Письма в ЖЭТФ, том 121, вып. 4, с. 289 – 293

Топологический кроссовер в киральной $d + id$ сверхпроводящей фазе при конечных температурах

А. Г. Грошев[1)], А. К. Аржников

Удмуртский федеральный исследовательский центр Уральского отделения РАН, 426067 Ижевск, Россия

Поступила в редакцию 6 ноября 2024 г.
После переработки 3 декабря 2024 г.
Принята к публикации 28 декабря 2024 г.

Исследуется температурное поведение топологического индекса C_1 киральной $d+id$ сверхпроводящей фазы двумерной однозонной модели на треугольной решетке. Обнаружено, что при значениях концентрации носителей заряда, при которых нодальные точки зоны Бриллюэна приближаются к контуру Ферми нормальной фазы, наблюдается кардинальное изменение температурной зависимости топологического индекса. Показано, что при расположении нодальных точек далеко внутри (вне) контура Ферми значения топологического индекса в широком диапазоне температур близки к $C_1 = 4(-2)$. Однако при приближении нодальных точек к контуру Ферми эти значения сохраняются только при низких температурах, а в широком диапазоне температур реализуются значения, близкие к $C_1 = 1$. Предполагается, что такой топологический кроссовер в рассматриваемой системе может приводить к существенным изменениям краевых состояний в аналогичной системе с открытыми границами.

DOI: 10.31857/S0370274X25020203, EDN: KPPVGK

В последние десятилетия в физике конденсированного состояния активно развивается область исследований, связанная с нетривиальной топологией электронных состояний. Очевидно, что кроме появления необычных фундаментальных свойств квазичастиц, находящихся в этих состояниях, возникает перспектива их технического использования в отказоустойчивых квантовых компьютерах, в реализации высокоскоростной передачи информации, и т. д. (см., например, [1–3]).

Топология сверхпроводящей фазы в двумерных материалах в общем случае характеризуется целочисленным значением топологического индекса (ТИ), который описывает нелокальные характеристики многочастичной волновой функции электронного ансамбля и выражается в терминах одночастичной функции Грина [4]. Этот ТИ также используется для характеристики двумерных топологических изоляторов и целочисленного квантового эффекта Холла [5]. При рассмотрении гриновских функций в моделях без взаимодействия или в приближении среднего поля с независящей от частоты собственно-энергетической частью [6, 7], выражение для ТИ можно явно проинтегрировать по частоте. В этом случае ТИ сводится к известному определению числа кручений, связанного с числом Черна и фазой Берри в импульсном пространстве [8, 4], а топологические фазовые переходы определяются нулями комплексной щелевой функции в зоне Бриллюэна (нодальными точками), в которых сверхпроводящая щель одночастичного спектра состояний обращается в нуль.

Важное направление исследований в рассматриваемой области связано с топологическими свойствами диссипативных систем, т.е. в условиях, когда существуют потоки частиц, флуктуации энергии, отсутствуют законы сохранения числа частиц и т.д. Как правило, в этом случае приходится иметь дело с неэрмитовыми гамильтонианами, которые приводят к нетривиальным зависимостям ТИ и сложным характерам топологических фазовых переходов [9–13]. В связи с этим приобретает актуальность изучение топологических свойств систем при конечных температурах [14–16]. При изменении температуры топологические свойства могут изменяться, например, система может сохранять топологические свойства в широком интервале температур или переходить из одной нетривиальной топологической фазы в другую. В частности, в работе [14] для конкретной модели было показано, что термические флуктуации не приводят к возникновению новых топологических переходов в сверхпроводящей системе, однако, в этом случае значительно расширяется относительная область температур, в которой сохраняется близкое к целочисленному значение ТИ. Конечно, идентифицировать нетривиальную топологию сверхпроводящей фазы при таких условиях не совсем коррект-

[1)]e-mail: groshev_a.g@mail.ru

но [15], но, как показывают эксперименты (квантовый эффект Холла и т. д.), связанные с топологией свойства системы сохраняются в достаточно широкой области температур. В настоящей работе исследуется температурное поведение ТИ сверхпроводящей системы с треугольной решеткой в зависимости от положения нодальных точек в зоне Брюллиэна относительно контура Ферми нормальной фазы.

Модель и результаты. Мы рассматриваем двумерную модель системы с эффективным притяжением электронов, расположенных на узлах треугольной решетки с гамильтонианом

$$\hat{\mathcal{H}} = \sum_{i,j,s} t_{ij} \hat{c}^{+}_{is} \hat{c}_{js} - \sum_{j} \mu \hat{n}_j - V \sum_{j,\delta} \hat{n}_{j\uparrow} \hat{n}_{j+\delta\downarrow}, \qquad (1)$$

где $t_{ij} = -t$ – матричные элементы электронных перескоков на ближайшие узлы; $\hat{c}^{+}_{js}(\hat{c}_{js})$ – операторы рождения (уничтожения) электрона на узле j с проекцией спина s; $n_{js} = \hat{c}^{+}_{js} \cdot \hat{c}_{js}$ – оператор числа электронов на узле j с проекцией спина s; n_j – оператор числа электронов на узле j; μ – химический потенциал; V – параметр межэлектронного притяжения в пределах второй координационной сферы. В обобщенном приближении Хартри–Фока (ХФ) гамильтониан (1) в представлении квазиимпульсных матриц Намбу $\hat{c}^{+}_{\mathbf{k}}, \hat{c}_{\mathbf{k}}$

$$\hat{c}_{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} \hat{c}_{\mathbf{k}\uparrow} \\ \hat{c}^{+}_{-\mathbf{k}\downarrow} \end{bmatrix}, \qquad \hat{c}^{+}_{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} \hat{c}^{+}_{\mathbf{k}\uparrow} & \hat{c}_{-\mathbf{k}\downarrow} \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

имеет вид (см. [17]):

$$\begin{gathered} \hat{\mathcal{H}}_{\mathbf{k}} = \tfrac{1}{N} \sum\nolimits_{\mathbf{k}} \hat{c}^{+}_{\mathbf{k}} \mathcal{H}_{\mathbf{k}} \hat{c}_{\mathbf{k}}, \\ \mathcal{H}_{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\mathbf{k}} & -V\Delta V_{\mathbf{k}}(\alpha) \\ -V\Delta V^{*}_{\mathbf{k}}(\alpha) & -\varepsilon_{\mathbf{k}} \end{bmatrix}, \\ \varepsilon_{\mathbf{k}} = -2t\left[\cos k_1 + \cos k_2 + \cos(k_2 - k_1)\right] - \mu, \\ V_{\mathbf{k}}(\alpha) = \cos(2k_2 - k_1) + \exp(i\alpha)\cos(k_1 + k_2) + \\ + \exp(-i\alpha)\cos(2k_1 - k_2), \end{gathered} \qquad (3)$$

где k_1 и k_2 – значения волнового вектора вдоль основных векторов обратной решетки; $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ – закон дисперсии энергии электрона на треугольной решетке с перескоками в пределах первой координационной сферы; $V_{\mathbf{k}}(\alpha)$ – закон дисперсии сверхпроводящего параметра порядка при учете взаимодействия электронов второй координационной сферы с симметрией, которая определяется значением фазы α (значение фазы $\alpha = 0$ соответствует обобщенной s-симметрии, а $\alpha = 2\pi/3$ дает киральную $d + id$-симметрию). На треугольной решетке естественным образом возникает спин-синглетное сверхпроводящее состояние с нетривиальной киральной $d + id$-симметрией параметра порядка. Основное состояние такой системы в различных приближениях и различными методами неоднократно рассматривалось [4, 18, 19]. В этих работах были получены важные фундаментальные результаты, связанные с зависимостями топологических свойств от величины кулоновского взаимодействия и других параметров гамильтониана, исследована возможность формирования майорановских состояний. Более того, подобные гамильтонианы использовались для описания свойств реальных сверхпроводников, таких как интеркалированные водой слоистые кобальтиты натрия $\mathrm{Na}_x\mathrm{CoO}_2 \cdot y\mathrm{H}_2\mathrm{O}$ [18]. По утверждению авторов [18], учет вторых ближайших соседей в канале спаривания является доминирующим в этих соединениях, а наличие топологически нетривиальной точки на уровне Ферми позволяет объяснить температурные зависимости скорости спиновой релаксации и сдвига Найта в ЯМР экспериментах [20, 21].

В случае сверхпроводящих фаз с нетривиальной топологией становится общепринятым вычислять ТИ в терминах одночастичной функции Грина [22, 5]. Выражение для ТИ, справедливое при конечных температурах было получено в [14] при учете термических флуктуаций в рамках теории континуального интегрирования непосредственно из формулы Кубо для проводимости в следующей форме:

$$\begin{gathered} C_1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dE \int\limits_{-\pi}^{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} \frac{dk_1 dk_2}{16\pi^2} \,\mathrm{th}\left(\frac{\beta E}{2}\right) \times \\ \times tr\left[\partial_{k_1} G^{-1}(E) K^{-}(E) \partial_{k_2} G^{-1}(E) \partial_E K^{+}(E) - \right. \\ \left. - K^{-}(E) \partial_{k_1} G^{-1}(E) \partial_E K^{+}(E) \partial_{k_2} G^{-1}(E)\right]. \end{gathered} \qquad (4)$$

Здесь используются обозначения $K^{\pm}(E) = [F^A(E) \pm \pm F^R(E)]/2$, $F^{R(A)}(E) = [E - \mathcal{H}_{\mathbf{k}} - \Sigma^{R(A)}_{\mathbf{k}}(E)]^{-1}$ – усредненная по флуктуациям запаздывающая (опережающая) одночастичная функция Грина, $G(E) = [E - \mathcal{H}_{\mathbf{k}}]^{-1}$ – одночастичная функция Грина приближении ХФ, $\partial_E = \partial/\partial_E$, $\beta = 1/k_B T$. Без учета термических флуктуаций собственно-энергетическая часть гриновской функции $F^{A(R)}(E)$ обращается в нуль. В этом случае $K^{-}(E) = i\pi/E_{\mathbf{k}}[E + \mathcal{H}_{\mathbf{k}}][\delta(E - E_{\mathbf{k}}) - \delta(E + +E_{\mathbf{k}})]$, где $E_{\mathbf{k}} = \sqrt{\varepsilon^2_{\mathbf{k}} + V^2\Delta^2 \mid V_{\mathbf{k}} \mid^2}$ – спектр возбуждений в сверхпроводящей фазе, и в выражении (4) можно провести явное интегрирование по энергии. В результате получим

$$\begin{gathered} C_1 = \int\limits_{-\pi}^{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} \frac{dk_1 dk_2}{4\pi} \,\mathrm{th}\left(\frac{\beta E_{\mathbf{k}}}{2}\right) \times \\ \times \mathbf{m}_{\mathbf{k}} \cdot \left[\partial_{k_2} \mathbf{m}_{\mathbf{k}} \times \partial_{k_1} \mathbf{m}_{\mathbf{k}}\right], \end{gathered} \qquad (5)$$

где $\mathbf{m_k} = [\mathcal{H}^x_{\mathbf{k}}, \mathcal{H}^y_{\mathbf{k}}, \mathcal{H}^z_{\mathbf{k}}]/E_{\mathbf{k}}$ – единичный псевдовектор; $\hat{\mathcal{H}}_{\mathbf{k}} = \mathcal{H}^x_{\mathbf{k}}\hat{\sigma}_x + \mathcal{H}^y_{\mathbf{k}}\hat{\sigma}_y + \mathcal{H}^z_{\mathbf{k}}\hat{\sigma}_z$; $\hat{\sigma}_l$ – матрицы Паули. При $T = 0$ это выражение сводится к хорошо известному выражению для числа кручений вектора $\mathbf{m_k}$, связанному с фазой Берри и числом Черна [4]. В данной работе мы пренебрегаем термическими флуктуациями, которые, по нашему мнению, не изменят качественной картины. Поэтому во всех вычислениях температурной зависимости ТИ для рассматриваемой модели (1) используется выражение (5). Поскольку мы не обсуждаем поведение реальных систем, все энергетические величины представлены в работе в единицах интеграла перескока t. Расчеты проводились при значении параметра межэлектронного притяжения $V = 2t$. Конкретные значения параметров, соответствующих интеркалированным водой слоистым кобальтитам натрия $Na_xCoO_2 \cdot yH_2O$, приведены в [18].

На рисунке 1 представлены температурные зависимости ТИ при различных значениях химического потенциала $\mu = (2.4,\ 1.4,\ 0.01,\ 0,\ -0.01,\ -1.4,\ -2.4)$. Эти значения примерно соответствуют концентрациям электронов $n = (0.396,\ 1.208,\ 0.8,\ 0.798,\ 0.796,\ 0.542,\ 0.396)$. При изменении химического потенциала от $\mu = 0.01$ до $\mu = -0.01$ (от $n = 0.8$ до $n = 0.796$) нодальные точки пересекают контур Ферми при $\mu = 0$ ($n = 0.798$) (схема расположения нодальных точек и контура Ферми нормальной фазы приведена на рис. 2). Таким образом, при приближении контура Ферми к нодальным точкам наблюдается кардинальное изменение температурной зависимости ТИ. Действительно, если нодальные точки расположены глубоко внутри контура Ферми $\mu = 1.4$ ($n = 1.208$) и $\mu = 2.4$ ($n = 1.702$) в широком диапазоне температур наблюдаются значения ТИ близкие к $C_1 = 4$. При расположении нодальных точек далеко вне контура Ферми $\mu = -1.4$ ($n = 0.542$) и $\mu = -2.4$ ($n = 0.396$) в широком диапазоне температур реализуются значения ТИ, близкие к $C_1 = -2$. Однако, если нодальные точки оказываются близки к контуру Ферми $\mu = 0.01$ ($n = 0.8$) и $\mu = -0.01$ ($n = 0.796$) значения $C_1 = 4(-2)$ сохраняются только в узкой области низких температур, а в широком диапазоне температур наблюдаются значения ТИ близкие к $C_1 = 1$. По мере приближения нодальных точек к контуру Ферми переход ТИ к значению $C_1 \simeq 1$ становится все более резким. Это хорошо видно на рис. 3. Близкие к $C_1 = 1$ значения ТИ также сохраняются и при $\mu = 0$ ($n = 0.798$), когда нодальные точки находятся на контуре Ферми. Следует отметить, что значение ТИ, равное $C_1 = 1$ в основном состоянии, было получено в работе [18] прямым интегрированием по

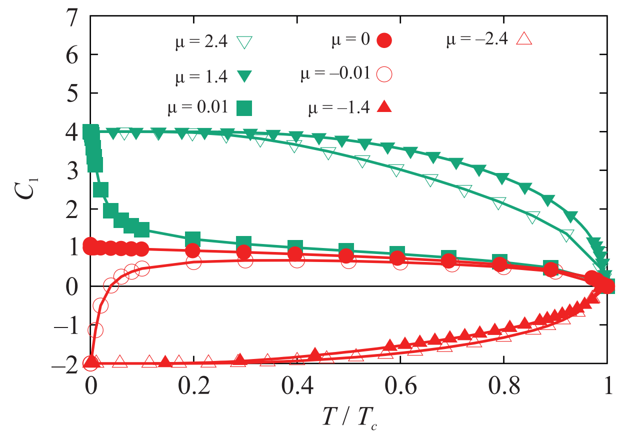

Рис. 1. (Цветной онлайн) Температурная зависимость ТИ при различных значениях концентрации носителей заряда в основном состоянии $\mu = 2.4$ ($n = 1.702$), $\mu = 1.4$ ($n = 1.208$), $\mu = 0.01$ ($n = 0.8$), $\mu = 0$ ($n = 0.798$), $\mu = -0.01$ ($n = 0.796$), $\mu = -1.4$ ($n = 0.542$), $\mu = -2.4$ ($n = 0.396$)

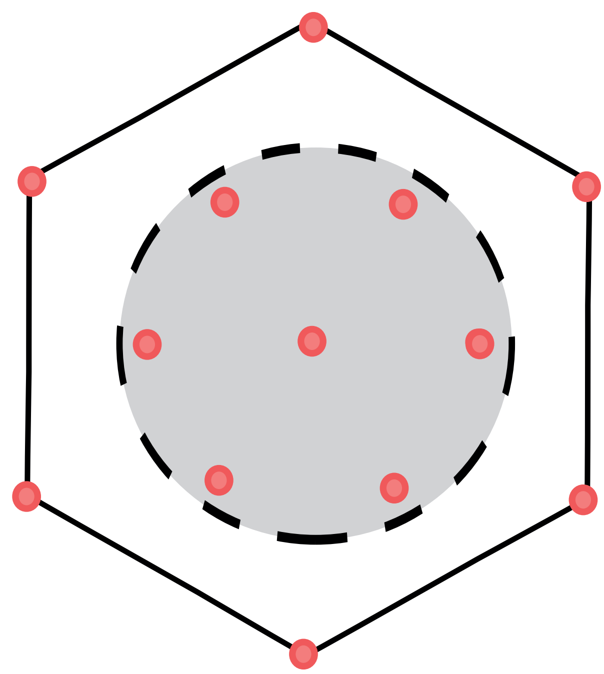

Рис. 2. (Цветной онлайн) Схема расположения нодальных точек и контура Ферми нормальной фазы (пунктирная линия) в зоне Бриллюэна в случае учета межэлектронного притяжения в пределах второй координационной сферы. Представленная схема соответствует ситуации с $C_1 = 4$

контурам, проходящим вокруг шести нодальных точек, находящихся на контуре Ферми. Полученная нами температурная зависимость ТИ объясняется температурной зависимостью вероятностей заполнения нодальных точек $\mathbf{k}_1^* = (0, 0)$ и $\mathbf{k}_2^* = (2\pi/3, 0)$

$$C_1 \simeq -2n_{\mathbf{k}_1^*}(T) + 6n_{\mathbf{k}_2^*}(T), \tag{6}$$

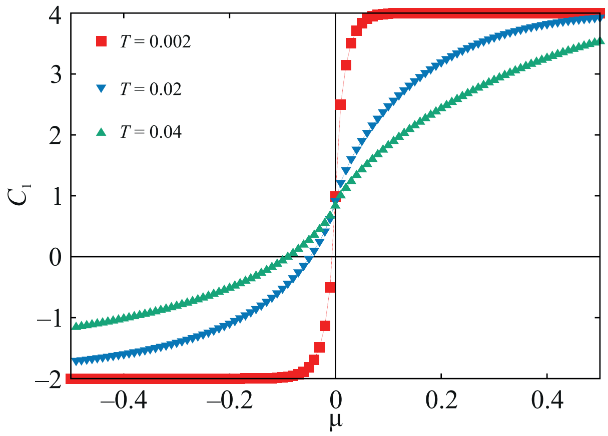

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость ТИ от химического потенциала при трех значениях температуры

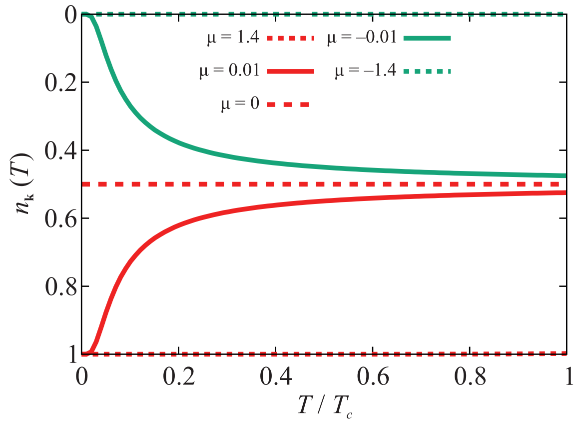

Рис. 4. (Цветной онлайн) Температурная зависимость вероятности заполнения $n_{\mathbf{k}}(T)$ частицей состояния в нодальной точке $\mathbf{k}_2^*$ при различных значениях химического потенциала μ

где $n_{\mathbf{k}}(T)$ – вероятность заполнения состояния с квазиимпульсом $\mathbf{k}$ в зоне Бриллюэна при конечной температуре T. Отметим, что (6) не является выражением ТИ, полученным в рамках какого-либо приближения, а представляет собой физическую интерпретацию температурных изменений ТИ. Вероятность заполнения $n_{\mathbf{k}}(T)$ можно найти, используя выражения для матричных элементов мацубаровской функции Грина в представлении Намбу

$$G^{\uparrow}_{\mathbf{k}} = -\lim_{\tau\to 0^+} < T_\tau \hat{c}_{\mathbf{k}\uparrow}(\tau)\hat{c}^+_{\mathbf{k}\uparrow}(0) >= \frac{1}{\beta}\sum_n G^{\uparrow}_{\mathbf{k}}(i\omega_n),$$
$$G^{\downarrow}_{\mathbf{k}} = -\lim_{\tau\to 0^+} < T_\tau \hat{c}_{-\mathbf{k}\downarrow}(\tau)\hat{c}^+_{-\mathbf{k}\downarrow}(0) >= \frac{1}{\beta}\sum_n G^{\downarrow}_{\mathbf{k}}(i\omega_n), \tag{7}$$

где $\omega_n = (2n+1)\pi T$ – мацубаровские частоты для фермиевских частиц; T_τ – оператор упорядочения по времени; $<...>$ – термодинамическое среднее. Переходя от суммирования по мацубаровским частотам к интегрированию по энергии стандартным образом получим

$$< \hat{c}_{\mathbf{k}\uparrow}\hat{c}^+_{\mathbf{k}\uparrow} >= \frac{\varepsilon_{\mathbf{k}}}{2E_{\mathbf{k}}}\,\mathrm{th}\left(\frac{\beta E_{\mathbf{k}}}{2}\right),$$
$$< \hat{c}^+_{-\mathbf{k}\downarrow}\hat{c}_{-\mathbf{k}\downarrow} >= -\frac{\varepsilon_{\mathbf{k}}}{2E_{\mathbf{k}}}\,\mathrm{th}\left(\frac{\beta E_{\mathbf{k}}}{2}\right). \tag{8}$$

Таким образом, выражение для вероятности заполнения состояния с квазиимпульсом $\mathbf{k}$ при температуре T имеет следующий вид

$$n_{\mathbf{k}}(T) = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\varepsilon_k}{E_k}\,\mathrm{th}\left(\frac{\beta E_k}{2}\right)\right]. \tag{9}$$

Отметим, что при $T = 0$ это выражение совпадает с известным выражением для вероятности заполнения голой частицей состояния с энергией $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ в основном состоянии сверхпроводника. На рисунке 4 представлена температурная зависимость вероятности заполнения состояния в нодальной точке $\mathbf{k}_2^* = (2\pi/3, 0)$ при различных значениях химического потенциала μ. Мы не приводим здесь температурную зависимость $n_{\mathbf{k}_1^*}(T)$ в нодальной точке $\mathbf{k}_1^* = (0,0)$ поскольку $n_{\mathbf{k}_1^*}(T) \simeq 1$ и очень слабо зависит от температуры.

На рисунке 5 представлено сравнение температурных зависимостей ТИ, вычисленных из выражения (5) (сплошные линии) и выражения (6) (пунктирные линии) при значениях электронной концентрации, когда нодальные точки располагаются далеко вне $\mu = 1.4$ ($n \simeq 1.208$) и вблизи $\mu = 0.01$ ($n \simeq 0.8$) к контуру Ферми. Правильное качественное поведе-

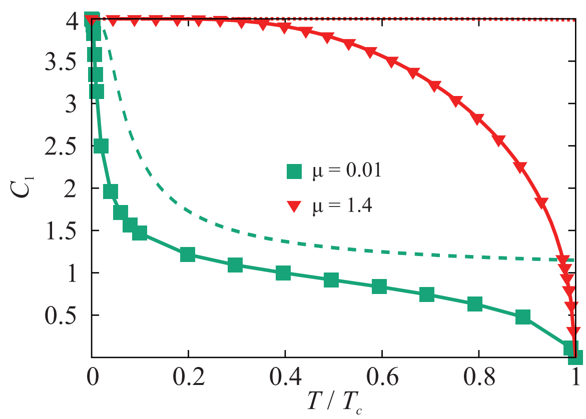

Рис. 5. (Цветной онлайн) Температурные зависимости ТИ, вычисленные из (5) и выражения (6) (пунктирные линии), при значениях электронной концентрации, при которых нодальные точки распологаются близко $\mu = 0.01$ ($n = 0.8$) и далеко вне $\mu = 1.4$ ($n = 1.208$) к контуру Ферми нормальной фазы

ние кривых указывает на то, что физической причиной резкого изменения температурной зависимости ТИ является изменение вероятности нахождения электрона в нодальных точках, находящихся внутри контура Ферми.

Заключение. В рамках обобщенного приближения ХФ исследовано температурное поведение ТИ C_1 киральной $d+id$-сверхпроводящей фазы двумерной однозонной модели с эффективным притяжением между электронами, находящимися на узлах треугольной решетки в пределах второй координационной сферы. Обнаружено, что по мере приближения нодальных точек к контуру Ферми нормальной фазы при изменении концентрации носителей заряда наблюдается кардинальное изменение температурной зависимости ТИ. Показано, что при расположении нодальных точек в зоне Бриллюэна далеко внутри (вне) контура Ферми ТИ в широком диапазоне температур близок к значениям $C_1 = 4(-2)$. Однако, когда нодальные точки располагаются вблизи контура Ферми происходит кроссовер ТИ к значению $C_1 \simeq 1$, которое затем сохраняется в широком диапазоне температур. Чем ближе нодальные точки располагаются к контуру Ферми, тем более резкий кроссовер ТИ к значению $C_1 \simeq 1$ наблюдается. При сохранении принципа соответствия объем–граница в этих условиях такой топологический кроссовер должен приводить к существенным изменениям краевых состояний в системах с открытыми границами. Контроль и управление топологическими состояниями с помощью температуры могут быть использованы в технических устройствах, например, в квантовой теплотронике.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема # 124021900019-5).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. C. Nayak, S.H. Simon, A. Stern, M. Freedman, and S.D. Sarma, Rev. Mod. Phys. **80**(3), 1083 (2008).
2. B. Zeng, X. Chen, D. Zhou, and X. Wen, *Quantum Information Meets Quantum Matter From Quantum Entanglement to Topological Phase in Many-Body Systems*, Springer, Berlin (2019).
3. В. В. Вальков, М. С. Шустин, С. В. Аксенов, А. О. Золотников, А. Д. Федосеев, В. А. Мицкан, М. Ю. Каган, УФН **192**, 3 (2022) [V. V. Val'kov, M. S. Shustin, S. V. Aksenov, A. O. Zlotnikov, A. D. Fedoseev, V. A. Mitskan, and M. Yu. Kagan, Phys.-Uspekhi **65**(1), 2 (2022)].
4. В. В. Вальков, В. А. Мицкан, А. О. Золотников, М. С. Шустин, С. В. Аксенов, Письма в ЖЭТФ **110**, 126 (2019) [V. V. Val'kov, V. A. Mitskan, A. O. Zlotnikov, M. S. Shustin, and S. V. Aksenov, JETP Lett. **110**, 140 (2019)].
5. K. Ishikawa and T. Matsuyama, Nucl. Phys. B **280**, 523 (1987).
6. S. Rachel and K. L. Hur, Phys. Rev. B **82**, 075106 (2010).
7. S. Raghu, X. L. Qi, C. Honerkamp, and S. C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **100**, 156401 (2008).
8. Q. Niu, D. J. Thouless, and Y. Wu, Phys. Rev. B **31**(6), 3372 (1985).
9. A. Yuto, G. Zongping, and U. Masahito, Adv. Phys. **69**, 249 (2020).
10. K. Kawabata, S. Higashikawa, Z. Gong, Y. Ashida, and M. Ueda, Nat. Commun. **10**, 297 (2019).
11. Y. Long, H. Xue, and B. Zhang, Phys. Rev. B **105**, L100102 (2022).
12. A. A. Markov and A. N. Rubtsov, Phys. Rev. B **104**, L081105 (2021).
13. H. C. Li, C. Luo, T. L. Zhang, X. Zhou, J. W. Xu, J. W. Xu, S. X. Duan, X. H. Deng, and Y. Shen, Physica B: Condensed Matter **650**, 414570 (2023).
14. A. G. Groshev and A. K. Arzhnikov, J. Phys.: Condens. Matter **36**, 405602 (2024).
15. B. M. Hastings, Phys. Rev. Lett. **107**, 210501 (2011).
16. R. Unanyan, M. Kiefer-Emmanouilidis, and M. Fleischhauer, Phys. Rev. Lett. **125**, 215701 (2020).
17. A. G. Groshev and A. K. Arzhnikov, J. Phys.: Condens. Matter **33**, 215604 (2021).
18. S. Zhou and Z. Wang, Phys. Rev. Lett. **100**, 217002 (2008).
19. B. Kumar and S. B. Shastry, Phys. Rev. B **68**, 104508 (2003).
20. T. Fujimoto, Guo-qing Zheng, Y. Kitaoka, R. L. Meng, J. Cmaidalka, and C. W. Chu, Phys. Rev. Lett. **92**, 047004 (2004).
21. G. Q. Zheng, K. Matano, D. P. Chen, and C. T. Lin, Phys. Rev. B **73**, 180503(R) (2006).
22. G. E. Volovik and V. M. Yakovenko, J. Phys. Condens. Matter **1**, 5263 (1989).