый режим: $T \ll s/l$. В обратном предельном случае характер электрон-экситонного взаимодействия становится контактным, $g_{\mathbf{q}} \approx g_0$, что значительно упрощает вычисления. При этом числа заполнения собственных мод бозе-конденсата уже нельзя считать сильно превышающими единицу во всем диапазоне интегрирования. Конкретнее, в интеграле столкновений после раскрытия скобок в произведениях типа $(N_{\mathbf{q}_1}+1)(N_{\mathbf{q}_2}+1)$, $(N_{\mathbf{q}_1}+1)N_{\mathbf{q}_2}$ и т.п. и перегруппировки слагаемых получится три типа выражений, включающих множители $\sim N_{\mathbf{q}_1}N_{\mathbf{q}_2}$, $N_{\mathbf{q}_1}$ и 1. В последнем случае вклад в интеграл, не содержащий в себе N и формально соответствующий пределу $T \to 0$, тождественно обращается в ноль (в том числе и для несимметричных диаграмм $\Sigma^{(b)}$). Этот результат легко понять исходя из физических соображений: в отсутствие колебаний конденсата единственный возможный механизм рассеяния электрона сопровождается испусканием боголонов, но в силу принципа Паули такие процессы запрещены. Из двух оставшихся слагаемых квадратичный по N вклад оказывается малым по сравнению с линейным: вблизи порога по параметру $Tl/s \ll 1$, а вдали – $Tls/v_F^2 \ll 1$. В результате перечисленных упрощений интеграл столкновений принимает вид:

$$Q^{(as)}\{n_{\mathbf{p}}\} = \frac{\gamma^2 n_c g_0^3}{2(2\pi)^2 E_g^2} \sum_{\eta=\pm1} \eta \int d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2 N_{\mathbf{q}_1}$$
$$(\mathbf{p}\times\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2\times\mathbf{p})_z \left(\frac{1+\eta}{2} - n_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_1}\right)\left(\frac{1-\eta}{2} - n_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_2}\right)$$
$$\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_1} + \eta\omega_{\mathbf{q}_1})\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}_2} + \eta\omega_{\mathbf{q}_2}). \tag{23}$$

После линеаризации подынтегрального выражения по неравновесной добавке к функции распределения электронов и интегрирования по углам, получаем:

$$Q^{(as)}\{\delta n_{\mathbf{p}}^{(s)}\} = -\frac{\gamma^2 n_c g_0^3 \tau m F \sin\alpha}{2(2\pi)^2 E_g^2 p}\theta\left(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \frac{ms^2}{2}\right)$$
$$\sum_{\eta,\nu_{1,2}=\pm1} \int dq_1 dq_2 N_{\mathbf{q}_1}(\nu_1 q_1 - \nu_2 q_2)$$
$$\Big[\nu_1 q_1 \delta(\varepsilon_F - \varepsilon_{\mathbf{p}} - \eta\omega_{\mathbf{q}_1})\theta(\eta\varepsilon_F - \eta\varepsilon_{\mathbf{p}} - \omega_{\mathbf{q}_2})$$
$$-\nu_2 q_2 \delta(\varepsilon_F - \varepsilon_{\mathbf{p}} - \eta\omega_{\mathbf{q}_2})\theta(\eta\varepsilon_F - \eta\varepsilon_{\mathbf{p}} - \omega_{\mathbf{q}_1})\Big]. \tag{24}$$

В квантовом режиме интеграл столкновений так же имеет пороговую особенность, что неудивительно, так как ограничение на энергию электрона является прямым следствием закона сохранения энергии в процессе рассеяния. В данной задаче закон сохранения энергии сводится к требованию равенства скорости звука в бозе-конденсате и проекции скорости электрона на направление импульса излучаемого (поглощаемого) боголона. С физической точки зрения этот механизм эквивалентен эффекту Вавилова-Черенкова. Проводя окончательное интегрирование в двух предельных случаях, $\varepsilon_F = ms^2/2$ и $\varepsilon_F \gg ms^2/2$, получаем:

$$j_H^{(i)} = \frac{\pi e_0^2 mn_c g_0^3}{90\hbar^3}\left(\frac{\tau\gamma(k_B T)^2}{s^2 E_g \hbar^2}\right)^2 E, \tag{25}$$

$$j_H^{(e)} = 2j_H^{(i)}. \tag{26}$$

Сравнение выражений (21), (22), (25) и (26) показывает, что при превышении характерной тепловой длиной волны боголонов, $\lambda_T = s/T$, межслоевого расстояния, l, последнее перестает оказывать существенное влияние на величину эффекта, так как расстояние между слоями вовсе отсутствует в итоговых формулах в квантовом режиме. Температурная зависимость при этом переходе усиливается и меняется с $j_H \sim T^2$ на $j_H \sim T^4$.

В квантовом режиме возможно вычислить ток с использованием интеграла столкновений (24), не прибегая к дополнительным упрощениям. Однако ответ оказывается малоинформативен, и мы ограничимся качественным описанием порогового поведения поперечного тока. Будем отсчитывать энергию в единицах тепловой энергии, $\beta = (\varepsilon_F - ms^2/2)/k_BT$, а плотность тока нормируем на $j_H^{(i)}$ (рис. 4). Из графика на рис. 4 видно, что ширина сглаживания ступени

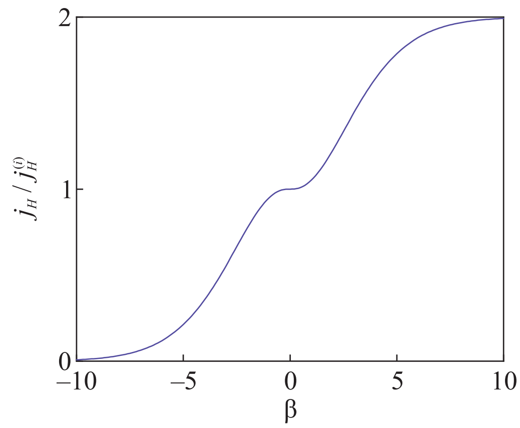

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость плотности поперечного тока от параметра $\beta = (\varepsilon_F - ms^2/2)/k_BT$ в квантовом режиме

порядка $\sim 10k_BT$, при этом в центре ступени образуется плато шириной порядка $\sim k_BT$. Кроме того, энергия Ферми в квантовом режиме входит только в безразмерную величину $\beta \sim (n_e - Cn_c)$ (где C – константа), и график на рис. 4 можно интерпретировать как зависимость поперечного тока от концентрации электронного газа. Тот факт, что с увеличением энергии Ферми ток ДЭХ быстро выходит на насыщение, означает, что величина эффекта выше порога определяется не столько количеством свободных носителей заряда, сколько "способностью" экситонного бозе-конденсата рассеивать электроны.

Приведем оценки, подтверждающие принятые в работе приближения. Пусть концентрация электронов равна $n = 10^{12}$ см$^{-2}$, тогда условие $p_Fl \sim 10 \gg 1$ выполняется для $l \approx 100$ нм. Эта длина удовлетворяет условию применимости потенциала (16), если размер экситона порядка $d \lesssim 10$ нм. При ширине запрещенной зоны $E_g = 1.66$ эВ и $\gamma^2/E_g^2 \sim \sim 10 \cdots 100$ Å^2 скорость Ферми принимает значения $v_F \sim 10^7 \cdots 10^8$ см/с. Чтобы сравнить ее со скоростью звука в конденсате, оценим последнюю с использованием параметров: $d = 5$ нм, $M = 0.5m_0$, ϵ(h-BN) $=,7.1$, $n_c = 3 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$ – что дает соизмеримое со скоростью Ферми значение $s \approx 1.4 \times \times 10^7 \sim 10^7$ см/с. Таким образом, варьируя концентрации электронов и экситонов в разумных пределах, можно исследовать весь необходимый диапазон изменения параметра β (рис. 4). Характерная температура, разделяющая тепловой и квантовый режим рассеяния, принимает значение $T_c \approx 5$ К, что оказывается весьма удобный значением. Получаем, что квантовый режим начинается с десятых долей К в сторону уменьшения температуры, а тепловой – с десятков К. Оба режима оказываются доступны для наблюдения, так как температура перехода дипольных экситонов в ДПМ в сверхтекучее состояние оценивается значениями десятков К [27].

В заключение приведем оценки эффективности механизма электрон-экситонного рассеяния по сравнению с иными вкладами, для чего воспользуемся результатами работы [10] и выражением (21). При низких температурах доминирующим механизмом рассеяния выступает skew-рассеяние электронов на примесях. Полагая $n_c/n \sim l^2n_i \sim 1$, получаем отношение вкладов $j_H^{\text{ex}}/j_H^{\text{skew-imp}} \propto (k_BT/\varepsilon_F)^2(g_0/4\pi u_0)^3$. Таким образом, вклад экситонного конденсата будет заметным в очень высокоподвижных образцах с максимально возможным размером экситонов d, для которых отношение $g_0/4\pi u_0 \sim 1$. Параметрически отличным от асимметричного (skew) рассеяния является когерентное рассеяния электронов на парах примесей, для которого отношение вкладов $j_H^{\text{ex}}/j_H^{X\text{-imp}} \propto \propto 10^{-3}(k_BT\tau/\hbar)^2$ близко к единице в квазибалистическом режиме транспорта, $k_BT\tau/\hbar > 30 \gg 1$. Наконец, сравнение со фононным механизмом показывает, что основным параметром здесь выступает эффективный размер экситонов, $j_H^{\text{ex}}/j_H^{\text{skew-ph}} \propto \propto (2d[10\text{nm}]/\Xi[\text{eV}])^3$, где использованы типичные значения параметров ДПМ (плотность $\rho = 4 \times \times 10^{-7}$ г/см^2, скорость звука $c = 4.5 \cdot 10^5$ см/с), а эффективный размер экситонов d и константа деформационного потенциала Ξ измеряются в десятках нм и эВ соответственно. Используя для оценки константу деформационного потенциала $\Xi = 2$ эВ, получаем, что экситонный и фононный вклады являются величинами одного порядка при $d \approx 10$ нм.

Авторы выражают благодарность В. М. Ковалёву за ценные замечания при подготовке работы.

Финансирование работы. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда # 24-22-00174, https://rscf.ru/project/24-22-00174/.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. A. Burkov, Phys. Rev. Lett. **113**, 187202 (2014).
2. J. W. McIver, B. Schulte, F.-U. Stein, T. Matsuyama, G. Jotzu, G. Meier, and A. Cavalleri, Nature Phys. **16**, 38 (2020).
3. C.-C. Tseng, X. Ma, Z. Liu, K. Watanabe, T. Taniguchi, J.-H. Chu, and M. Yankowitz, Nature Phys. **18**, 1038 (2022).

4. P. D. Sacramento, M. A. N. Araújo, V. R. Vieira, V. K. Dugaev, and J. Barnaś, Phys. Rev. B **85**, 014518 (2012).
5. M. D. E. Denys and P. M. R. Brydon, Phys. Rev. B **103**, 094503 (2021).
6. N. A. Sinitsyn, A. H. MacDonald, T. Jungwirth, V. K. Dugaev, and J. Sinova, Phys. Rev. B **75**, 045315 (2007).
7. C. Gorini, U. Eckern, and R. Raimondi, Phys. Rev. Lett. **115**, 076602 (2015).
8. C. Xiao, Y. Liu, M. Xie, S. A. Yang, and Q. Niu, Phys. Rev. B **99**, 245418 (2019).
9. K. F. Mak, K. L. McGill, J. Park, and P. L. McEuen, Science **344**, 1489 (2014).
10. M. M. Glazov and L. E. Golub, Phys. Rev. B **102**, 155302 (2020).
11. T. Habe and M. Koshino, Phys. Rev. B **96**, 085411 (2017).
12. S. M. Ng, H. Wang, Y. Liu, H. F. Wong, H. M. Yau, C. H. Suen, Z. H. Wu, C. W. Leung, and J.-Y. Dai, ACS Nano **14**, 7077 (2020).
13. L. V. Butov, J. Phys. Condens. Matter **19**, 295202 (2007).
14. M. V. Boev, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, Phys. Rev. B **99**, 155409 (2019).
15. M. V. Boev, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, Phys. Rev. B **94**, 241408(R) (2016).
16. K. H. A. Villegas, Meng Sun, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, Phys. Rev. Lett. **123**, 095301 (2019).
17. B. I. Sturman, Sov. Phys.-Uspekhi **27**, 881 (1984).
18. P. I. Arseev, Sov. Phys.-Uspekhi **58**, 1159 (2015).
19. H. Haug and A.-P. Jauho, *Quantum Kinetics in Transport and Optics of Semiconductors*, Springer Berlin, Heidelberg (2008).
20. Р. О. Зайцев, *Введение в современную кинетическую теорию*, КомКнига, М. (2007).
21. D. Xiao, G.-B. Liu, W. Feng, X. Xu, and W. Yao, Phys. Rev. Lett. **108**, 196802 (2012).
22. A. Kormányos, G. Burkard, M. Gmitra, J. Fabian, V. Zólyomi, N. D. Drummond, and V. Fal'ko, 2D Mater. **2**, 049501 (2015).
23. L. V. Keldysh, Sov. Phys. JETP **20**, 1018 (1965).
24. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, Добросвет, М. (2006).
25. S. Giorgini, Phys. Rev. A **57**, 2949 (1997).
26. V. I. Belinicher and B. I. Sturman, Sov. Phys. Solid State **20**, 476 (1978).
27. O. L. Berman and R. Y. Kezerashvili, Phys. Rev. B **93**, 245410 (2016).