Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 1, с. 43 – 48 © 2025 г. 10 июля

Невзаимные волны в двумерных электронных системах с градиентом температуры

А. С. Петров[1)]

Лаборатория оптоэлектроники двумерных материалов,
Московский физико-технический институт, Физтех, 141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 14 мая 2025 г.
После переработки 29 мая 2025 г.
Принята к публикации 29 мая 2025 г.

Мы показываем, что взаимодействие стационарного градиента температуры с переменным магнитным полем в двумерных электронных системах приводит к образованию новой электромагнитной моды – двумерной термомагнитной волны. Эта волна является поперечно-электрической и невзаимной, а ее темп затухания может быть ниже, чем у обычных двумерных плазменных волн. Добротность двумерной термомагнитной волны не зависит от волнового вектора. Численные оценки показывают, что в лучших доступных образцах двумерных электронных систем добротность двумерной термомагнитной волны составляет порядка 10^{-3}. Мы обсуждаем возможные пути преодоления этой проблемы.

DOI: 10.31857/S0370274X25070068, EDN: APAXBR

Введение. Во многих приложениях требуется передача модулированного по времени сигнала в заданном направлении без отражений. Например, это может быть полезно в преобразовании энергии, фотонике и лучистом переносе тепла [1], спинтронике [2, 3], акустике [4] и других областях. В электронике простейший способ достижения этой цели заключается в согласовании нагрузок цепи, так что когда сигнал достигает конца цепи, он полностью поглощается приемником. В оптике среди распространенных подходов можно отметить использование оптических изоляторов и циркуляторов [5] на основе зависящих от времени [6], нелинейных [7, 8] или невзаимных сред [9, 10].

Наиболее распространенный пример невзаимности в оптике возникает для обычных материалов, помещенных во внешнее магнитное поле (гиротропные среды). Менее распространенные варианты включают смещение проводящих сред (твердотельная электронная плазма) электрическим полем (что приводит к постоянному току) [11], градиентом температуры [12] или собственной невзаимностью материала (топологические эффекты) [13–15]. В этих случаях внешнее смещение приводит к образованию однонаправленных электромагнитных мод с направлением распространения, однозначно определяемым направлением смещения.

Обычным недостатком использования (полу)проводящих материалов являются относительно высокие омические потери. Тем не менее, если возвращающая сила, действующая на носители заряда, имеет магнитное происхождение, омические потери значительно уменьшаются. К таким колебаниям относятся гальваномагнитные и термомагнитные волны (ГМВ и ТМВ соответственно) в трехмерных электронных системах (3D ЭС). Эти волны были предсказаны Гуревичем и Гельмонтом [16, 17] в 1960-х гг. и наблюдались Копыловым в конце 1970-х гг. в монокристаллах Bi [18]. Для этих волн возвращающая сила возникает в результате довольно необычного взаимодействия переменного магнитного поля волны с постоянным внешним смещением (дрейф носителей заряда для ГМВ и градиент температуры для ТМВ). Интересно, что эти волны хорошо заметны даже на частотах порядка 100 Гц (тогда как типичный темп релаксации импульса носителей заряда $1/\tau_p \simeq 1$ ТГц).

С широким распространением двумерных материалов кажется естественным искать аналоги 3D ГМВ и ТМВ в двух измерениях. Главным преимуществом двумерных электронных систем (ДЭС) являются более высокая подвижность носителей по сравнению с 3D ЭС, возможность создания практически любой электромагнитной среды вокруг ДЭС и простое изменение свойств ДЭС (например, при помощи затвора). Вот почему электромагнитные волны, локализованные вблизи ДЭС, лежат в основе многих приложений, таких как ближнепольная оптическая микроскопия [19], излучатели [20] и датчики [21], интегральная фотоника [22] и многие другие.

[1)]e-mail: petrov.as@mipt.ru

Недавно мы провели соответствующий анализ для гальваномагнитных волн и обнаружили, что 2D ГМВ (a) существуют; (b) являются однонаправленными; (c) их скорость затухания может быть ниже стандартной скорости затухания плазмона $1/2\tau_p$; (d) добротность 2D ГМВ не превышает добротность 3D ГМВ [10]. Тем не менее правильный подбор окружения ДЭС может помочь увеличить добротность 2D ГМВ.

3D ТМВ изотермична и имеет следующую дисперсию [17]:

$$\omega = -\alpha_1 c(\mathbf{k}, \nabla T) - i\frac{k^2c^2}{4\pi\sigma_\tau^{3d}}, \qquad (1)$$

где α_1 – коэффициент Нернста–Эттингсгаузена, $\mathbf{k}$ – волновой вектор, ∇T – стационарный градиент температуры в 3D ЭС, c – скорость света, $\sigma_\tau^{3d} = e^2 n_{3d}\tau_p/m$ – статическая проводимость 3D ЭС, $e > 0$ – элементарный заряд, n_{3d} – плотность носителей заряда, τ_p – эффективное время релаксации импульса, m – эффективная масса. Из уравнения (1) следует, что 3D ТМВ является однонаправленной, а ее добротность $\mathrm{Re}\,\omega/\mathrm{Im}\,\omega \to \infty$ в длинноволновом пределе.

Целью данной работы является поиск двумерного аналога трехмерной термомагнитной волны [17] и анализ его свойств.

Теоретическая модель. Мы рассматриваем бесконечную ДЭС с однородной плотностью носителей заряда n_0, зажатую между двумя материалами с диэлектрическими проницаемостями ε_i, где $i = 1, 2$. Вдоль оси x приложен постоянный градиент температуры ∇T, что приводит к образованию компенсирующего электрического поля; ток в системе отсутствует (рис. 1).

Общее материальное соотношение для электрического поля $\mathbf{E}$, возникающего в изотропной проводящей системе, подверженной действию магнитного поля $\mathbf{H}$, электрического тока $\mathbf{j}$ и градиента температуры ∇T, выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} = \rho_0\mathbf{j} + \rho_1\mathbf{j}\times\mathbf{H} + \rho_2\mathbf{H}(\mathbf{j},\mathbf{H}) + \\ + \alpha_0\nabla T + \alpha_1\nabla T\times\mathbf{H} + \alpha_2\mathbf{H}(\nabla T,\mathbf{H}),\end{aligned} \qquad (2)$$

где ρ_0 – сопротивление, ρ_1 – холловское сопротивление, α_0 – коэффициент термоЭДС, α_1 – коэффициент Нернста–Эттингсгаузена, ρ_2 и α_2 – продольные магнитотермоэлектрические коэффициенты.

Уравнение (2) справедливо для объемных проводящих сред. Его модифицированная версия,

$$\mathbf{E} = \rho_0\mathbf{j} + \rho_1\mathbf{j}\times\mathbf{H} + \alpha_0\nabla T + \alpha_1\nabla T\times\mathbf{H}, \qquad (3)$$

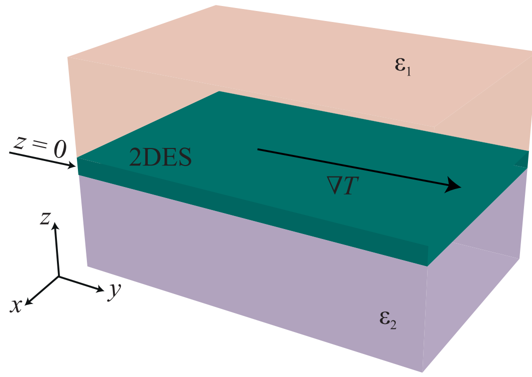

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематическое изображение хост-системы для двумерного ТМВ. На ДЭС с однородной плотностью носителей наложен стационарный градиент температуры в направлении x, что приводит к образованию компенсирующего электрического поля. Дрейф носителей заряда отсутствует. Структура зажата между диэлектриками с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1, \varepsilon_2$. Основная часть статьи для простоты посвящена случаю $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$

может быть использована для анализа ДЭС, где $\mathbf{E}, \mathbf{j}, \nabla T \in P$; $\mathbf{H} \notin P$, P обозначает плоскость ДЭС. Компонента $\mathbf{E}$ вне плоскости связана с компонентами $\mathbf{H}$ в плоскости с помощью уравнений Максвелла.

Предположим, что изотермическая волна $\delta\chi e^{i\mathbf{kr}-|k_z z|-i\omega t}$ локализована вблизи ДЭС, зажатой между двумя диэлектриками (см. рис. 1), и ее амплитуда $\delta\chi$ мала ($\delta\chi$ может быть любой величиной, связанной с волной). Здесь $\mathbf{k}$ – волновой вектор в плоскости ДЭС, k_z отвечает за локализацию волны вблизи ДЭС $z = 0$, ω – частота волны. Линеаризуя уравнение (3), приходим к

$$\delta\mathbf{E} = \rho_0\delta\mathbf{j} + \alpha_1\nabla T\times\delta\mathbf{H}. \qquad (4)$$

С помощью закона Фарадея приведенное выше уравнение можно привести к виду

$$\delta\mathbf{j} = \hat\sigma^{TM}\delta\mathbf{E}, \qquad (5)$$

где эффективная “термомагнитная” проводимость $\hat\sigma$ определяется выражением

$$\hat\sigma^{TM} = \sigma_0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \Omega/\omega\cdot\tan\theta & 1-\Omega/\omega\end{pmatrix}, \qquad (6)$$

где $\Omega = -\alpha_1 c(\mathbf{k}, \nabla T)$ – типичная частота ТМВ (ср. с уравнением (1)) и θ – угол между волновым вектором и направлением градиента температуры. Полученный тензор проводимости асимметричен, что является естественным следствием наличия выделенного направления в системе (параллельного ∇T).

Теперь наша цель – поиск собственных мод в схеме рис. 1 с проводимостью ДЭС $\hat{\sigma}^{TM}$. Предлагаемый вывод довольно близко коррелирует с выводом спектра 2D ГМВ [10]. Пусть $z > 0$ – область I, $z < 0$ – область II и пусть для простоты $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ (несимметричный случай $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$ качественно не влияет на результаты, см. раздел "Обсуждение"). Затем мы ищем собственные моды в виде линейной комбинации поперечных электрических (TE) и поперечных магнитных (TM) волн:

$$\mathbf{E}_{\mathrm{I}} = \left[\mathrm{TE}_{\mathrm{I}}\begin{pmatrix}-\sin\theta\\ \cos\theta\\ 0\end{pmatrix} + \mathrm{TM}_{\mathrm{I}}\begin{pmatrix}-ik_z\cos\theta/k\\ -ik_z\sin\theta/k\\ 1\end{pmatrix}\right]\mathcal{E}_{\mathrm{I}}(\mathbf{r},t); \tag{7}$$

$$\mathbf{E}_{\mathrm{II}} = \left[\mathrm{TE}_{\mathrm{I}}\begin{pmatrix}-\sin\theta\\ \cos\theta\\ 0\end{pmatrix} + \mathrm{TM}_{\mathrm{II}}\begin{pmatrix}ik_z\cos\theta/k\\ ik_z\sin\theta/k\\ 1\end{pmatrix}\right]\mathcal{E}_{\mathrm{II}}(\mathbf{r},t), \tag{8}$$

где $\mathrm{TE}_{\mathrm{I,II}}$ и $\mathrm{TM}_{\mathrm{I,II}}$ – амплитуды электрического поля TE и TM в соответствующих областях,

$$\mathcal{E}_{\mathrm{I,II}}(\mathbf{r},t) = \exp\left(ik\cos\theta x + ik\sin\theta y \mp k_z z - i\omega t\right), \tag{9}$$

$k_z = \sqrt{k^2 - \varepsilon k_0^2}$, и $k_0 = \omega/c$.

Затем мы выражаем соответствующие магнитные поля через закон Фарадея и применяем граничные условия к тангенциальным компонентам электрического и магнитного полей. В результате мы приходим к линейной системе, которая приобретает диагональный вид, если мы заменим переменные на $\mathrm{TE}_{\pm} = 1/2(\mathrm{TE}_{\mathrm{I}} \pm \mathrm{TE}_{\mathrm{II}})$ и $\mathrm{TM}_{\pm} = 1/2(\mathrm{TM}_{\mathrm{I}} \pm \mathrm{TM}_{\mathrm{II}})$:

$$\begin{pmatrix}\hat{M}_1 & 0\\ 0 & \hat{M}_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\{\mathrm{TE}_-, \mathrm{TM}_+\}^T\\ \{\mathrm{TE}_+, \mathrm{TM}_-\}^T\end{pmatrix} = 0, \tag{10}$$

где верхний индекс T обозначает операцию транспонирования,

$$\hat{M}_1 = \begin{pmatrix}-\sin\theta & -i\kappa_z\cos\theta/\kappa\\ \cos\theta & -i\kappa_z\sin\theta/\kappa\end{pmatrix}, \tag{11}$$

$\kappa_z = k_z/k_0$, $\kappa = k/k_0$,

$$\hat{M}_2 = \begin{pmatrix}-i\sin\theta\Sigma_{xx} + i\cos\theta\Sigma_{xy} + \kappa_z\sin\theta & \cos\theta\Sigma_{xx}\kappa_z/\kappa + \sin\theta\Sigma_{xy}\kappa_z/\kappa - i\sqrt{\varepsilon}\cos\theta/\kappa\\ -i\sin\theta\Sigma_{yx} + i\cos\theta\Sigma_{yy} - \kappa_z\cos\theta & \cos\theta\Sigma_{yx}\kappa_z/\kappa + \sin\theta\Sigma_{yy}\kappa_z/\kappa - i\sqrt{\varepsilon}\sin\theta/\kappa\end{pmatrix}, \tag{12}$$

и $\Sigma_{ij} = 2\pi\sigma_{ij}/c$.

Можно легко проверить, что $\det\hat{M}_1 = 0$ только в случае $k_z = 0$, что приводит к расходимости волн при $z = \pm\infty$. Таким образом, мы заключаем, что $\mathrm{TE}_- = \mathrm{TM}_+ = 0$, или $\mathrm{TE}_{\mathrm{I}} = \mathrm{TE}_{\mathrm{II}} = \mathrm{TE}$, $\mathrm{TM}_{\mathrm{I}} = -\mathrm{TM}_{\mathrm{II}} = \mathrm{TM}$, и приходим к

$$\hat{M}_2\begin{pmatrix}\mathrm{TE}\\ \mathrm{TM}\end{pmatrix} = 0. \tag{13}$$

Таким образом, дисперсионное уравнение имеет вид

$$\det\hat{M}_2 = 0, \tag{14}$$

что выполняется в одном из следующих случаев:

$$\Sigma_0\kappa_z - i\varepsilon = 0,\ \mathrm{TE} = 0\ (\mathrm{TM}\ \text{волна}); \tag{15}$$

или

$$\kappa_z = i\Sigma_0\left(1 - \Omega/\omega\right),\ \mathrm{TM} = 0\ (\mathrm{TE}\ \text{волна}). \tag{16}$$

Для наглядности используем модель Друде для проводимости: $\Sigma_0 = 2\pi i e^2 n_{2d}/cm\tilde{\omega}$, где n_{2d} – плотность носителей заряда, $\tilde{\omega} = \omega + i/\tau_p$.

Уравнение (15) выше соответствует обычной поперечно-магнитной (TM) моде с дисперсией

$$\omega\tilde{\omega} = \omega_{2d}^2/\varepsilon, \tag{17}$$

где $\omega_{2d}^2 = 2\pi e^2 n_0|k_z|/m$ – фундаментальная двумерная плазменная частота, которую мы делаем независимой от ε по определению.

В свою очередь уравнение (16) соответствует двумерной поперечно-электрической (TE) термомагнитной волне с дисперсией

$$\omega_{TMW} = \Omega\frac{1}{1 + A^{-2}} - \frac{i}{\tau_p}\frac{1}{1 + A^2}. \tag{18}$$

Напомним, что $\Omega = -\alpha_1 c(\mathbf{k}, \nabla T)$, а $A = \omega_{2d}/|k_z|c$ – фактор запаздывания [23–25]. Типичные дисперсионные кривые, рассчитанные по уравнению (18), показаны на рис. 2.

Обсуждение. Прежде всего подчеркнем, что найденная мода (18) является *абсолютно* невзаимной, как и ее 3D-родитель (1): моды с противоположным волновым вектором не существует. Этот

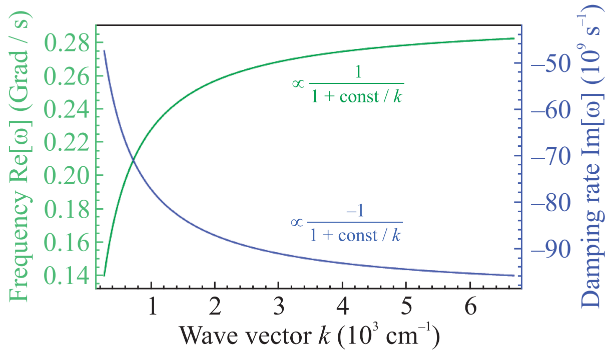

Рис. 2. (Цветной онлайн) Типичные дисперсионные кривые 2D ТМВ, рассчитанные по уравнению (18). Волновой вектор коллинеарен градиенту температуры. Отрицательные значения k соответствуют отрицательным частотам $\mathrm{Re}\omega_{TMW}$, что нефизично и не показано на графике. Параметры расчета соответствуют образцам ультрачистого графена: $\tau_p = 1$ пс, $m = 0.03 m_0$, а плотность носителей, коэффициент Нернста–Эттингсгаузена и градиент температуры взяты максимально возможными: $n_{2d} = 5\cdot 10^{12}$ см$^{-2}$, $|\alpha_1| = 100$ мкВ/(К$\cdot$Тл), $\nabla T = 100$ К/1 мкм. Законы дисперсии для $\mathrm{Re}\,\omega$ и $\mathrm{Im}\,\omega$ совпадают с точностью до константы, что приводит к практически постоянной добротности (20)

факт вытекает из простого условия $\omega > 0$. Следовательно, мы не ожидаем никаких эффектов интерференции для 2D ТМВ в ограниченных ДЭС. Введение в модель границ ДЭС приведет к обычному пространственному квантованию [26] волнового вектора.

Мы видим, что действительные части уравнений (1) и (18) весьма похожи: частота 2D ТМВ определяется одним и тем же параметром Ω, который учитывает невзаимность волн. На самом деле, ур. (18) принимает точную форму ур. (1) в пределе сильного запаздывания ($k_z \to 0, A \to \infty$, волна полностью делокализована), если мы определим $\sigma_\tau^{3d} = \sigma_\tau^{2d} k_z$. Таким образом, мы можем заключить, что мода (18) является искомой 2D термомагнитной волной.

Мы проверили, что учет различных диэлектрических проницаемостей $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$ потребует лишь к простой замены $k_z \to (k_{z1} + k_{z2})/2$ в дисперсии (18), где $k_{zi} = \sqrt{k^2 - \varepsilon_i k_0^2}$, и не приводит ни к каким качественным изменениям.

По сути, уравнение (18) является скорее условием (а не решением) для частоты двумерной ТМВ, поскольку фактор замедления A зависит от k_z, которая в свою очередь зависит от ω. Однако в самом важном пределе сильно локализованной волны $k_z \simeq k \gg \sqrt{\varepsilon} k_0$, и уравнение (18) однозначно определяет частоту 2D ТМВ. Противоположный предел $k_z \simeq 0, k \simeq \sqrt{\varepsilon} k_0$ соответствует полностью делокализованной сверхзатухающей волне, описанной Фалько и Хмельницким в их основополагающей работе [27].

Мы показали, что 2D ТМВ существует и является невзаимной. Но насколько хорошо эта мода определяется в терминах добротности? По определению,

$$Q = \mathrm{Re}\,\omega / |\mathrm{Im}\,\omega| = \Omega \tau_p A^2, \tag{19}$$

что в пределе сильной локализации принимает вид:

$$Q = -\alpha_1 (\mathbf{e_k}, \nabla T) \frac{2\pi}{c} \frac{e^2 n_{2d} \tau_p}{m}, \tag{20}$$

где $\mathbf{e_k}$ – единичный вектор в направлении $\mathbf{k}$. Отметим, что добротность 2D ТМВ не зависит от волнового вектора (см. законы дисперсии на рис. 2), аналогично 2D ГМВ [10]. Добротности 3D ТМВ и ГМВ пропорциональны k^{-1}, что вытекает из различия законов дисперсий фундаментальных мод: $\omega_{3d} \propto k^0$ по сравнению с $\omega_{2d} \propto k^{1/2}$.

Проведем численные оценки добротности 2D ТМВ (20) и попытаемся максимизировать его. Обычно коэффициент Нернста–Эттингсгаузена α_1 не превышает 100 мкВ/(К $\cdot$ Тл) [28], плотность носителей заряда не превышает $n_{2d} = 5 \cdot 10^{12}$ см$^{-2}$, одна из самых низких эффективных масс достигается в двухслойном графене $m = 0.03 m_0$ (m_0 – масса свободного электрона), градиент температуры наверняка не превышает 100 К/1 мкм, а образцы с наилучшими подвижностями обеспечивают $\tau_p \simeq 10$ пс [29]. Подставляя эти значения в уравнение (20), получаем $Q = 0.003$. Лучшие образцы ДЭС в гетероструктурах на основе GaAs [30] позволяют увеличить эту оценку до $Q = 0.01$. Численное решение уравнения (18) подтверждает этот результат (если разделить зеленую кривую на рис. 2 на синюю кривую, то в любой точке k получим $Q = 0.003$). Для сравнения напомним, что добротность 3D ТМВ стремится к бесконечности в длинноволновом пределе (см. обсуждение после уравнения (1)).

Таким образом, даже если абсолютное значение $\mathrm{Im}\,\omega$ и может быть ниже стандартной скорости затухания $1/2\tau_p$ (для $A > 1$ в пределе длинной волны, см. уравнение (18)), то добротность никак не выигрывает от этого факта. Эта ситуация является прямым следствием локализации 2D ТМВ, диктуемой k_z; в 3D случае ТМВ не нуждается в локализации, поскольку поддерживается окружающей средой.

Мы можем предложить два возможных решения этой проблемы. Первый вариант – ввести магнитное окружение, которое может добавить фактор $\sqrt{\mu}$

к добротности [10], где μ – относительная магнитная проницаемость. Однако этого будет недостаточно, поскольку μ не превышает 50 в доступных системах [31, 32]. Другой вариант – поиск материалов с гигантским *динамическим* коэффициентом Нернста–Эттингсгаузена. Увы, нам неизвестны какие-либо работы по динамическим термомагнитным явлениям в ДЭС, несмотря на большое количество литературы по статическому случаю [28, 33–35].

Заключение. В заключение, мы обнаружили двумерный аналог трехмерных термомагнитных волн в двумерных электронных системах со стационарным градиентом температуры. Эти волны изотермичны, невзаимны и являются поперечно-электрическими. Двумерные ТМВ возникают в результате взаимодействия градиента температуры с переменным магнитным полем в двумерных электронных системах посредством эффекта Нернста–Эттингсгаузена. Несмотря на то, что омическое затухание двумерных ТМВ может быть ниже, чем у обычных двумерных плазменных волн, добротность двумерных ТМВ чрезвычайно низка. Таким образом, двумерные ТМВ вряд ли можно наблюдать даже в лучших образцах современных двумерных электронных систем. Детальное изучение динамического поведения коэффициента Нернста–Эттингсгаузена и использование магнитного окружения могут помочь преодолеть эту проблему.

Автор выражает благодарность Д. Свинцову за неоценимую помощь и руководство, а также В. Муравьеву за предоставление ссылки [18], которая вдохновила эту работу.

Финансирование работы. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект # 23-72-01013.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. Zh. Zhang and L. Zhu, Phys. Rev. Appl. **18**, 027001 (2022).
2. M. Mohseni, R. Verba, T. Bracher, Q. Wang, D. A. Bozhko, B. Hillebrands, and P. Pirro, Phys. Rev. Lett. **122**, 197201 (2019).
3. O. Y. Arkhipova, A. A. Matveev, A. R. San, and S. A. Nikitov, Pis'ma v Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki **51**, 53 (2025).
4. P. Wang, L. Lu, and K. Bertoldi, Phys. Rev. Lett. **115**, 104302 (2015).
5. D. Jalas, A. Petrov, M. Eich, W. Freude, S. Fan, Z. Yu, R. Baets, M. Popovic, A. Melloni, J. D. Joannopoulos, M. Vanwolleghem, Ch. R. Doerr, and H. Renner, Nat. Photonics **7**, 579 (2013).
6. Z. Yu and S. Fan, Nat. Photonics **3**, 91 (2009).
7. M. D. Tocci, M. J. Bloemer, M. Scalora, J. P. Dowling, and C. M. Bowden, Appl. Phys. Lett. **66**, 2324 (1995).
8. C. G. Poulton, R. Pant, A. Byrnes, S. Fan, M. Steel, and B. J. Eggleton, Opt. Express **20**, 21235 (2012).
9. Y. Shoji, M. Ito, Y. Shirato, and T. Mizumoto, Opt. Express **20**, 18440 (2012).
10. A. S. Petrov and D. Svintsov, JETP Lett. **119**, 800 (2024).
11. S. A. Mikhailov, Phys. Rev. B **58**, 1517 (1998).
12. D. C. Brown and H. J. Hoffman, IEEE J. Quantum Electron. **37**, 207 (2001).
13. M. V. Berry, Quantal phase factors accompanying adiabatic changes, Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical and Physical Sciences **392**, 45 (1984).
14. D. Xiao, M.-C. Chang, and Q. Niu, Rev. Mod. Phys. **82**, 1959 (2010).
15. A. S. Petrov, Phys. Rev. B **104**, L241407 (2021).
16. L. Gurevich, ZhETF **44**, 548 (1963).
17. L. Gurevich and B. Gel'Mont, Soviet JETP **24**, 124 (1967).
18. V. Kopylov, JETP Lett. **28**, 131 (1978).
19. B. Hecht, B. Sick, U. P. Wild, V. Deckert, R. Zenobi, O. J. Martin, and D. W. Pohl, J. Chem. Phys. **112**, 7761 (2000).
20. A. S. Petrov and D. Svintsov, Phys. Rev. B **99**, 195437 (2019).
21. D. A. Bandurin, D. Svintsov, I. Gayduchenko et al. (Collaboration), Nat. Commun. **9**, 5392 (2018).
22. J. Wu, H. Ma, P. Yin, Y. Ge, Y. Zhang, L. Li, H. Zhang, and H. Lin, Small Science **1**, 2000053 (2021).
23. I. Kukushkin, J. Smet, S. A. Mikhailov, D. Kulakovskii, K. von Klitzing, and W. Wegscheider, Phys. Rev. Lett. **90**, 156801 (2003).
24. V. Muravev, P. Gusikhin, A. Zarezin, A. Zabolotnykh, V. Volkov, and I. Kukushkin, Phys. Rev. B **102**, 081301 (2020).
25. I. V. Zagorodnev, A. A. Zabolotnykh, D. A. Rodionov, and V. A. Volkov, Nanomaterials **13**, 975 (2023).
26. M. Dyakonov and M. Shur, Phys. Rev. Lett. **71**, 2465 (1993).
27. V. Falko and D. Khmelnitskii, ZhETF **95**, 847 (1989).
28. S. E. Rezaei and P. Schindler, Nanoscale **16**, 6142 (2024).
29. G. Ni, A. McLeod, Z. Sun, L. Wang, L. Xiong, K. Post, S. Sunku, B.-Y. Jiang, J. Hone, C. R. Dean, M. M. Fogler, and D. N. Basov, Nature **557**, 530 (2018).
30. Y. J. Chung, K. Villegas Rosales, K. Baldwin, P. Madathil, K. West, M. Shayegan, and L. Pfeiffer, Nat. Mater. **20**, 632 (2021).

31. I. S. Sokolov, D. V. Averyanov, O. E. Parfenov, A. N. Taldenkov, M. G. Rybin, A. M. Tokmachev, and V. G. Storchak, Small **19**, 2301295 (2023).
32. I. S. Sokolov, D. V. Averyanov, O. E. Parfenov, A. N. Taldenkov, A. M. Tokmachev, and V. G. Storchak, Carbon **218**, 118769 (2024).
33. Z. Z. Alisultanov, JETP Lett. **99**, 702 (2014).
34. I. A. Luk'yanchuk, A. A. Varlamov, and A. V. Kavokin, Phys. Rev. Lett. **107**, 016601 (2011).
35. M. Zebarjadi, S. E. Rezaei, M. S. Akhanda, and K. Esfarjani, Phys. Rev. B **103**, 144404 (2021).