Письма в ЖЭТФ, том 121, вып. 9, с. 731 – 736 

# Излучение Смита–Парселла в диэлектрике и аномальный эффект Допплера

*А. П. Потылицын*[1)]

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 634050 Томск, Россия*

Поступила в редакцию 28 февраля 2025 г.
После переработки 4 апреля 2025 г.
Принята к публикации 5 апреля 2025 г.

В работе рассмотрены особенности излучения Смита–Парселла в диэлектрике от решетки, состоящей из металлических полосок, нанесенных на поверхность диэлектрика. Излучение Смита–Парселла может распространятся в диэлектрике под углом, меньшим, чем угол черенковского конуса. В этом случае реализуется так называемый аномальный эффект Допплера. В статье предлагается и обосновывается эксперимент по обнаружению аномального эффекта Допплера в гигагерцовом диапазоне на пучке релятивистских электронов.

DOI: 10.31857/S0370274X25050044, EDN: YTXPRO

**1.** Излучение Смита–Парселла (ИСП), возникающее при прохождении пучка электронов вблизи периодической структуры (решетки), является квазимонохроматическим, длина волны которого определяется дисперсионным соотношением [1]:

$$\lambda_{\mathrm{m}} = \frac{d}{\mathrm{m}}\left(\frac{1}{\beta} - \cos\theta_v\right), \qquad (1)$$

где $d$ – период решетки, m – порядок дифракции, $\beta = v/c$ – скорость электронов в единицах скорости света, $\theta_v$ – угол наблюдения. Ширина спектральной линии в дальней зоне определяется числом периодов $N$ и порядком дифракции

$$\frac{\Delta\lambda_{\mathrm{m}}}{\lambda_{\mathrm{m}}} \sim \frac{1}{\mathrm{m}N}. \qquad (2)$$

Дисперсионное соотношение (1), полученное С. Смитом и Э. Парселлом из построения Гюйгенса, можно переписать для частотного спектра гармоник излучения:

$$\omega_{\mathrm{m}} = \frac{2\pi c}{\lambda_{\mathrm{m}}} = \frac{2\pi c\cdot \mathrm{m}}{d(1/\beta - \cos\theta_v)} = \frac{\omega_0 \mathrm{m}}{(1/\beta - \cos\theta_v)}. \qquad (3)$$

В последней формуле частота $\omega_0$ соответствует частоте "возмущения" прямолинейной траектории электрона из-за потерь на излучение при "рассеянии" виртуальных фотонов поля электрона на каждом периоде решетки с их превращением в реальные.

То же соотношение (3) можно получить, рассматривая ИСП как проявление эффекта Допплера (ЭД) для движущегося источника с собственной частотой $\omega_0$ [2, 3]. В случае, когда решетка изготовлена из диэлектрика с проницаемостью $\varepsilon$, поле электрона, пролетающего над решеткой, будет инициировать стандартное ИСП, излучаемое в вакуум (в полупространство, в котором расположена траектория электрона) и излучение, распространяющееся в материале диэлектрика (см., например, [4, 5]). Авторы работы [5] назвали этот тип излучения "internal Smith-Purcell Radiation, iSPR". Далее в статье будем обозначать ИСП в диэлектрике как ИСПД.

В диэлектрике электромагнитная волна распространяется со скоростью $c/\sqrt{\varepsilon}$, поэтому дисперсионное соотношение для ИСПД имеет вид [2]:

$$\omega_{\mathrm{m}} = \frac{\omega_0 \mathrm{m}}{1/\beta - \sqrt{\varepsilon}\cos\theta)}, \qquad (4)$$

здесь через $\theta$ обозначен полярный угол волнового вектора в среде.

Электрическое поле заряда, который пролетает параллельно поверхности диэлектрика бесконечной протяженности, генерирует в стационарном режиме черенковское излучение, распространяющееся в диэлектрике под углом [6, 7]:

$$\theta_{\mathrm{ch}} = \arccos\big(1/\beta\sqrt{\varepsilon}\big). \qquad (5)$$

Для диэлектрика конечных размеров (радиатора) перестройка кулоновского поля на входной и выходной поверхностях радиатора приводит к возникновению так называемого черенковского дифракционного излучения (ЧДИ), характеристики которого существенно отличаются от стационарного черенковского излучения [8–10]. Ясно, что для полярных

[1)]e-mail: potylitsyn@tpu.ru

углов $\theta < \theta_{\text{ch}}$ уравнение (4) приводит к отрицательным значениям частоты. Следуя классификации В. Л. Гинзбурга [2], указанный диапазон углов соответствует аномальному ЭД, тогда как диапазон углов $\theta_{\text{ch}} < \theta < \pi$ – нормальному ЭД. В. Л. Гинзбург в цитируемой статье предлагает рассматривать вместо (4) дисперсионное соотношение следующего типа:

$$\omega_{\text{m}} = \frac{\omega_0 \text{m}}{|(1/\beta - \sqrt{\varepsilon}\cos\theta)|}, \tag{6}$$

которое не приводит к отрицательным частотам.

Представляется, что более универсальной остается формула (4), в которой гармоники в случае нормального ЭД нумеруются положительными целыми числами, а в случае аномального ЭД – отрицательными.

Авторы статьи [11] также рассматривали ИСП в среде с отрицательными и положительными порядками дифракции, однако в дисперсионном соотношении в [11] знаменатель записан с обратным знаком (см. формулу (1) в [11]). Характерной особенностью аномального ЭД является смещение линий ИСПД в область высоких частот при увеличении угла наблюдения $\theta_\mu$ ("голубое" смещение – *blue shift*) в противоположность стандартному "красному" смещению (*red shift*) в случае нормального ЭД.

В ряде работ [12–14] ИСП, генерируемое пучком релятивистских электронов в ГГц и суб-ТГц диапазонах, использовалось для измерения длительности коротких электронных сгустков ускорителей. Как правило, длительность сгустков существующих ускорителей $\tau_{\text{в}} \sim 10^{-12}$ с, что приводит к квадратичному росту интенсивности ИСП от населенности сгустка в ГГц и суб-ТГц диапазонах (когерентное ИСП) [15], что радикально упрощает детектирование и анализ такого излучения.

Далее в статье будет обсуждаться возможность обнаружения аномального ЭД в эксперименте с использованием релятивистского электронного пучка линейного ускорителя.

**2.** Рассмотрим процесс ИСПД для "стриповой решетки", изображенной на рис. 1. На поверхности диэлектрического параллелепипеда (радиатора) нанесены металлические полоски (стрипы) с толщиной, превышающей толщину скин-слоя (для частоты $\nu = 50$ ГГц и алюминия толщина скин-слоя около 0.4 микрон). В этом случае поле пролетающего электронного сгустка будет периодически генерировать ЧДИ в слое длиной $a$, тогда как в последующем слое толщиной $d-a$ такое возбуждение отсутствует. Кулоновское поле ультрарелятивистского электрона ("фотонная шуба") "сплющено" в продольном направлении и на радиусе $h$ от траектории имеет продольный

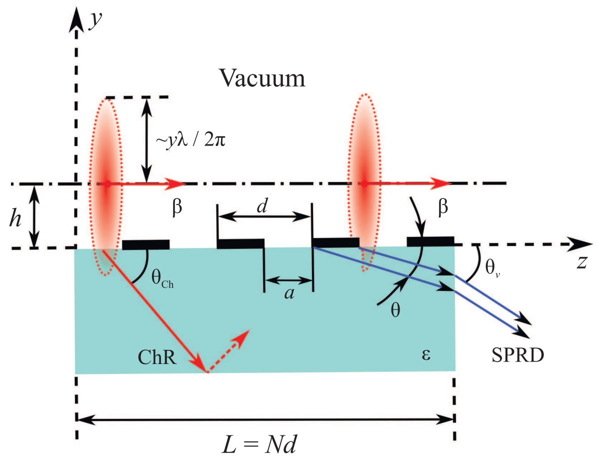


Рис. 1. (Цветной онлайн) Геометрия стриповой решетки и угловые переменные, описывающие ИСПД

размер $\sim h/\gamma$. Для энергии электронов $E_0 = 100$ МэВ ($\gamma \sim 200$) выполняется соотношение $\sim h/\gamma \ll a$, поэтому подобным уширением можно пренебречь.

От такой стриповой решетки в материале радиатора будет распространяться ИСПД в полной аналогии с генерацией ИСП в вакууме [16]. Следует отметить, что на входной грани радиатора будет генерироваться ЧДИ, которое также будет распространяться внутри радиатора.

Для исследования ИСПД в ГГц диапазоне частот для радиатора наиболее подходящим материалом является тефлон ($\sqrt{\varepsilon} = 1.43$ [17]), на который легко наносятся металлические полоски необходимых размеров ($d = 16$ мм, $a = 8$ мм), например, из алюминия. Для числа периодов $N = 10$ общая длина радиатора составит 160 мм.

Если поперечные размеры радиатора будут превышать длину волны излучения в интервале частот $\nu \sim 50$ ГГц ($\lambda \approx 6$ мм), например, $30 \times 30$ мм, то для углов излучения $\theta < 10.6°$ ИСПД будет достигать выходной грани радиатора без переотражений. После вывода в вакуум под углом преломления это излучение может быть зарегистрировано, используя стандартные интерферометрические методы. Поскольку угол, под которым генерируется ИСПД в данной геометрии $\theta < \theta_{\text{ch}}$, то регистрация такой спектральной линии послужит доказательством существования аномального ЭД.

Для электронов с энергией $E_0 = 100$ МэВ (Лоренц-фактор $\gamma = 196$) фундаментальная гармоника ИСПД в решетке, показанной на рис. 1 составляет ($\theta = 10°$):

$$\nu_{-1} = \frac{c}{\lambda} = 45.5\,\text{ГГц}.$$

В задней полусфере, где реализуется нормальный ЭД для ИСПД под углом $\theta = 170^\circ$ в вакуум выводится спектр частот:

$$\nu_m = 7.78 \cdot m\,\text{ГГц}, \quad m = 1,\, 3,\, 5,\, 7.$$

Для выбранного соотношения $a/d = 0.5$ четные порядки в ИСПД (так же, как в ИСП) исчезают [18].

**3.** Интенсивность линий ИСПД в таком радиаторе грубо можно оценить по модели поляризационных токов [4, 19, 20]. В статье [21] было найдено магнитное поле излучения, генерируемое в диэлектрике размером $(\infty, \infty, a)$ релятивистским зарядом, пролетающим над диэлектриком с импакт-параметром $h$. Если длина волны излучения существенно меньше поперечных размеров радиатора конечных размеров, то в некотором приближении можно использовать полученный результат.

Волновой вектор в среде в системе координат, показанной на рис. 1, определен следующим выражением:

$$\mathbf{k} = \omega/c\sqrt{\varepsilon}\mathbf{n} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon}\{\sin\theta\sin\varphi, \sin\theta\cos\varphi, \cos\theta\}. \quad (7)$$

Магнитное поле возникающего излучения записывается в виде [21]:

$$\mathbf{H}_r(\omega) = \frac{e\beta\gamma}{4\pi c}\frac{\exp(ikr)}{r}\frac{\sqrt{\varepsilon}(\varepsilon - 1)}{K(K + i\beta\sqrt{\varepsilon}n_y)} \times$$
$$\times \frac{\exp\left[ia\omega/\beta c(1 - \sqrt{\varepsilon}\beta n_z)\right] - 1}{1 - \sqrt{\varepsilon}\beta n_z}\exp\left[-h\frac{\omega}{\gamma\beta c}K\right] \cdot \mathbf{H}_0. \quad (8)$$

В формуле (8) $K = \sqrt{1 + \varepsilon(\gamma\beta n_x)^2}$, векторная часть $\mathbf{H}_0$ имеет вид:

$$\mathbf{H}_0 = \{n_y/\gamma - in_zK,\ n_x(\sqrt{\varepsilon}\gamma\beta n_z - 1/\gamma),$$
$$n_x(iK - \sqrt{\varepsilon}\gamma\beta n_y)\}. \quad (9)$$

Суммарное поле от $N$ периодов учитывается стандартным образом, вводя резонансную функцию [22]:

$$F_{\text{res}} = \quad (10)$$

$$= \sin\left[N\frac{d}{2}\frac{\omega}{\beta c}(1 - \sqrt{\varepsilon}\beta n_z)\right] \Big/ \sin\left[\frac{d}{2}\frac{\omega}{\beta c}(1 - \sqrt{\varepsilon}\beta n_z)\right].$$

По известному магнитному полю находится электрическое:

$$\mathbf{E}_R = -[\mathbf{n}\mathbf{H}_R]/\sqrt{\varepsilon}. \quad (11)$$

Спектрально-угловая плотность ИСПД находится из (11):

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = cr^2|\mathbf{E}_R|^2. \quad (12)$$

Запишем последнее выражение в безразмерных величинах:

$$\frac{d^2W}{\hbar d\omega d\Omega} = \frac{\alpha}{(4\pi)^2}G_1G_2G_{\text{res}}\mathbf{H}_0^2 \times$$
$$\times \exp\left[-2h\frac{\omega}{\gamma\beta c}\sqrt{1 + \varepsilon(\gamma\beta\sin\theta\sin\varphi)^2}\right],$$
$$G_1 = \left|(\beta\gamma(\varepsilon - 1))\big/\big(\sqrt{1 + \varepsilon(\gamma\beta\sin\theta\sin\varphi)^2} \times\right.$$
$$\left.\times\,(\sqrt{1 + \varepsilon(\gamma\beta\sin\theta\sin\varphi)^2})^2 + i\sqrt{\varepsilon}\beta\cos\theta\big)\right|, \quad (13)$$

$$G_2 = \left|\frac{\exp[ia\omega/\beta c(1 - \beta\sqrt{\varepsilon}\cos\theta)] - 1}{1 - \beta\sqrt{\varepsilon}\cos\theta}\right|^2,$$
$$G_{\text{res}} = |F_{\text{res}}|^2,$$
$$\mathbf{H}_0^2 = \cos^2\theta + \gamma^{-2}\sin^2\theta\sin^2\varphi(\varepsilon\gamma^2\beta^2\cos^2\theta +$$
$$+ \varepsilon\beta^2\gamma^2 - 2\sqrt{\varepsilon}\beta\cos\theta + 1).$$

На рисунке 2 показаны спектры ИСПД для $\theta > \theta_{\text{ch}}$ (нормальный ЭД), а на рис. 3 – для $\theta < \theta_{\text{ch}}$ (аномальный ЭД), которые иллюстрируют противоположный сдвиг линий ИСПД с возрастанием угла наблюдения $\theta$. Расчет проводился для следующих параметров: $\gamma = 200$; $\varepsilon = 1.43$; $d = 16$ мм; $a = 8$ мм; $h = 10$ мм; $\varphi = 0$.

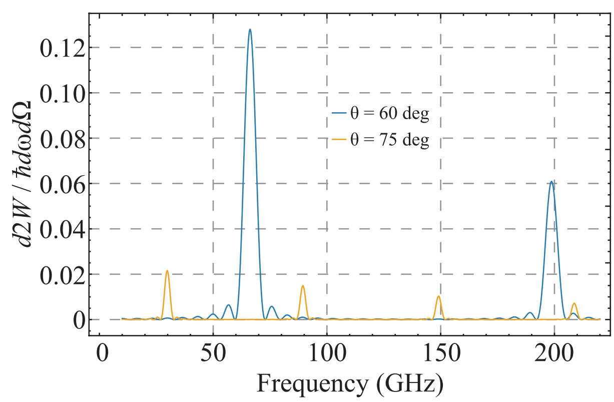


Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектры ИСПД для полярных углов в диэлектрике $\theta = 60^\circ$ (синяя кривая), $\theta = 75^\circ$ (желтая) – нормальный ЭД

Для угла $\theta = 60^\circ$ в спектре наблюдаются линии $\nu_m = 66.4m$ ГГц, $m = 1, 3$, поскольку четные порядки отсутствуют. С увеличением угла до $\theta = 76^\circ$ линии ИСПД сдвигаются в мягкую часть спектра, как и ожидалось: $\nu_m = 29.8m$ ГГц, $m = 1, 3, 5, 7$.

Следует отметить, что с увеличением угла $\theta$ интенсивность ИСПД заметно снижается, тогда как с уменьшением угла в области аномального ЭД интенсивность спектральной линии ИСПД возрастает.

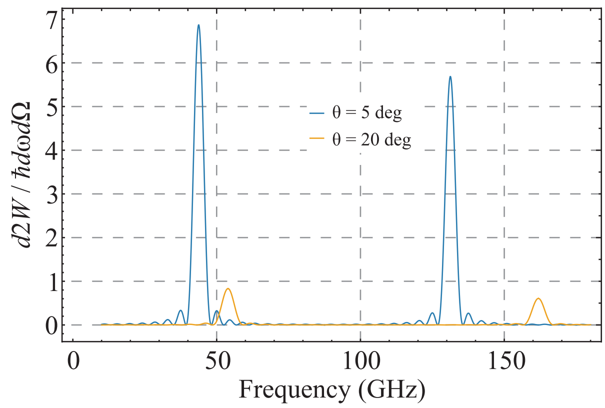


Рис. 3. (Цветной онлайн) Спектры ИСПД для углов $\theta = 5°$ (синяя кривая) и $\theta = 20°$ (желтая) (аномальный ЭД)

На рисунке 3 иллюстрируется этот факт. Интенсивность линии $\nu_{-1} = 43.7$ ГГц ($\theta = 5°$) превышает почти на порядок интенсивность линии $\nu_{-1} = 53.9$ ГГц для $\theta = 20°$.

Чтобы зарегистрировать ИСПД детектором, расположенным в вакууме, необходимо вывести излучение из среды в вакуум. Оценим интенсивность ИСПД в вакууме после вывода через торцевую поверхность радиатора. Для этого вычислим компоненты поля $\mathbf{E}_R$ в плоскости, проходящей через волновой вектор и перпендикуляр к выводной грани радиатора $\mathbf{b} = \{0, 0, 1\}$ (параллельная поляризация, $E_\parallel$), и, соответственно, в перпендикулярной плоскости (перпендикулярная поляризация, $E_\perp$) [20]. Поляризационные орты в этом случае имеют вид:

$$\mathbf{e}_1 = \frac{[\mathbf{n}, \mathbf{b}]}{|[\mathbf{n}, \mathbf{b}]|} = \{\cos\varphi, -\sin\varphi, 0\};$$

$$\mathbf{e}_2 = [\mathbf{e}_1 \mathbf{n}] = \{-\cos\theta\sin\varphi, -\cos\theta\cos\varphi, \sin\theta\}. \quad (14)$$

С учетом перпендикулярности векторов $\mathbf{H}_R$ и $\mathbf{E}_R$ поляризационные компоненты электрического поля в базисе (14) примут вид:

$$E_\parallel = \mathbf{H}_R \mathbf{e}_1, \quad E_\perp = \mathbf{H}_R \mathbf{e}_2/\sqrt{\varepsilon}. \quad (15)$$

Чтобы найти поле в вакууме, выразим коэффициенты прохождения Френеля через угловые переменные в диэлектрике и в вакууме:

$$F_S = 2\frac{\cos\theta\sin\theta_v}{\sin(\theta+\theta_v)},$$
$$F_P = \frac{\sin 2\theta}{\sin(\theta+\theta_v)\cos(\theta-\theta_v)}. \quad (16)$$

Вакуумный полярный угол $\theta_v$ определяется законом Снеллиуса:

$$\sin\theta_v = \sqrt{\varepsilon}\sin\theta, \quad (17)$$

тогда как азимутальный угол не изменяется. Для излучения “вперед” ($\theta < \theta_0 = 10.6°$) коэффициенты (16) записываются в виде [4]:

$$F_P = \frac{2\cos\theta}{\cos\theta + \sqrt{\varepsilon - \varepsilon^2\sin^2\theta}},$$
$$F_S = \frac{2\sqrt{\varepsilon}\cos\theta}{\sqrt{\varepsilon}\cos\theta + \sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\theta}}. \quad (18)$$

Коэффициенты для задней полусферы получаются из (18) при замене $\theta \to \pi - \theta$ и вместо знака плюс в знаменателе будет стоять минус. Спектрально-угловая плотность ИСПД в вакууме рассчитывается по формуле:

$$\frac{d^2W_v}{d\omega d\Omega} = cr^2\left(|F_P(\mathbf{H}_R\mathbf{e}_1)|^2 + |F_S(\mathbf{H}_R\mathbf{e}_2)/\sqrt{\varepsilon}|^2\right), \quad (19)$$

которая сводится к замене функции $\mathbf{H}_0^2$ в выражении (13) на выражение в скобках в последней формуле. Из-за громоздкости окончательный вид формулы здесь не приводим.

На рисунке 4 приведено сравнение линии ИСПД, испускаемой под углом $\theta = 10°$ ($\theta_v = 14.6°$), т.е. в условиях аномального ЭД в материале диэлектрика (желтый цвет) и в вакууме (синий). Потеря интенсивности при выводе в вакуум не слишком высока, поскольку излучение падает на выводную грань под углом, близким к перпендикулярному.

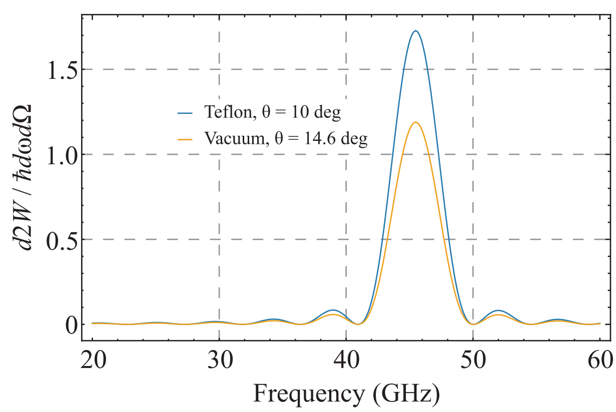


Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектральная линия ИСПД в диэлектрике (синяя кривая) и выведенная в вакуум (желтая кривая). Полярный угол в диэлектрике $\theta = 10°$, в вакууме $\theta_v = 14.6°$

На рисунке 5 показаны спектральные линии ИСПД для изучения “назад” ($\theta = 170°$, $\theta_{\mathrm{ch}} = 165.4°$, нормальный ЭД). Здесь также наблюдается некоторая потеря интенсивности, однако при выводе ИСПД в заднюю полусферу выход излучения уменьшается в 20 раз.

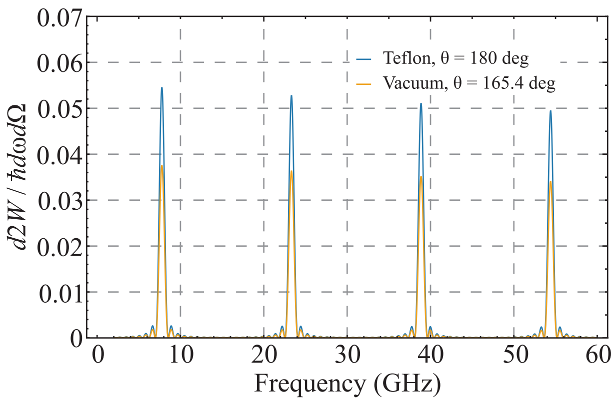


Рис. 5. (Цветной онлайн) Спектральные линии ИСПД в "заднюю" полусферу в диэлектрике $\theta = 170^\circ$ (синяя кривая) и в вакуум $\theta = 165.4$ (желтая кривая)

**4.** Отметим, что результаты на всех рисунках приведены в расчете на 1 электрон. Как отмечалось выше, сгусток электронов длительностью $\tau_{\mathrm{B}} = 10^{-12}$ с и заселенностью $N_e$ генерирует когерентное излучение, интенсивность которого превышает интенсивность излучения одного электрона в $N_e \exp\left(-\omega^2\sigma^2/c^2\right)$ раз. Для $\sigma = c\tau_{\mathrm{B}} = 0.3$ мм усиление на частоте $\nu = \omega/2\pi = 45.36$ Гц достигает значения $0.92N_e$.

Оценим среднюю мощность ИСПД для угла $\theta = 10^\circ$ (см. рис. 4), для ускорителя с числом электронов $N \sim 10^8$ в микроимпульсе, длительностью макроимпульса $\tau \sim 10^{-6}$ с с числом сгустков в макроимпульсе $N_{\mathrm{B}} \sim 3 \cdot 10^3$.

Энергию, излучаемую на линии ИСПД $\omega_{-1} = 43.7$ ГГц одним сгустком в апертуру $\Delta\Omega = 10^{-4}$ стерад от рассматриваемой мишени, можно оценить следующим образом:

$$\Delta W_v \approx 0.92 N^2 \frac{d^2 W_v}{\hbar d\omega d\Omega} \Delta\Omega \hbar\Delta\omega \approx 2 \cdot 10^7 \text{ эВ}, \qquad (20)$$

где $d^2W_v/\hbar d\omega d\Omega = 1.2$ эВ (см. рис. 4), $\Delta\hbar\omega \approx 0.1 \times \hbar\omega_{-1} \approx 1.8 \cdot 10^{-5}$ эВ. Зная энергию, излучаемую одним сгустком, можно оценить среднюю мощность излучения от одного макроимпульса:

$$\langle P \rangle = N_{\mathrm{B}} \cdot \Delta W_v/\tau \approx 10^{-2} \text{ Вт}.$$

Современные детекторы ГГц излучения [23] обладают чувствительностью на несколько порядков выше полученной оценки. Следует ожидать, что линия ИСПД "назад" $\omega_{-5} = 38.9$ ГГц (см. рис. 5) также может быть зарегистрирована, несмотря на значительное подавление выхода под большими углами.

В работе [24] авторы рассмотрели ИСП и ИСПД нерелятивистских электронов в ТГц диапазоне для решеток на метаповерхности. Результаты численного моделирования процессов излучения для различных интервалов скорости электрона $\beta c$ показали, что для метаповерхности с $\sqrt{\varepsilon} = 4$ при $\beta > 0.5$ в области аномального ЭД "красное" смещение приводит к частотам $\omega_m \leq \omega_0$ в области малых углов $\theta$. Интенсивность излучения в этой области возрастает с уменьшением угла $\theta$ и достигает максимума при $\theta \to 0$.

Этот эффект был впервые изучен в работе [24], авторы которой предложили рассматривать его как специфический ЭД – "super light inverse Doppler effect".

Спектры излучения релятивистских электронов от решетки из материала с $\sqrt{\varepsilon} > 2 + \gamma^{-2}$ в области углов $\theta \leq \gamma^{-1}$ также должен наблюдаться подобный эффект, однако для количественного рассмотрения необходимо использовать модель, учитывающую геометрию вывода излучения в вакуум под "скользящим" углом.

Автор признателен А. А. Тищенко и П. В. Каратаеву за полезные обсуждения.

**Финансирование работы.** Данная работа финансировалась за счет средств Министерства образования и науки Российской Федерации (программа "Наука" # FSWW-2023-0003). Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

**Конфликт интересов.** Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. S. J. Smith and E. M. Purcell, Phys. Rev. **92**, 1069 (1953).
2. В. Л. Гинзбург, УФН **166**, 1033 (1996).
3. A. Shchagin, G. Kube, A. Potylitsyn, and S. Strokov, Nucl. Instrum. and Methods A **1072**, 170235 (2025).
4. Д. В. Карловец, ЖЭТФ **140**, 36 (2011).
5. D. Konakhovich, D. Sniezek, O. Warmusz, and S. Dylan, arXiv: 2105. 07682 v. 1 (2021).
6. J. G. Linhart, J. Appl. Phys. **26**(5), 527 (1955).
7. Б. М. Болотовский, УФН **75**(2), 295 (1961).
8. M. V. Shevelev, G. A. Naumenko, A. P. Potylitsyn, Yu. A. Popov, and L. G. Sukhikh, IL Nuovo Cimento **34C**(4), 297 (2011).
9. R. Kieffer, L. Bartnik, M. Bergamaschi et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **121**, 054802 (2018).
10. A. Curcio, M. Bergamaschi, R. Corsini et al. (Collaboration), Phys. Rev. Accel. Beams **23**, 022802 (2020).
11. X. Zhang, T. Zhang, Zh. Zhang, X. Xu, D. Liu, Zh. Duan, Y. Wei, Y. Gong, L. J. Wong, and M. Xu, Photonics Research **12**(1), 78 (2024).

12. G. Doucas, V. Blackmore, B. Ottewell, C. Perry, P. G. Huggard, E. Castro-Camus, M. B. Johnston, J. Lloyd Hughes, M. F. Kimmit, B. Redlich, and A. van der Meer, Phys. Rev. ST Accel. Beams **9**, 092801 (2006).
13. V. Blackmore, G. Doucas, C. Perry, B. Ottewell, M. F. Kimmit, M. Woods, S. Molloy, and R. Arnold, Phys. Rev. ST Accel. Beams **12**, 032803 (2009).
14. M. Andrews, F. Bakkali Taheri, J. Barros et al. (Collaboration), Phys. Rev. ST Accel. Beams **17**, 052802 (2014).
15. J. H. Brownell, J. Walsh, and G. Doucas, Phys. Rev. E **57**, 1075 (1998).
16. B. N. Kalinin, D. V. Karlovets, S. Kostousov, G. A. Naumenko, A. P. Potylitsyn, G. A. Saruev, and L. G. Sukhikh, Nucl. Instrum. and Methods B **252**, 62 (2006).
17. A. Aleem, A. Ghaffar, N. M. Kiani, M. Irshod, I. Mehmood, M. Shahzod, and A. Shahbaz, Mater. Sci. Eng. B **272**, 115347 (2021).
18. A. P. Potylitsyn, Phys. Lett. A **238**, 112 (1998).
19. A. P. Potylitsyn, M. I. Ryazanov, M. N. Strikhanov, and A. A. Tishchenko, *Diffraction radiation from relativistic particles*, Springer, Heidelberg (2010).
20. Д. В. Карловец, А. П. Потылицын, Письма в ЖЭТФ **90**(5), 368 (2009).
21. А. П. Потылицын, С. Ю. Гоголев, Известия ВУЗов. Физика **12**, 27 (2019).
22. М. Л. Тер-Микаелян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, Ереван, АН Армении (1969).
23. hths:// ferasense.com/products/detector/.
24. X. Shi, X. Lin, I. Kaminer, F. Gan, Z. Yang, J. D. Ioannopulos, and M. Solacic, Nature Phys. **14**, 1001 (2018).