Письма в ЖЭТФ, том 121, вып. 5, с. 344 – 351

О повышении концентрации первичных черных дыр в гало карликовых галактик

С. В. Пилипенко[1]), *М. В. Ткачев*[1]), *Н. Р. Аракелян*

Астрокосмический центр, Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 117997 Москва, Россия

Поступила в редакцию 15 ноября 2024 г.
После переработки 20 января 2025 г.
Принята к публикации 20 января 2025 г.

С помощью численного эксперимента нами предсказано, что если темная материя содержит даже небольшую долю, $f_0 \sim 10^{-4}$, первичных черных дыр, в ходе образования гравитационно-связанного гало карликовой галактики эти ПЧД сконцентрируются в области радиусом около 10 пк, так что их доля будет превышать 1 %. В отличие от предыдущих исследований миграции первичных черных дыр в центры галактик, проведенные численные эксперименты учитывают раннее образование массивной "шубы" из ТМ вокруг ПЧД и нестационарность гало в ходе его формирования. Применение наших результатов к моделям нагрева звездных скоплений в галактиках Эридан II и Segue I за счет динамического трения звезд и первичных черных дыр позволяют наложить на 2 порядка более строгие ограничения на обилие первичных черных дыр, чем считалось ранее.

DOI: 10.31857/S0370274X25030033, EDN: RFYFNQ

1. Введение. Природа темной материи (ТМ) до сих пор не ясна, и одной из ее составляющих могут быть первичные черные дыры (ПЧД) – объекты, образовавшиеся в ранней Вселенной, задолго до возникновения первых звезд [1]. Современные ограничения сходятся на том, что, по-видимому, вся ТМ не может состоять из одних только ПЧД, однако наблюдения гравволн от слияний черных дыр сравнительно высоких масс (более 60 масс Солнца) рядом ученых воспринимаются как свидетельство в пользу ПЧД, см., например, [2]. Некоторые теории инфляции предсказывают возникновение ПЧД, поэтому их наблюдательное обнаружение или закрытие – это важный тест моделей ранней Вселенной, см., например, [3].

Одним из проявлений ПЧД с массой выше солнечной является их влияние на динамику гравитационно-связанных систем, в частности карликовых галактик. Если ПЧД являются более массивными, чем звезды, они будут нагревать звездную систему за счет динамического трения. На основании наблюдательных данных о строении карликовых галактик Эридан II и Segue I с помощью этого эффекта в литературе получены ограничения на обилие ПЧД [4–9] (в последней работе масса ПЧД меньше звездной, но они собраны в кластеры большей массы, которые также подвержены динамическому трению). В частности, в центре галактики Эридан II присутствует старое звездное скопление, которое было бы разрушено при доле ПЧД выше 10^{-3} и массе одной ПЧД $10^3\,\mathrm{M}_\odot$ [8]. В ряде работ также исследовалось взаимодействие ПЧД с темной материей, состоящей из частиц (ЧТМ): за счет того же динамического трения ПЧД конденсируются к центру гало [8], а в распределении самой ЧТМ происходит разрушение "каспа" – области вблизи центра гало, в которой плотность в сферически-симметричных оболочках ведет себя приближенно как r^{-1} [10]. В работе [7] особо подчеркивается важность конденсации ПЧД к центру гало, так как это существенно усиливает получаемые ограничения на их долю f. Было выполнено также несколько космологических численных расчетов образования крупномасштабной структуры, включающих ПЧД и ЧТМ [11–13], они позволили установить общие закономерности роста структуры и получить ограничения на частоту слияний двойных ПЧД, вызывающих гравитационно-волновые сигналы, в то время как разрешения этих моделей недостаточно для изучения внутреннего строения карликовых галактик. В работах [14, 15] рассмотрено образование гало и кластеров ПЧД в результате развития пуассоновских возмущений, накладываемых ПЧД, а также изучена миграция ПЧД внутри гало под действием динамического трения.

Имеющаяся литература по вопросу взаимодействия ПЧД с ЧТМ в гало карликовых галактик не учитывает два важных обстоятельства: во-первых,

[1])e-mail: spilipenko@asc.rssi.ru; mtkachev@asc.rssi.ru

одиночные ПЧД еще в ранней Вселенной создают возмущения гравитационного потенциала, которые приводят к образованию минигало (или "шубы") ЧТМ вокруг каждой ПЧД [16, 17]. Эти минигало к моменту начала формирования гало галактик должны достигать масс в 100 раз больше массы самих ПЧД, и иметь компактные размеры, поэтому они должны оказывать влияние на дальнейшую эволюцию ПЧД при образовании структуры и особенно при слияниях ПЧД (см., например, [11, 18]). Во-вторых, в работах по расчету динамики ПЧД внутри гало ЧТМ [5, 7, 8, 10, 14, 15] для последнего задавалась простейшая функция распределения для частиц ТМ: гало считалось сферически симметричным и стационарным, распределение по скоростям считалось изотропным. Это существенно отличается от структуры гало ЧТМ, получаемых в космологических численных моделях, где они образуются из малых возмущений плотности в результате гравитационной неустойчивости. Такие гало существенно несферичны, в ранние моменты своего существования они нестационарны, функция распределения по скоростям существенно анизотропна и демонстрирует наличие большого количества отдельных потоков ЧТМ в каждой точке трехмерного пространства [19–21], поэтому мы считаем необходимым уточнить современные результаты, используя более реалистичную модель гало.

В этой работе мы моделируем процесс образования гало карликовой галактики, состоящего из смеси ЧТМ и ПЧД, начиная с момента до перехода Вселенной с радиационно-доминированной стадии на материально-доминированную. Это позволяет нам проследить как образование минигало из ЧТМ вокруг каждой ПЧД, так и образование основного гало в результате развития крупномасштабных волн плотности. При этом ПЧД, окруженные своими минигало, взаимодействуют друг с другом и с потоками ЧТМ, что приводит к существенному повышению плотности ПЧД в центрах гало. Это позволяет ужесточить имеющиеся ограничения, полученные ранее, поскольку теперь локальная доля ПЧД в составе ТМ в центрах карликовых галактик оказывается существенно выше средней по Вселенной.

2. Численные модели образования гало. В качестве меры времени в космологических численных расчетах принято использовать масштабный фактор a, равный 1 в настоящий момент. Он связан со временем через космологические параметры. Мы считаем Вселенную плоской и используем стандартные параметры, предоставляемые коллаборацией Планк [22].

Наши численные модели построены таким образом, чтобы воспроизвести два процесса: образование минигало вокруг ПЧД, которое начинается в ранней Вселенной, при $a < 10^{-3}$ ($z > 1000$) а также образование гало карликовой галактики, которое происходит при $a \sim 0.1$ ($z \sim 10$). Затем гало эволюционирует несколько миллиардов лет до состояния, близкого к современному ($a \sim 1$). Для учета "бесконечной" Вселенной используются периодические граничные условия, расчет выполняется в сопутствующих космологических координатах кодом GADGET-2 [23], модифицированным нами для учета равномерно распределенной радиационной компоненты, что важно при $a < 10^{-3}$, а также его GPU-версию[2)].

Как было показано в [16–18, 24], на радиационно-доминированной стадии Вселенной, при $a < 3 \times 10^{-4}$ ($z > 3300$), вокруг изолированной ПЧД начинает образовываться гало ЧТМ, но этот рост незначителен (его масса порядка массы самой ПЧД). На материально-доминированной стадии рост продолжается и происходит по закону

$$M_H \approx m_{PBH} \frac{a}{a_{eq}}, \tag{1}$$

где M_H – масса минигало внутри радиуса, на котором космологическое расширение вещества переходит в сжатие, m_{PBH} – масса ПЧД, a_{eq} – масштабный фактор на момент равенства плотности вещества и излучения.

Следует отметить, что из-за сохранения массы в результате образования ПЧД вокруг нее должна была сформироваться некоторая пустота за счет вещества, ушедшего на создание ПЧД. С другой стороны, возмущения с повышенной плотностью, из которых возникали ПЧД, скорее всего, простирались за пределы той области, которая сколлапсировала в ПЧД. Это означает, что вокруг ПЧД с самого начала должны были присутствовать некоторые возмущения как повышенной, так и пониженной плотности, которые должны повлиять на рост минигало вокруг ПЧД, по крайней мере на ранних стадиях. Мы не учитываем эти особенности, так как они зависят от деталей модели образования ПЧД, но варьируя время старта симуляции мы получаем минигало с разной массой на момент образования основного гало. Также во многих моделях ПЧД образуются кластерами (см., например, [25]), в этой работе для простоты мы также не учитываем эту кластеризацию.

Как это обычно делается в космологических расчетах, среда из бесстолкновительной ЧТМ моделируется с помощью конечного числа пробных частиц,

[2)] https://github.com/pseudotensor/cuda-gadget.

имеющих массу m_{DM} много больше массы собственно частиц ЧТМ, в нашем случае $m_{DM} = 5\,\mathrm{M}_{\odot}$. Для задания начальных условий мы располагаем пробные частицы ТМ на регулярной декартовой сетке. Затем, в некоторый момент $a_{\rm init}$ заменяем некоторое количество случайно выбранных частиц на более массивные частицы, которые представляют собой ПЧД. Масса частиц ЧТМ при этом уменьшается, чтобы сохранить среднюю космологическую плотность ТМ. Число частиц (ЧТМ + ПЧД) во всех расчетах равнялось $2^{24} \approx 16.7 \times 10^6$, что соответствует 256 частицам вдоль стороны куба в начальном распределении на декартовой сетке. Количество ПЧД подбиралось так, чтобы доля массы ПЧД по отношению к полной массе ТМ составляла $f_0 = 10^{-3}$, $f_0 = 3 \times 10^{-4}$ или $f_0 = 10^{-4}$.

Чтобы учесть возможные отличия массы минигало от предсказаний формулы (1), мы варьируем начальный момент $a_{\rm init}$. На рисунке 1 показаны три варианта истории роста минигало. Один из них, с $a_{\rm init} = 0.043$ ($z = 22$), добавлен нами, чтобы проиллюстрировать систему без минигало на момент образования гало галактики. Второй вариант $a_{\rm init} = 3 \times \times 10^{-5}$ ($z = 33000$) приближенно воспроизводит формулу (1), а третий с $a_{\rm init} = 3 \times 10^{-4}$ ($z = 3300$) дает массу минигало примерно в 3 раза меньше, чем предсказание формулы (1).

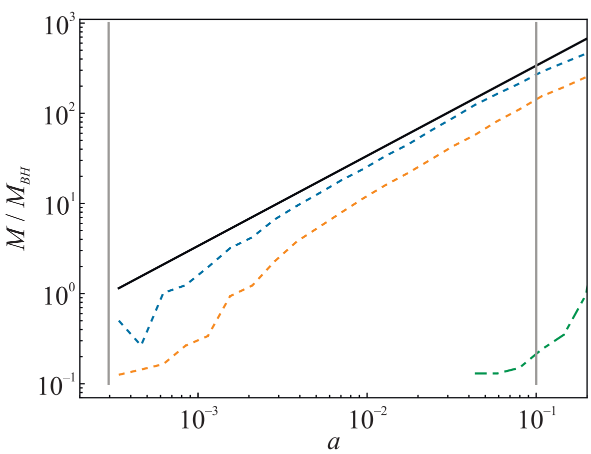

Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимость средней массы минигало в единицах массы ПЧД от масштабного фактора для моделей, в которых начальные условия созданы на $a_{\rm init} = 3 \times 10^{-5}$ (штриховая линия) и $a_{\rm init} = 3 \times \times 10^{-4}$ (пунктирная линия), $a_{\rm init} = 4.3 \times 10^{-2}$ (штрих-пунктирная линия). Сплошная линия показывает уравнение (1). Вертикальными линиями показаны моменты a_{eq} (слева) и момент образования гало (справа)

Заметим, что среда со случайно расположенными ПЧД является неоднородной, в том числе на масштабах, существенно больше среднего расстояния между ПЧД, что приводит со временем к развитию крупномасштабных структур из ЧТМ, например, филаментов [11, 26]. В таких структурах скорость аккреции вещества на минигало отличается от скорости аккреции на минигало на однородном фоне, поэтому массы индивидуальных минигало также отличаются от средней, показанной на рис. 1.

Мы рассмотрели три варианта отношения массы ПЧД к массе пробной частицы ЧТМ: $m_{PBH}/m_{DM} = 20, 100, 1000$, что позволило нам исследовать влияние массы ПЧД на результат. Рост массы минигало, выраженной в массах ПЧД, для этих трех вариантов происходит практически одинаково.

Для того, чтобы сформировать гало карликовой галактики, мы задаем три крупномасштабные волны плотности вдоль осей модельного куба. Амплитуды волн относятся как $10:4:3$ по осям X, Y, Z модельного куба, что позволяет сделать гало в достаточной степени анизотропным. Такое соотношение амплитуд взято для примера и является вполне типичным, функция распределения амплитуд дана, например, в [27]. Конкретно, мы задаем смещения частиц и скорости в соответствии с выражениями:

$$\Delta x_{i_k} = A_k \sin\left(\frac{2\pi i_k}{n_1}\right),$$
$$v_{i_k} = A_k V(a) \sin\left(\frac{2\pi i_k}{n_1}\right), \tag{2}$$

где A_k – амплитуды возмущений по трем осям, $V(a)$ – зависящая от времени амплитуда скоростей, i_k – номер частицы вдоль k-й оси на декартовой сетке, $n_1 = 256$ – число частиц вдоль одной оси. Эти волны связаны со спектром первичных возмущений плотности, а не с пуассоновскими возмущениями, накладываемыми ПЧД, которые при рассматриваемых долях $f_0 < 10^{-3}$ слишком слабы для образования заметного количества структур к $z \sim 10$.

Наша модель напоминает сценарий образования гало в космологических численных моделях, где присутствуют возмущения разных масштабов со случайными амплитудами и фазами. Как правило, вдоль одного из направлений амплитуда возмущения наибольшая, поэтому происходит образование плоского "блина" [28], в котором уже образуется гало [29]. Подобные начальные условия использовались ранее в литературе [30, 31] и было показано, что в результате образуется гало с профилем плотности NFW [32], как и в космологических симуляциях большого объема. Амплитуда волны по оси X выбрана таким образом, чтобы "блин" образовался при $a = 0.08$ ($z = 11.5$). В этот же момент благодаря волнам по осям Y и Z

в центре модельного куба начинает расти уплотнение – гало карликовой галактики. К моменту $a = 0.1$ ($z = 9$), т.е. спустя 20 млн лет после начала формирования, вириальная масса гало достигает 20 % массы куба, и рост гало существенно замедляется, к $a = 0.5$ ($z = 1$, момент окончания расчета, спустя 5.4 млрд лет после начала формирования гало) масса гало достигает 50 % массы куба. Такая история роста напоминает историю образования современных карликовых галактик [33, 34]. Заметим также, что динамическое время в центре гало составляет примерно 5 млн лет.

Для удобства сравнения с наблюдениями мы задали сопутствующий размер модельного куба $L_{\rm box} = 0.1$ Мпк. Наши результаты легко перемасштабируются с размером куба: результаты не меняются, если размер куба умножить на s, все массы на s^3, скорости на s. В частности, при $s = 1$ вириальная масса гало на конец расчета достигает $5 \times 10^7\,\mathrm{M}_\odot$, масса одной ПЧД составляет 100, 500 или $5000\,\mathrm{M}_\odot$ для разных вариантов расчета.

Важной характеристикой численных расчетов с ТМ является длина сглаживания гравитационного потенциала, которая в наших расчетах составила 1 пк. Это позволяет разрешать структуры размером от нескольких парсек. Мы также проверили влияние сглаживания, сделав для одного из вариантов моделируемой системы еще два расчета: с увеличенной вдвое и уменьшенной вдвое длиной сглаживания. Результаты не изменились в пределах численного шума, что свидетельствует о достаточной величине сглаживания.

Мы выполнили расчеты для трех значений доли массы в ПЧД: $f_0 = 10^{-3}$, $f_0 = 3 \times 10^{-4}$ и $f_0 = 10^{-4}$. Для $f_0 = 10^{-3}$ масса ПЧД m_{PBH}/m_{DM} задавалась в 20, 100 и 1000 масс пробной частицы ЧТМ, как описано выше, но для $f_0 = 3 \times 10^{-4}$ и меньше рассматривались только варианты 20 и 100, так как при $m_{PBH} = 1000 m_{DM}$ и столь низкой доле в модельный куб в среднем попадает всего 1.7 ПЧД. В наших расчетах число ПЧД в модельном кубе менялось от 17 до 850. Пример того, как выглядят численные модели, показан на рис. 2 и 3 для случая $f_0 = 10^{-3}$, $m_{PBH}/m_{DM} = 500$. Минигало вокруг ПЧД на этих рисунках почти не видны ввиду их малого размера по сравнению с черными точками, изображающими ПЧД. Рисунки 2 и 3 показаны в сопутствующих координатах, в которых выполнялись расчеты. Все последующие рисунки в этой статье касаются внутреннего строения гало и приведены в физических координатах, получаемых из сопутствующих умножением на масштабный фактор a.

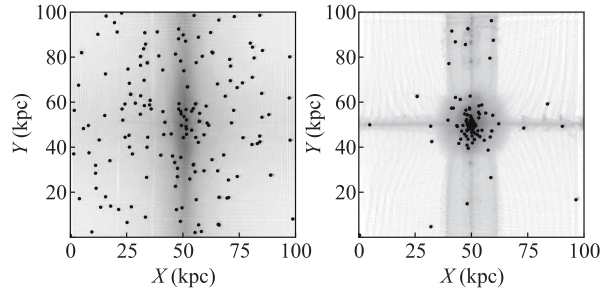

Рис. 2. Эволюция распределения материи в модельном кубе в сопутствующих координатах в проекции на плоскость XY. Слева: при $a = 0.043$, справа: при $a = 0.5$. Серым показана плотность ЧТМ, черными точками показаны ПЧД‘

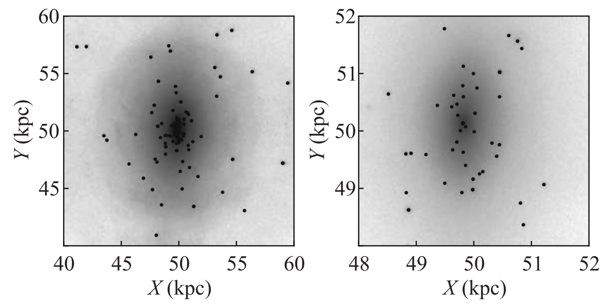

Рис. 3. Увеличенная область с правой панели на рис. 2, гало ТМ. Серым показана плотность ЧТМ, черными точками показаны ПЧД

Следует заметить, что в наших расчетах нет необходимости учитывать эффекты ОТО, в частности, слияния ПЧД, так как по существующим ограничениям из наблюдений гравволн лишь в нескольких процентах карликовых галактик за время жизни Вселенной произошло бы хоть одно слияние. Эта оценка выполнена следующим образом: исходя из функции масс Пресса–Шехтера, плотность гало с массой 5×10^7 (в логарифмическом интервале масс) составляет около 30 шт/Мпк^3. Эти гало составляют не более 10 % по массе от всех гало, т.е. на них приходится около 10 % от всех слияний ПЧД. По данным наблюдений, частота слияний составляет 10–100 событий на Гпк^3/год. Это соответствует 0.03–0.3 события за 10 млрд лет в пересчете на одно гало указанной массы. Мы также не учитываем влияние барионной компоненты на ПЧД. Эволюция барионной компоненты в галактиках чрезвычайно сложна, но может быть в будущем станет возможным провести моделирование и с барионной компонентой. Рассматриваемые объекты, карликовые сфероидальные галактики, на сегодняшний день имеют чрезвычайно низкую долю газа и звезд по сравнению с ТМ, т.е. по крайней мере на позднем этапе эволюции системы учитывать барионы не требуется. Это отличает их от крупных галактик, в которых всегда необходимо учитывать взаимодействие ПЧД со звездами.

Мы предполагаем холодную ЧТМ, а именно, считаем, что гало галактики массой M образовалось из волн плотности в среде без давления с длиной волны порядка $(M/\rho_m)^{1/3}$, где ρ_m – средняя плотность материи. Это справедливо и в моделях с теплой ТМ в случае, если масса частицы ТМ $m_{WDM} > 10/s$ кэВ. В противном случае гало карликовых галактик образуются путем фрагментации гораздо более крупных структур из ТМ, см., например, [35].

3. Конденсация ПЧД в центре гало. Основным нашим результатом является обнаружение заметного повышения доли ПЧД после образования гало галактики в его центре. Мы определяем локальную долю $f(r)$ как отношение полной массы ПЧД в сфере радиусом r к массе всей ТМ (ПЧД + ЧТМ) в этой сфере. Из рисунка 4 видно, что уже при $f_0 = 10^{-4}$ на расстоянии 10 пк от центра галактики доля f достигает 1 %, т.е. увеличивается в 100 раз, а при $f_0 = 10^{-3}$ доля в центре достигает уже 10 %. Этот результат приведен для $m_{PBH} = 100\,\mathrm{M}_\odot$ ($m_{PBH}/m_{DM} = 20$).

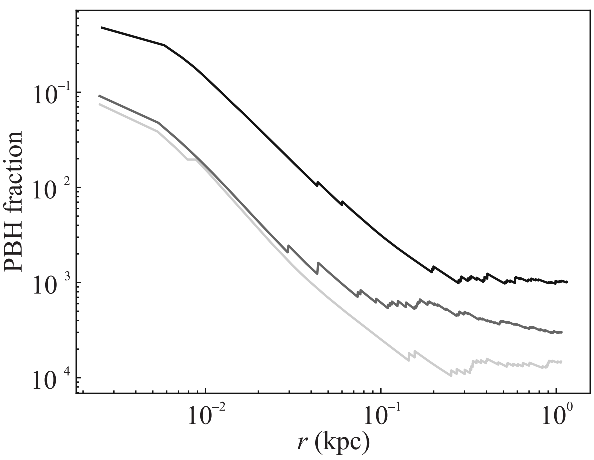

Рис. 4. Доля ПЧД в сфере радиусом r для трех значений космологической доли ПЧД $f_0 = 10^{-4}$, 3×10^{-4} и 10^{-3} (от светлого к темному при повышении f_0) на момент $a = 0.5$

Совпадение доли в центре при $f_0 = 10^{-4}$ и 3×10^{-4} на рис. 4 связано с малым количеством ПЧД в центре гало при $r < 10$ кпк: в модели с $f_0 = 10^{-4}$ там всего лишь 4 ПЧД, в модели с $f_0 = 3 \times 10^{-4}$ на этом расстоянии 5 ПЧД, т.е. разброс числа ПЧД ожидается порядка измеренного числа ПЧД. В модели с $f_0 = 10^{-3}$ в центре уже 22 ПЧД. Мы аппроксимируем данные с рис. 4 зависимостью $f(r < 10\,\text{пк}) = 43 f_0$, при которой достигается минимальное значение редуцированной статистики Хи-квадрат: $\chi^2 = 0.28$[3)]. Поэтому мы считаем, что доля ПЧД в центре гало в наших численных моделях получается пропорциональной начальной доле f_0.

На рисунке 5 показано, как доля ПЧД менялась со временем в модели с $f_0 = 0.001$, $m_{PBH} = 500\ \mathrm{M}_\odot$ ($m_{PBH}/m_{DM} = 100$): за 20 млн лет после начала образования гало, т.е. всего за несколько динамических времен в центре оказалось 4 ПЧД, затем за 5 млрд лет это число постепенно выросло до 14, что привело к увеличению доли.

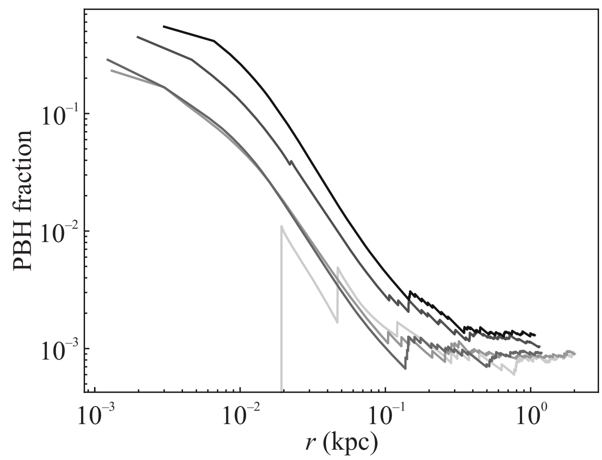

Рис. 5. Доля ПЧД в сфере радиусом r в зависимости от времени: градации цвета от светлого к темному соответствуют моментам $a = 0.08$ ($z = 11.5$), $a = 0.1$ ($z = 9$), $a = 0.15$ ($z = 5.7$), $a = 0.27$ ($z = 2.7$), $a = 0.5$ ($z = 1$)

Мы считаем, что основная причина быстрого попадания нескольких ПЧД в центр галактического гало состоит в столкновениях минигало друг с другом и с формирующимся галактическим гало. Как показано в [36], при столкновении самогравитирующих кластеров из частиц сопоставимых масс они полностью теряют энергию относительного движения и сливаются, т.е. такие столкновения являются неупругими. Наблюдения за траекториями ПЧД показали, что минигало сталкиваются друг с другом в ходе бурного начального этапа образования гало галактики.

Несложно также оценить вероятность столкновений минигало на начальном этапе образования гало. Согласно приближению Зельдовича, начальные условия (2) развиваются во времени так, что за 20 млн лет с момента $a = 0.08$ до $a = 0.1$ при-

[3)] Ошибка измерения оценена как $f_m(r)/\sqrt{N_{PBH} - 1}$, где f_m – измеренное значение доли.

мерно 40 % вещества куба успевают пройти сквозь плоскость, перпендикулярную оси X в середине куба (см. рис. 2). При доле $f_0 = 0.001$ в кубе находится в среднем 167 ПЧД с массой $m_{PBH} = 500\ \mathrm{M}_\odot$ ($m_{PBH}/m_{DM} = 100$), а в зоне, успевшей пройти каустику, $N_c = 0.4 \times 167 = 67$ ПЧД. На одну ПЧД приходится площадь $S_1 = L_{\mathrm{box}}^2/N_c$. Если сечение столкновения минигало равно $\sigma_c = \pi r_h^2$, где r_h – радиус минигало, то в соответствии со статистикой двумерного пуассоновского процесса вероятность столкновения минигало равна $1 - \exp(-\sigma_c/S1)$. Мы измерили вириальные радиусы минигало и нашли $r_h = 0.35$ кпк для рассматриваемой модели. Для такого радиуса получаем вероятность 13 %. По нашим наблюдениям, около 10 % минигало столкнулись с другими минигало в ходе образования гало галактики.

Столкновения минигало приводят к быстрой потере энергии и углового момента, это существенно отличает ТМ, фрагментированную на кластеры (минигало) от обычной диффузной ТМ. В диффузной ТМ потеря энергии происходит медленнее, за счет движения частиц в переменном во времени и пространстве гравитационном потенциале, созданным другими частицами. Поэтому минигало быстрее “сваливаются” в центр образующегося гало, чем обычная ТМ. В результате, в области радиусом 10 пк 90 % частиц ТМ пришли из минигало, связанных с ПЧД.

Дальнейший постепенный рост доли ПЧД на рис. 5 связан, по-видимому, с динамическим трением между ПЧД и ЧТМ. Минигало вокруг ПЧД за счет своего раннего образования имеют высокую плотность в центральной части, их профиль плотности близок к степенному с наклоном $r^{-9/4}$ [11, 18, 24]. Попадая внутрь галактического гало, а также в ходе процесса бурного начального образования гало, минигало теряют часть своей массы с периферии, но центральные, наиболее плотные, части минигало сохраняются. Вириальная масса минигало вне галактического гало при $a = 0.5$ составляет $150 \pm 20\ m_{PBH}$, а в центре галактического гало $10 - 30\ m_{PBH}$. Характерный радиус минигало, содержащий половину его массы, составляет в среднем $200(m_{PBH}/100\,\mathrm{M}_\odot)^{1/3}$ пк вне гало и $10{-}40(m_{PBH}/100\,\mathrm{M}_\odot)^{-1/3}$ пк внутри гало на расстоянии более 40 пк от центра. Компактные минигало, выжившие внутри галактического гало, будут подвержены динамическому трению практически аналогично точечным частицам с соответствующими массами, пока сами не приблизятся к центру на расстояние порядка своего радиуса. Характерное время динамического трения мы оцениваем по формуле из [37]:

$$\tau = \frac{v^3}{4\pi \ln \Lambda G^2 \rho M_h}, \tag{3}$$

где $M_h = 30 m_{PBH}$ – масса минигало, v – его характерная скорость (также равная характерной скорости ЧТМ), $\ln \Lambda \approx 5$ – кулоновский логарифм. Для $m_{PBH} = 500\,\mathrm{M}_\odot$ и характерной скорости в центре гало 5 км/с получаем $\tau \approx 700$ млн. лет, что говорит о значительной роли динамического трения в этой задаче на временах более миллиарда лет.

Мы проделали аналогичные измерения доли ПЧД для моделей, в которых ПЧД были введены в систему позже, при $a_{\mathrm{init}} = 3 \times 10^{-4}$, что привело к уменьшению массы минигало в 3 раза. Это привело к незначительному изменению доли ПЧД. В модели с поздним добавлением ПЧД, при $a_{\mathrm{init}} = 0.043$ ($z_{\mathrm{init}} = 22$), незадолго до образования гало, доля ПЧД в центре упала в 6 раз по сравнению с моделями с более ранним добавлением ПЧД. Это демонстрирует важность минигало для конденсации ПЧД в центре гало.

Наконец, мы также проверили изменение профиля плотности темного гало, так как в предыдущих работах [5, 10] было показано, что за длительное время динамическое трение ПЧД может разрушить касп ТМ. Мы наблюдаем небольшое, в 2 раза, падение плотности ТМ в центре по сравнению с профилем NFW для некоторых моделей. Однако, оно не приводит к существенному изменению дисперсии скоростей частиц, которая меняется в пределах 0.5 км/с, поэтому такое изменение профиля вряд ли может быть зарегистрировано в наблюдениях и быть ответственным за решение “проблемы каспов” (см. обсуждение проблемы, например, в [38]). Мы оставляем вопрос с профилями для будущего исследования, в частности, требуется проведение расчетов с большей длительностью (до $a = 1.0$ вместо $a = 0.5$).

4. Ограничения на долю ПЧД. Мы аппроксимируем зависимость доли ПЧД в сфере радиусом 10 пк f_{10} от параметров: начальной доли ПЧД f_0, массы ПЧД m_{PBH} и масштаба системы s следующей формулой, имеющей точность лучше 30 % для всех сделанных нами численных моделей:

$$f_{10} = 43 f_0 \left(\frac{m_{PBH}}{100\ \mathrm{M}_\odot}\right)^{1/2}. \tag{4}$$

Зависимость от масштаба системы s при этом сократилась, однако масштаб системы стоит учитывать при выяснении области применимости формулы (4). В самом деле, наши численные модели покрывают диапазон масс $100-5000\,\mathrm{M}_\odot$ при $s = 1$. Учитывая точность формулы (4), мы считаем, что ее можно экстраполировать еще на порядок по массе в обе стороны, т.е. $10-5\times10^4\,\mathrm{M}_\odot$ при сохранении точности на уровне фактора 2. Теперь напомним, что в численных расчетах мы фиксируем отношение масс ПЧД и пробных частиц ЧТМ, тем самым фиксируется отношение массы ПЧД к вириальной массе гало. Поэтому диапазон масс наших расчетов масштабируется как

$$10\ \mathrm{M}_\odot < m_{PBH}\left(\frac{5\times10^7\ \mathrm{M}_\odot}{M_v}\right) < 5\times10^4\ \mathrm{M}_\odot. \quad (5)$$

Что касается диапазона начальной доли ПЧД f_0, который в наших расчетах составлял от 10^{-4} до 10^{-3}, мы считаем также возможным экстраполяцию результатов до $f_0 = 10^{-5}$, при условии, что число ПЧД в исследуемой области больше 1. Среднее число ПЧД в центральном кластере аппроксимируется выражением:

$$N_{PBH} = 3\times10^4 f_0\left(\frac{100\ \mathrm{M}_\odot}{m_{PBH}}\frac{M_v}{5\times10^7\ \mathrm{M}_\odot}\right)^{1/2}. \quad (6)$$

Повышение же доли ПЧД f_0 выше 10^{-3}, возможно, вызовет изменение профиля плотности, описанное в [10], поэтому формула (4) может при этом не работать.

Теперь мы можем применить формулу (4), чтобы оценить усиление ограничений на долю ПЧД f_0, полученных в работах [7, 8]. В работе [8] рассматривалось скопление звезд в центре галактики Эридан II. Мы считаем, что при достижении доли ПЧД f_{10}, выше показанной на рис. 5 из работы [8], скопление звезд успело бы разрушиться к сегодняшнему моменту. Вириальная масса галактики в [8] принималась $M_v = 2.5\times10^8\,\mathrm{M}_\odot$, что позволяет нам задать диапазон масс ПЧД из уравнения (5). Аналогичным образом мы поступаем и с результатами работы [7], где рассматривалось скопление звезд в галактике Segue I с вириальной массой $M_v = 10^9\,\mathrm{M}_\odot$. При этом мы берем результаты, не учитывающие миграцию ПЧД, поскольку мы сами ее учитываем в нашей работе. Объединенный результат, учитывающий также условие $N_{PBH} > 1$ по формуле (6) показан на рис. 6.

5. Выводы. Наше исследование образования гало ТМ при участии небольшой доли ПЧД показало, что учет "шубы" или минигало из ТМ вокруг ПЧД чрезвычайно важен: минигало сталкиваются друг с другом, что приводит к быстрому образованию кластера из ПЧД в центре гало карликовых галактик. Таким образом, доля ПЧД в составе ТМ в центрах карликовых галактик повышается в десятки–сотни

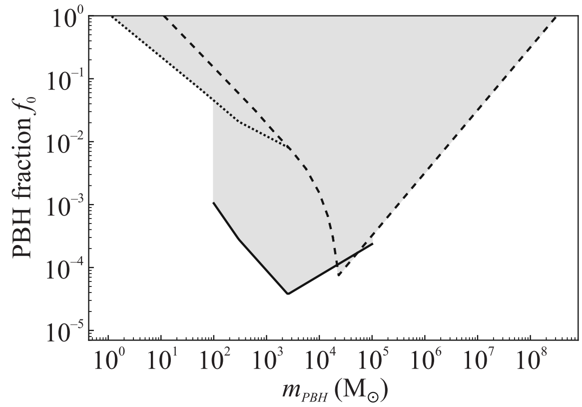

Рис. 6. Ограничения на долю ПЧД в среднем по Вселенной f_0 из динамики карликовых галактик. Сплошная линия: результаты этой работы, штриховая линия: результаты [8], пунктирная линия: результаты [7]

раз по сравнению с космологической, в зависимости от массы ПЧД, см. формулу (4). Этот факт позволяет обновить известные по литературе ограничения на долю ПЧД, понизив их примерно на 2 порядка в диапазоне масс ПЧД от 100 до 100 тысяч $\mathrm{M}_\odot$, что показано на рис. 6.

Однако пока что этот результат нельзя считать окончательным, поскольку в наших расчетах не учитывался ряд процессов, которые происходят в реальных галактиках. Во-первых, мы не учитывали мелкомасштабные космологические структуры – гало малых масс из ЧТМ, которые должны были образоваться раньше, чем основное гало. Спектр возмущений плотности материи в космологии пока что не изучен на достаточно мелких масштабах, чтобы можно было однозначно определить число этих мелких структур (см., например, [39]). Мы считаем, что столкновения минигало, содержащих ПЧД, с гало сопоставимых масс из ЧТМ приведет к еще большему усилению миграции ПЧД в центр галактического гало.

Другой важный процесс для получения ограничений из наблюдений – это эволюция барионной компоненты материи: в работах, на которые мы опирались [7, 8], звездное скопление задавалось изначально стационарным. В то же время в наших расчетах кластер из ПЧД образуется быстро, за несколько миллионов лет в начале образования гало. Поэтому процесс образования звезд из газа должен был идти уже в присутствии кластера из ПЧД. Последний может, в том числе, способствовать звездообразованию, см., например, [40]. Решение этих и других задач принципиально возможно в будущем, но потребует значительных вычислительных ресурсов.

Ввиду перемасштабируемости наших результатов они также могут быть полезны для задач, в которых рассматриваются кластеры, составленные из маломассивных ПЧД, с массами ПЧД меньше звездных, например, см. работу [9]. Наша формула (6) позволяет оценить число ПЧД в таких кластерах, зная функцию масс гало ТМ.

Авторы выражают искреннюю благодарность С. Ю. Дедикову и команде администраторов, поддерживающих вычислительные ресурсы АКЦ ФИАН. Также авторы благодарны П. Б. Иванову за ценные комментарии.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Федерального государственного бюджетного учреждения науки Физического института им. П. Н. Лебедева Российской академии наук. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. Y. B. Zel'dovich and I. D. Novikov, Soviet Astronomy **10**, 602 (1967).
2. B. Carr, K. Kohri, Y. Sendouda, and J. Yokoyama, Rep. Prog. Phys. **84**, 116902 (2021).
3. P. Ivanov, P. Naselsky, and I. Novikov, Phys. Rev. D **50**, 7173 (1994).
4. T. D. Brandt, ApJ **824**, L31 (2016).
5. Q. Zhu, E. Vasiliev, Y. Li, and Y. Jing, MNRAS **476**, 2 (2018).
6. S. L. Zoutendijk, J. Brinchmann, L. A. Boogaard, M. L. P. Gunawardhana, T.-O. Husser, S. Kamann, A. F. Ramos Padilla, M. M. Roth, R. Bacon, M. den Brok, S. Dreizler, and D. Krajnović, Astron. Astrophys. **635**, A107 (2020).
7. P. W. Graham and H. Ramani, Phys. Rev. D **110**, 075011 (2024).
8. J. M. Koulen, S. Profumo, and N. Smyth, arXiv e-prints; arXiv:2403.19015 (2024).
9. K. Belotsky, M. Krasnov, and S. Pugachev, Int. J. Mod. Phys. D **33**(14), 2340010 (2024).
10. P. Boldrini, Y. Miki, A. Y. Wagner, R. Mohayaee, J. Silk, and A. Arbey, MNRAS **492**, 5218 (2020).
11. D. Inman and Y. Ali-Haïmoud, Phys. Rev. D **100**, 083528 (2019).
12. M. V. Tkachev, S. V. Pilipenko, and G. Yepes, MNRAS **499**, 4854 (2020).
13. M. V. Tkachev and S. V. Pilipenko, Astron. Lett. **48**, 561 (2022).
14. V. Stasenko and K. Belotsky, MNRAS **526**, 4308 (2023).
15. V. Stasenko, Phys. Rev. D **109**, 123546 (2024).
16. K. J. Mack, J. P. Ostriker, and M. Ricotti, Astrophys. J. **665**, 1277 (2007).
17. Y. N. Eroshenko, Astron. Lett. **42**, 347 (2016).
18. S. Pilipenko, M. Tkachev, and P. Ivanov, Phys. Rev. D **105**, 123504 (2022).
19. J. F. Navarro, A. Ludlow, V. Springel, J. Wang, M. Vogelsberger, S. D. M. White, A. Jenkins, C. S. Frenk, and A. Helmi, MNRAS **402**, 21 (2010).
20. M. Kuhlen, N. Weiner, J. Diemand, P. Madau, B. Moore, D. Potter, J. Stadel, and M. Zemp, J. Cosmol. Astropart. Phys. **2010**, 030 (2010).
21. M. Vogelsberger and S. D. M. White, MNRAS **413**, 1419 (2011).
22. N. Aghanim, Y. Akrami, M. Ashdown et al. (Planck Collaboration), Astron. Astrophys. **641**, A6 (2020).
23. V. Springel, MNRAS **364**, 1105 (2005).
24. E. Bertschinger, The Astrophysical Journal Supplement Series **58**, 39 (1985).
25. K. M. Belotsky, V. I. Dokuchaev, Y. N. Eroshenko, E. A. Esipova, M. Y. Khlopov, L. A. Khromykh, A. A. Kirillov, V. V. Nikulin, S. G. Rubin, and I. V. Svadkovsky, Eur. Phys. J. C **79**, 246 (2019).
26. N. Afshordi, P. McDonald, and D. N. Spergel, ApJ **594**, L71 (2003).
27. A. G. Doroshkevich, Astrophysics **6**, 320 (1970).
28. Y. B. Zel'dovich, Astron. Astrophys. **5**, 84 (1970).
29. A. Valinia, P. R. Shapiro, H. Martel, and E. T. Vishniac, ApJ **479**, 46 (1997).
30. ,P. R. Shapiro, I. T. Iliev, H. Martel, K. Ahn, and M. A. Alvarez, arXiv e-prints; astro?ph/0409173 (2004).
31. S. V. Pilipenko, A. G. Doroshkevich, V. N. Lukash, and E. V. Mikheeva, MNRAS **427**, L30 (2012).
32. J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White, ApJ **462**, 563 (1996).
33. R. Barkana and A. Loeb, Phys. Rep. **349**, 125 (2001).
34. M. Demiański, A. Doroshkevich, T. Larchenkova, and S. Pilipenko, MNRAS **525**, 1922 (2023).
35. R. E. Angulo, O. Hahn, and T. Abel, MNRAS **434**, 3337 (2013).
36. J. Barnes and P. Hut, Nature **324**, 446 (1986).
37. J. Binney and S. Tremaine, *Galactic dynamics*, Princeton University Press, Princeton, N.J. (1987).
38. P. Boldrini, Galaxies **10**, 5 (2021).
39. M. V. Tkachev, S. V. Pilipenko, E. V. Mikheeva, and V. N. Lukash, MNRAS **527**, 1381 (2024).
40. A. Dolgov and K. Postnov, J. Cosmol. Astropart. Phys. **2017**, 036 (2017).