Письма в ЖЭТФ, том 121, вып. 5, с. 352 – 357

Распад видеоимпульса на бегущую и эванесцентную волны

И. В. Бубенщиков[1], *А. А. Титяпкин, В. В. Залипаев, А. Д. Киселев, С. А. Козлов*

Университет ИТМО, 197101 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 28 ноября 2024 г.
После переработки 27 декабря 2024 г.
Принята к публикации 16 января 2025 г.

В работе на основании общего решения волнового уравнения для пустого пространства (вакуума) показано, что существование в нем пространственно ограниченных видеоимпульсов возможно. Но видеоимпульсы в пустом пространстве обязательно состоят из двух компонент: бегущей и эванесцентной волн. Показано, что, как и в ближнепольной оптике, такие структуры могут быть созданы сразу за границей раздела оптически плотной среды и пустого пространства. В работе бегущая и эванесцентная компоненты проиллюстрированы для видеоимпульса, временная и пространственная структуры которого характеризуются профилями гауссовой формы. Показано, что составляющая его бегущая волна является полутораопериодной и ее длительность определяется отношением поперечного и продольного размеров видеоимпульса. Этим же отношением определяется и расстояние, на котором затухает эванесцентная волна, а видеоимпульс становится бегущей волной из малого числа колебаний поля. На основании теоремы Гаусса показано, что поперечно ограниченные в пространстве видеоимпульсы не являются униполярными. Поперечная и продольная компоненты их поля, ориентированные перпендикулярно и параллельно оси распространения волны, могут быть соизмеримыми по величине и отличающимися по характеру эволюции во времени.

DOI: 10.31857/S0370274X25030043, EDN: XSRREQ

1. Введение. В последние годы большой интерес исследователей привлекает теоретическое изучение особенностей воздействия на вещество предельно коротких по числу колебаний “униполярных” электромагнитных импульсов (видеоимпульсов), см., например, обзор [1]. Внимание к таким всплескам поля одной полярности, в частности, обусловлено возможностью их аномально сильного воздействия на атомарные структуры [2]. Анализ закономерностей распространения и взаимодействия видеоимпульсов с веществом проводится обычно в приближении плоских поперечно однородных волн, обладающих бесконечной энергией.

В настоящей работе теоретически показано, что ограничение видеоимпульса по поперечному пространственному размеру, соответственно, и по энергии приводит к разделению его пространственных спектральных компонент на две части: бегущие и эванесцентные волны. Для видеоимпульса, временная форма и пространственное поперечное распределение которого исходно являются гауссовыми, совокупность бегущих волн представляет собой полутораопериодную волну. Поэтому после затухания с расстоянием эванесцентной составляющей импульса он перестает быть видеоимпульсом, а становится бегущей волной из малого числа колебаний.

В работе отмечено, что поперечно ограниченные в пространстве видеоимпульсы не являются униполярными. Часть излучения в области существования видеоимпульса значительно непараксиальна. Продольная компонента поля, направленная вдоль оси распространения, может оказаться сопоставимой по величине с поперечной компонентой и отлично от нее изменяться со временем. Вектор напряженности электрического поля видеоимпульса с течением времени не однонаправлен. Продольная компонента поля видеоимпульса тоже разделяется на бегущие и эванесцентные волны.

2. Спектральная структура видеоимпульса. Уравнения Максвелла в вакууме можно свести к уравнениям эволюции электрического поля $\mathbf{E}$ электромагнитной волны вида [3]

$$\begin{cases} \Delta\mathbf{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \\ \nabla\mathbf{E} = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где c – скорость света в вакууме.

Система уравнений (1) допускает решения для плоских поперечно однородных волн, распространя-

[1]e-mail: jad.crandall@mail.ru

ющихся вдоль оси z и линейно поляризованных, например, вдоль оси x, форма которых не изменяется

$$E_x(t,z) = E_x\left(t - \frac{z}{c}\right). \tag{2}$$

При отличии от ноля "электрической площади" импульса $\int_{-\infty}^{\infty} E_x(t)dt$ или, что то же самое, его спектральной плотности $G_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E_x(t)e^{-i\omega t}dt$ на нулевой частоте

$$G_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} E_x(t)dt \neq 0, \tag{3}$$

электромагнитные импульсы называют видеоимпульсами. Поскольку поле видеоимпульса (2) не меняет свой знак (в приведенном примере остается только положительным), а также ориентировано вдоль одной оси (в примере – вдоль оси x), такие однонаправленные всплески поля часто называют униполярными импульсами [1].

Импульсы вида поперечно неограниченных волн (2) не физичны, поскольку имеют бесконечную энергию. Рассмотрим поперечно ограниченные в пространстве импульсы, распространяющиеся вдоль оси z, для которых выполняются предельные соотношения

$$\mathbf{E} \to 0, \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} \to 0, \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial y} \to 0,$$
$$\text{при } x \to \pm\infty,\ y \to \pm\infty. \tag{4}$$

Используя условие (4), можно показать, что для пространственно- временного спектра излучения

$$\mathbf{g}(\omega, k_x, k_y, z) = $$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(t,x,y,z)e^{-i(\omega t + k_x x + k_y y)}dtdxdy, \tag{5}$$

где $\mathbf{g} = (g_x, g_y, g_z)$; k_x, k_y – пространственные частоты излучения, полевые уравнения в частных производных (1) принимают вид системы обыкновенных дифференциальных уравнений [4]

$$\begin{cases} \frac{d^2 g_\alpha}{dz^2} + (\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2)g_\alpha = 0, \quad \alpha = (x,y,z), \\ \frac{dg_z}{dz} + ik_x g_x + ik_y g_y = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Рассмотрим сначала решение первого уравнения системы (6), поскольку этим решением определяется и решение второго уравнения системы. Общее решение первого уравнения хорошо известно и имеет вид [5]

$$g_{x,y}(\omega, k_x, k_y, z) = g_{x,y}^{(+)}(\omega, k_x, k_y)e^{-iz\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2}} +$$
$$+ g_{x,y}^{(-)}(\omega, k_x, k_y)e^{+iz\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2}}, \tag{7}$$

где $g_{x,y}^{(+)}(\omega, k_x, k_y)$ и $g_{x,y}^{(-)}(\omega, k_x, k_y)$ - это амплитуды пространственно-временного спектра волн, линейно поляризованных вдоль осей x и y и распространяющихся в положительном и отрицательном направлениях оси z, в плоскости $z = 0$.

Для линейно поляризованной вдоль оси x компоненты поля волны, распространяющейся в положительном направлении оси z, $g_y^{(+)} = g_{x,y}^{(-)} = 0$. Временной спектр этой компоненты поля

$$G_x(\omega, x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2}\cdot$$
$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g_x(\omega, k_x, k_y, z)e^{i(k_x x + k_y y)}dk_x dk_y$$

может быть записан в виде двух составляющих

$$G_x(\omega, x, y, z) = G_x^{tr}(\omega, x, y, z) + G_x^{ev}(\omega, x, y, z), \tag{8}$$

где спектр бегущей волны G_x^{tr} и спектр эванесцентной волны G_x^{ev} представлены следующим образом

$$\begin{cases} G_x^{tr}(\omega, x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int\limits_{\Omega_1} g_x^{(+)}(\omega, k_x, k_y)\cdot \\ e^{-iz\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2}}e^{i(k_x x + k_y y)}dk_x dk_y, \\ G_x^{ev}(\omega, x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int\limits_{\Omega_2} g_x^{(+)}(\omega, k_x, k_y)\cdot \\ e^{-z\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}}e^{i(k_x x + k_y y)}dk_x dk_y, \end{cases} \tag{9}$$

здесь области интегрирования $\Omega_1 = \{(k_x, k_y) \in R^2,\ \frac{\omega^2}{c^2} \geqslant k_x^2 + k_y^2 \geqslant 0\}$, $\Omega_2 = \{(k_x, k_y) \in R^2,\ k_x^2 + k_y^2 > \frac{\omega^2}{c^2} \geqslant 0\}$.

Как видно из соотношения (9), спектральная структура поперечной компоненты поля однонаправленной волны, в общем случае, включает две составляющие: спектр бегущих волн G_x^{tr}, у которых для пространственных частот выполняется неравенство $k_x^2 + k_y^2 \leqslant \frac{\omega^2}{c^2}$, и спектр эванесцентных волн G_x^{ev} (экспоненциально нарастающие компоненты поля из физических соображений не рассматриваем), для которых $k_x^2 + k_y^2 > \frac{\omega^2}{c^2}$. Из определенных этими неравенствами областей интегрирования следует, что при $\omega = 0$ для $G_x^{tr}(\omega, x, y, z)$ диапазон интегрирования по пространственным частотам равен нулю, т.е. $G_x^{tr}(0, x, y, z) = 0$. Таким образом, бегущие волны в пустом пространстве видеоимпульсами, определение которых задается неравенством (3), быть не могут, что было доказано ранее в работе [6] с использованием полевого подхода, а также на основе теоремы об электрической площади импульса в работе [7].

За наличие в видеоимпульсе спектральных компонент на нулевых частотах отвечают эванесцентные волны. Поэтому видеоимпульс можно сформировать, например, остро фокусируя излучение вблизи границы раздела среды с большим показателем преломления и воздухом, для которого на практике отличием показателя преломления от единицы можно пренебречь, и динамику поля в нем описывать уравнениями системы (1). Тогда на границе раздела сред – в плоскости $z = 0$ – спектральные компоненты излучения, падающие на границу раздела из оптически более плотной среды под малыми углами, будут формировать в полупространстве $z > 0$ бегущие волны, а под большими углами, для которых реализуется явление полного внутреннего отражения, – эванесцентные волны. Такая методика применяется, например, для сжатия монохроматических световых пучков в поперечные размеры, меньшие длины волны излучения, и широко используется в ближнепольной микроскопии [8].

Обращаем внимание читателя на приведенную выше полезную для понимания структуры видеоимпульса аналогию: поле световых пучков, предельно сжатых в пространстве до размеров, меньших длины волны излучения, как хорошо известно [8], обязательно содержат в себе эванесцентные компоненты; так и поле волн с предельно сжатым до вида видеоимпульса (3) временным профилем обязательно включает в себя эванесцентные составляющие.

Отметим, что приведенные нами уравнения динамики пространственно- временного спектра непараксиального излучения хорошо известны и многократно использовались при изучении особенностей дифракции монохроматических непараксиальных волн (см., например, работы [4, 9–11]). Применение спектрального подхода к волнам со сверхшироким спектром, содержащим ненулевую компоненту на нулевой частоте, и простое доказательство возможности существования видеоимпульсов в пустом пространстве (вакууме), но обязательно при наличии в них эванесцентых волн относятся, с точки зрения авторов, к новым результатам.

Проиллюстрируем это доказательство для конкретного видеоимпульса.

3. Параметры бегущей и эванесцентной волн гауссова видеоимпульса. Рассмотрим вид спектра и поля бегущей и эванесцентной волн для частного случая видеоимпульса на границе раздела вещества и пустого пространства с гауссовым временным и поперечным пространственным профилем вида

$$E_x(t,x,y,0) = E_0 e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{a^2}}, \qquad (10)$$

где a – поперечный размер волны. Пространственно-временной спектр волны (10) имеет вид

$$g_x(\omega,k_x,k_y,0) = E_0\pi\sqrt{\pi}\tau a^2 e^{-\frac{\tau^2\omega^2}{4}} e^{-\frac{a^2(k_x^2+k_y^2)}{4}}. \qquad (11)$$

Напомним, что при наличии в пространственно локализованной волне поперечной компоненты поля E_x в соответствии с теоремой Гаусса, представленной вторыми уравнениями систем (1) и (6), в ней обязательно присутствует и продольная компонента E_z, которую мы рассмотрим позже.

Для анализа характеристик волн, на которые распадается видеоимпульс, поле (10) и его спектр (11) целесообразно нормировать, вводя безразмерные поле $\tilde{E}_x = \frac{E_x}{E_0}$, время $\tilde{t} = \frac{t}{\tau}$, координаты $\tilde{x} = \frac{x}{a}$, $\tilde{y} = \frac{y}{a}$, $\tilde{z} = \frac{z}{a}$, временные и пространственные частоты $\tilde{\omega} = \tau\omega$, $\tilde{k}_x = ak_x$, $\tilde{k}_y = ak_y$. В этих координатах и частотах соотношения (9), но уже для безразмерных спектров, примут вид

$$\begin{cases} \tilde{G}_x^{tr}(\tilde{\omega},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{4}} \int\limits_{\Omega_3} e^{-\frac{\tilde{k}_x^2+\tilde{k}_y^2}{4}} \cdot \\ e^{-i\tilde{z}\sqrt{p^2\tilde{\omega}^2-\tilde{k}_x^2-\tilde{k}_y^2}} e^{i(\tilde{k}_x\tilde{x}+\tilde{k}_y\tilde{y})} d\tilde{k}_x d\tilde{k}_y, \\ \tilde{G}_x^{ev}(\tilde{\omega},\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z}) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{4}} \int\limits_{\Omega_4} e^{-\frac{\tilde{k}_x^2+\tilde{k}_y^2}{4}} \cdot \\ e^{-\tilde{z}\sqrt{\tilde{k}_x^2+\tilde{k}_y^2-p^2\tilde{\omega}^2}} e^{i(\tilde{k}_x\tilde{x}+\tilde{k}_y\tilde{y})} d\tilde{k}_x d\tilde{k}_y, \end{cases} \qquad (12)$$

где области $\Omega_3 = \{(\tilde{k}_x,\tilde{k}_y) \in R^2,\ p^2\tilde{\omega}^2 > \tilde{k}_x^2 + \tilde{k}_y^2\}$, $\Omega_4 = \{(\tilde{k}_x,\tilde{k}_y) \in R^2,\ \tilde{k}_x^2 + \tilde{k}_y^2 > p^2\tilde{\omega}^2\}$, $p = \frac{a}{c\tau}$. Параметр p характеризует отношение поперечного размера a волны видеоимпульса к ее продольному размеру $c\tau$. Именно этот параметр определяет все характеристики волн, на которые распадается гауссов видеоимпульс (10).

Поскольку волна (10) является осесимметричной, то для расчета интегралов (12) удобно перейти к полярным координатам $(\tilde{x},\tilde{y}) \to (\tilde{r},\varphi)$, $(\tilde{k}_x,\tilde{k}_y) \to (\tilde{\rho},\theta)$ и проинтегрировать по углам. Если воспользоваться интегральным представлением функции Бесселя n-го порядка [12]

$$J_n(x) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} e^{ix\sin\theta - in\theta} d\theta,$$

то соотношения (12) примут вид

$$\begin{cases} \tilde{G}_x^{tr}(\tilde{\omega},\tilde{r},\tilde{z}) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi} e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{4}} \int_0^{p\tilde{\omega}} \tilde{\rho} J_0(\tilde{\rho}\tilde{r}) \cdot \\ e^{-\frac{\tilde{\rho}^2}{4} - i\tilde{z}\sqrt{p^2\tilde{\omega}^2-\tilde{\rho}^2}} d\tilde{\rho}, \\ \tilde{G}_x^{ev}(\tilde{\omega},\tilde{r},\tilde{z}) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi} e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{4}} \int_{p\tilde{\omega}}^{\infty} \tilde{\rho} J_0(\tilde{\rho}\tilde{r}) \cdot \\ e^{-\frac{\tilde{\rho}^2}{4} - \tilde{z}\sqrt{\tilde{\rho}^2-p^2\tilde{\omega}^2}} d\tilde{\rho}. \end{cases} \qquad (13)$$

Тогда временные формы x компоненты поля видеоипульса вычисляются по следующим формулам

$$\begin{cases} \tilde{E}_x^{tr}(\tilde{t},\tilde{r},\tilde{z}) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{p|\tilde{\omega}|}\tilde{\rho}J_0(\tilde{\rho}\tilde{r})\cdot \\ e^{-\frac{\tilde{\rho}^2}{4}-i\tilde{z}\sqrt{p^2\tilde{\omega}^2-\tilde{\rho}^2}}e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{4}}e^{i\tilde{\omega}\tilde{t}}\,d\tilde{\rho}\,d\tilde{\omega}, \\ \tilde{E}_x^{ev}(\tilde{t},\tilde{r},\tilde{z}) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{p|\tilde{\omega}|}^{\infty}\tilde{\rho}J_0(\tilde{\rho}\tilde{r})\cdot \\ e^{-\frac{\tilde{\rho}^2}{4}-\tilde{z}\sqrt{\tilde{\rho}^2-p^2\tilde{\omega}^2}}e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{4}}e^{i\tilde{\omega}\tilde{t}}d\tilde{\rho}d\tilde{\omega}. \end{cases} \quad (14)$$

На границе $\tilde{z} = 0$ на оси пучка (при $\tilde{r} = 0$) соотношения (13) и (14) упрощаются и принимают вид

$$\begin{cases} \tilde{G}_x^{tr}(\tilde{\omega},0,0) = \sqrt{\pi}e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{4}}(1-e^{-\frac{p^2\tilde{\omega}^2}{4}}), \\ \tilde{G}_x^{ev}(\tilde{\omega},0,0) = \sqrt{\pi}e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{4}}e^{-\frac{p^2\tilde{\omega}^2}{4}}, \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \tilde{E}_x^{tr}(\tilde{t},0,0) = e^{-\tilde{t}^2} - \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}e^{-\frac{\tilde{t}^2}{1+p^2}}, \\ \tilde{E}_x^{ev}(\tilde{t},0,0) = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}e^{-\frac{\tilde{t}^2}{1+p^2}}. \end{cases} \quad (16)$$

Из формул (15) и (16) следует, что на границе $\tilde{z} = 0$ бегущая волна представляет собой полуторапериодную волну с частотой максимума спектральной плотности $\tilde{\omega}_{\max} = 2\sqrt{\ln(p^2+1)}/p$. Временной профиль поля и спектра эванесцентной волны при $\tilde{z} = 0$ имеет гауссову форму. Ее длительность $\tilde{\tau}_{ev} = \sqrt{1+p^2}$. Соответственно, волна затухает на нормированном расстоянии порядка $\sqrt{1+p^2}/p$.

Выделим частный случай значительного преобладания поперечных размеров видеоимпульса над продольными, когда $p^2 \gg 1$. В этом случае $\tilde{\tau}_{ev} \approx p$ и размерная длительность эванесцентной волны $\tau_{ev} \approx \frac{a}{c}$, а расстояние, на котором эванесцентная волна затухает, в этих условиях равно поперечному размеру видеоимпульса a. Эта простая оценка говорит о том, что видеоимпульс существует на тем большем расстоянии, чем больший его поперечный размер. При стремлении в пределе этого параметра к бесконечности возвращаемся к давно известному решению (2).

На рисунке 1 зависимости поперечной компоненты поля и ее спектра видеоимпульса (10) (сплошные линии) показаны для его составляющих – бегущей (пунктирные линии) и эванесцентной (линия точками) волн при $p = 1$.

Из рисунка 1 видно, что основной вклад в величину и поля и спектра видеоимпульса при равенстве его поперечного и продольного размера размеров вносит эванесцентная волна.

Изменение спектра и временной формы поперечной компоненты поля исходно гауссова видеоимпульса при его распространении в области $z > 0$ описывается формулами (13)–(14).

4. Продольная компонента поля гауссова видеоимпульса и ее спектр. Рассмотрим теперь структуру z компоненты поля видеоимпульса и ее спектр. Используя метод анализа, примененный выше при рассмотрении спектра поперечной компоненты поля гауссова видеоимпульса для нормированного временного спектра продольных компонент поля бегущей $\tilde{G}_z^{tr}$ и эванесцентной $\tilde{G}_z^{ev}$ волн из второго уравнения системы (6), можно получить соотношения

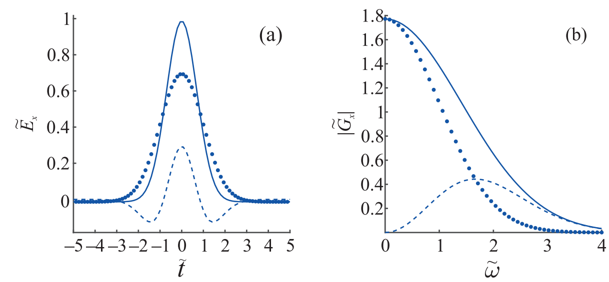

Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимость нормированного полного поля $\tilde{E}_x$ - компоненты видеоимпульса (сплошная линия) и составляющих его бегущей (пунктирная линия) и эванесцентной (линия точками) волн от нормированного времени (a), а также их нормированных спектральных плотностей $\tilde{G}_x$ (обозначенных теми же линиями) от нормированной частоты (b) в плоскости $\tilde{z} = 0$ на оси видеоимпульса при равенстве его поперечного и продольного размера

$$\begin{cases} \tilde{G}_z^{tr}(\tilde{\omega},\tilde{r},\tilde{z}) = i\frac{\sqrt{\pi}\cos\varphi}{2}e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{4}}\int_0^{p\tilde{\omega}}\frac{\tilde{\rho}^2}{\sqrt{p^2\tilde{\omega}^2-\tilde{\rho}^2}}\cdot \\ J_1(\tilde{\rho}\tilde{r})e^{-\frac{\tilde{\rho}^2}{4}-i\tilde{z}\sqrt{p^2\tilde{\omega}^2-\tilde{\rho}^2}}d\tilde{\rho}, \\ \tilde{G}_z^{ev}(\tilde{\omega},\tilde{r},\tilde{z}) = -\frac{\sqrt{\pi}\cos\varphi}{2}e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{4}}\int_{p\tilde{\omega}}^{\infty}\frac{\tilde{\rho}^2}{\sqrt{\tilde{\rho}^2-p^2\tilde{\omega}^2}}\cdot \\ J_1(\tilde{\rho}\tilde{r})e^{-\frac{\tilde{\rho}^2}{4}-\tilde{z}\sqrt{\tilde{\rho}^2-p^2\tilde{\omega}^2}}d\tilde{\rho}. \end{cases} \quad (17)$$

В (17) угол ϕ отсчитывается от оси x.

С целью исключения интегрируемой особенности при вычислении интегралов в (17) воспользуемся заменой переменных интегрирования $\xi = \sqrt{p^2\tilde{\omega}^2-\tilde{\rho}^2}$ и $\xi' = \sqrt{\tilde{\rho}^2-p^2\tilde{\omega}^2}$, соответственно. Тогда система (17) принимает вид

$$\begin{cases} \tilde{G}_z^{tr}(\tilde{\omega},\tilde{r},\tilde{z}) = i\frac{\sqrt{\pi}\cos\varphi}{2}e^{-\frac{\tilde{\omega}^2(1+p^2)}{4}}\int_0^{p\tilde{\omega}}\sqrt{p^2\tilde{\omega}^2-\xi^2}\cdot \\ J_1(\tilde{r}\sqrt{p^2\tilde{\omega}^2-\xi^2})e^{\xi^2/4-iz\xi}d\xi, \\ \tilde{G}_z^{ev}(\tilde{\omega},\tilde{r},\tilde{z}) = -\frac{\sqrt{\pi}\cos\varphi}{2}e^{-\frac{\tilde{\omega}^2(1+p^2)}{4}}\int_0^{\infty}\sqrt{\xi'^2+p^2\tilde{\omega}^2}\cdot \\ J_1(\tilde{r}\sqrt{\xi'^2+p^2\tilde{\omega}^2})e^{-\xi'^2/4-z\xi'}d\xi'. \end{cases} \quad (18)$$

Для временных форм z компоненты видеоимпульса из (17) получаем следующие интегральные представления

$$
\begin{cases}
\tilde{E}_z^{tr}(\tilde{t},\tilde{r},\tilde{z}) = i\frac{\cos\varphi}{4\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{p|\tilde{\omega}|}\sqrt{p^2\tilde{\omega}^2-\xi^2}\cdot\\
J_1(\tilde{r}\sqrt{p^2\tilde{\omega}^2-\xi^2})e^{\xi^2/4-iz\xi}e^{-\frac{\tilde{\omega}^2(1+p^2)}{4}-i\tilde{\omega}\tilde{t}}d\xi d\tilde{\omega},\\
\tilde{E}_z^{ev}(\tilde{t},\tilde{r},\tilde{z}) = -\frac{\cos\varphi}{4\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty}\sqrt{\xi'^2+p^2\tilde{\omega}^2}\cdot\\
J_1(\tilde{r}\sqrt{\xi'^2+p^2\tilde{\omega}^2})e^{-\xi'^2/4-z\xi'}e^{-\frac{\tilde{\omega}^2(1+p^2)}{4}-i\tilde{\omega}\tilde{t}}d\xi' d\tilde{\omega}.
\end{cases}
\tag{19}
$$

Из соотношений (18), (19) видно, что на оси пучка (при $\tilde{r} = 0$) продольная компонента поля и ее спектр равны нулю.

На рисунке 2 показана зависимость нормированного полного поля $\tilde{E}_z$ компоненты видеоимпульса и составляющих его бегущей и эванесцентной волн от нормированного времени (a), а также их нормированных спектральных плотностей от нормированной частоты (b) в плоскости $\tilde{z} = 0$ при равенстве его поперечного и продольного размеров для $\tilde{r} = 1,\ \varphi = 0$.

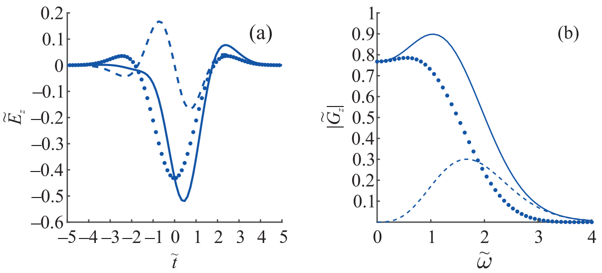

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость нормированного полного поля $\tilde{E}_z$ компоненты видеоимпульса (сплошная линия) и составляющих его бегущей (пунктирная линия) и эванесцентной (линия точками) волн от нормированного времени, а также их нормированных спектральных плотностей $\tilde{G}_z$ (обозначенных теми же линиями) от нормированной частоты в плоскости $\tilde{z} = 0$ при равенстве его поперечного и продольного размера при $\tilde{r} = 1,\ \varphi = 0,\ \tilde{z} = 0$

На рисунке 3 изображены пространственные зависимости нормированного полного поля поперечной (a) и продольной (b) компонент видеоимпульса в момент времени $\tilde{t} = 0$ в плоскости $\tilde{z} = 0$ при равенстве его поперечного и продольного размеров.

Из рисунках 2, 3 видно, что и для продольных компонент поля и его спектра, при равенстве поперечных и продольных размеров видеоимпульса, основной вклад в их величину вносит эванесцентная волна. На оси видеоимпульса продольная компонента поля равна нулю.

На рисунке 4 изображены зависимости модуля отношения величины продольной компоненты поля к величине поперечной компоненты от времени в плоскости $z = 0$ для случая равенства поперечного и продольного размеров видеоимпульса при $\tilde{r} = 1$, $\varphi = 0$.

Из рисунка 4 видно, что продольная компонента поля видеоимпульса может быть как меньше, так и

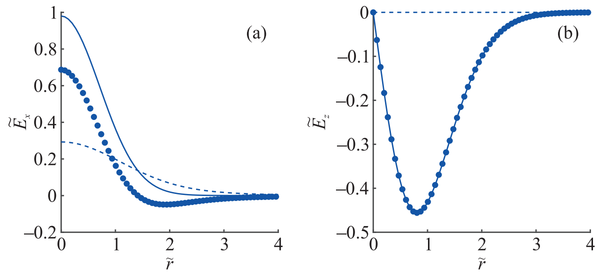

Рис. 3. (Цветной онлайн) Пространственный профиль нормированного полного поля поперечной (a) и продольной (b) компонент видеоимпульса (сплошная линия) и составляющих его полей бегущей (пунктирная линия) и эванесцентной (линия точками) волн в момент времени $\tilde{t} = 0$ в плоскости $\tilde{z} = 0$ при равенстве поперечного и продольного размера видеоимпульса

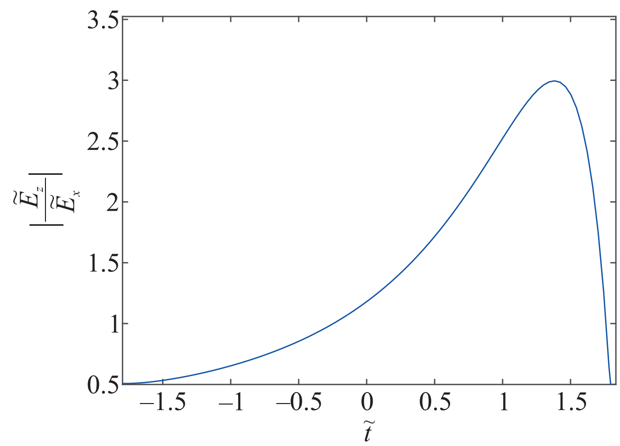

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость модуля отношения величины продольной компоненты поля гауссова видеоимпульса к поперечной от времени при $\tilde{z} = 0$, $p = 1$, $\tilde{r} = 1$, $\varphi = 0$

больше поперечной. Их отношение меняется в разы. Для рассмотренного на рис. 4 случая максимум этого отношения равен 3 при $\tilde{t} = 1.4$. Это означает, что угол между направлениями вектора поля в видеоимпульсе в разные моменты времени доходит почти до прямого. Таким образом, видеоимпульс не является униполярным. Соизмеримость величин продольной и поперечной компонент поля хорошо известна и в оптике волн из малого числа колебаний [13, 14].

Изменение спектра и временной формы продольной компоненты поля исходно гауссова видеоимпульса при его распространении в области $z > 0$ описывается формулами (18)–(19).

5. Заключение. В настоящей работе доказано, что локализованный по поперечному пространственному размеру видеоимпульс состоит из бегущей и эванесцентной волн. Отмечено, что такой видеоимпульс можно синтезировать на границе раздела оптически более плотной среды и менее плотной среды. Показано, что в случае гауссовой временной структуры видеоимпульса, бегущая волна является полутораперриодной. Ее длительность определяется отношением поперечного и продольного размеров видеоимпульса. Этим отношением определяется и расстояние, на котором затухает эванесцентная волна. При поперечном размере, значительно превышающем продольный, длина затухания эванесцентной волны становится порядка поперечного размера видеоимпульса.

Существенная часть излучения видеоимпульса непараксиальна, поэтому продольная компонента поля может быть сопоставимой по величине с поперечной компонентой, что также определяется соотношением поперечных размеров видеоимпульса к продольным. Это означает, что видеоимпульсы не являются униполярными, и вектор напряженности электрического поля в них, в общем случае, с течением времени существенно изменяет свое направление.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Фердерации в рамках Государственного задания (Паспорт # 2019-0903).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, Квантовая электроника **50**(9), 801 (2020).
2. M. Th. Hassan, T. T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A. M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, and E. Goulielmakis, Nature **530**(7588), 66 (2016).
3. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, 2-е изд., пер. с англ., Наука, М. (1973), с. 719.
4. В. В. Самарцев, С. А. Козлов, *Основы фемтосекундной оптики*, Физматлит, М. (2009), с. 292.
5. О. Н. Литвиненко, *Основы радиооптики*, Технiка, Киев (1974), с. 208.
6. С. В. Сазонов, Оптика и спектроскопия **130**(12), 1846 (2022).
7. М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, Р. М. Архипов, А. В. Пахомов, *Униполярные и квазиуниполярные терагерцовые и оптические импульсы*, в *Коллективная монография "терагерцовая фотоника"*, Российская академия наук, М. (2023), с. 360.
8. Л, Новотный, Б. Хехт, *Основы нанооптики*, Физматлит, М. (2009), с. 79.
9. G. C. Sherman, J. J. Stamnes, and E. Lalor, J. Math. Phys. **17**(5), 760 (1976).
10. P. C. Chaumet, J. Opt. Soc. Am. A **23**(12), 3197 (2006).
11. Ph. C. Clemmow, *The plane wave spectrum representation of electromagnetic fields: International series of monographs in electromagnetic waves*, Elsevier, Oxford (2013), p. 69.
12. В. С. Владимиров, *Уравнения математической физики*, 4-е изд., Наука, М. (1981), с. 345.
13. X. Liu, M. S. Kulya, N. V. Petrov, Y. V. Grachev, M. Song, A. N. Tcypkin, S. A. Kozlov, and X.-Ch. Zhang, AIP Adv. **10**(12), 125104 (2020).
14. A. B. Plachenov, I. A. So, and A. P. Kiselev, J. Opt. Soc. Am. B **41**(11), 2606 (2024).