Письма в ЖЭТФ, том 122, вып. 4, с. 193 – 198

О скачках многочастичных амплитуд

В. С. Фадин[1)]

Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 24 июля 2025 г.
После переработки 24 июля 2025 г.
Принята к публикации 24 июля 2025 г.

В настоящее время общепринятым и широко используемым свойством многочастичных амплитуд является отсутствие одновременных скачков амплитуд по энергетическим инвариантам перекрывающихся каналов. Для обоснования этого свойства используются соотношения Штейнманна. В работе показано наличие таких скачков и неправомерность использования соотношений Штейнманна для доказательства их отсутствия. Существование скачков означает ошибочность принятой в настоящее время формы мультиреджевских амплитуд и должно учитываться при выводе уравнения БФКЛ (Балицкого–Фадина–Кураева–Липатова) в следующих приближениях.

DOI: 10.31857/S0370274X25080128, EDN: ZWLKRX

1. Введение. Аналитические свойства амплитуд упругого рассеяния хорошо известны еще с середины прошлого века, когда последовательной теории сильных взаимодействий не существовало, и основными инструментами для их описания были дисперсионные соотношения и теория комплексных моментов j Редже–Грибова. В этой теории асимптотика амплитуды рассеяния $A(s,t)$ при $s \to \infty$ и и фиксированном t определяется положением полюсов (называемых реджеонами) в j-плоскости парциальной волны $A_j(t)$, аналитически продолженной на комплексные j. Аналитические свойства амплитуд рассеяния позволяют продолжение либо с четных, либо с нечетных l, поэтому реджеоны имеют дополнительное по сравнению с частицами квантовое число – сигнатуру. Вклад реджеона с траекторией $\alpha(t)$ и сигнатурой σ в амплитуду процесса $AB \to A'B'$ представляется в виде

$$\mathcal{A}_{AB}^{A'B'} = \Gamma_{AA'}(t)(s)^{\alpha(t)}\xi_\alpha\Gamma_{BB'}(t), \tag{1}$$

где $\Gamma_{AA'}(t)$ и $\Gamma_{BB'}(t)$ – вершины взаимодействия реджеона с частицами, $s=(p_A+p_B)^2$, $t=(p_A-p'_A)^2$, $\xi_\alpha = \frac{e^{-i\pi\alpha(t)}+\sigma}{\sin(\pi\alpha(t))}$ – сигнатурный множитель.

С амплитудами многочастичных процессов дело обстоит значительно хуже, хотя растущая с ростом энергии роль процессов множественного рождения в сильных взаимодействиях была осознана еще в те же времена. Для создания реджевской теории таких процессов требовалось знание аналитических свойств многочастичных амплитуд. В отсутствии сколь-нибудь надежно установленных свойств этих амплитуд либо использовались разного рода модели, либо эти свойства постулировались. Одним из важнейших постулируемых свойств многочастичных амплитуд является отсутствие одновременных скачков по квадратам инвариантных масс перекрывающихся каналов [1, 2]. Для краткости будем называть это постулатом о скачках. Напомним, что два канала называются перекрывающимися, когда они имеют общие частицы, но не являются подканалами друг друга. Постулат о скачках позволяет записать мультиреджевское представление для многочастичных амплитуд в виде, явно показывающем все их особенности. Вклад реджеонов с траекториями $\alpha_i(t_i)$ и сигнатурами σ_i в амплитуду процесса $AB \to A'CB'$ в мультиреджевской кинематике

$$s \gg s_i \gg |t_i|,\ \ i=1,2,\ \ s=(p_A+p_B)^2,$$
$$s_1=(p_{A'}+p_C)^2,\ \ s_2=(p_{B'}+p_C)^2,$$
$$t_1=(p_A-p_{A'})^2,\ \ t_2=(p_B-p_{B'})^2) \tag{2}$$

представляется в виде [3]

$$\mathcal{A}_{AB}^{A'CB'} = \Gamma_{AA'}(t_1)\Big[s^{\alpha_2}\xi_{\alpha_2}s_1^{\alpha_1-\alpha_2}\xi_{\alpha_1\alpha_2}V_R(t_1,t_2,\kappa) + \\ + s^{\alpha_1}\xi_{\alpha_1}s_2^{\alpha_2-\alpha_1}\xi_{\alpha_2\alpha_1}\Big]V_L(t_1,t_2,\kappa)\Big]\Gamma_{BB'}(t_2), \tag{3}$$

[1)]e-mail: fadin@inp.nsk.su

где $\kappa = \frac{s_1 s_2}{s}$, $\xi_{\alpha_1\alpha_2} = \frac{e^{-i\pi(\alpha_1-\alpha_2)}+\sigma_1\sigma_2}{\sin(\pi(\alpha_1-\alpha_2))}$. Достоинством такого представления является то, что при $t_i < 0$ функции V_L и V_R вещественны, что позволяет однозначно разделить амплитуду на вещественные и мнимые части. Аналогичные представления существуют [3] для рождения большего числа частиц (с числом вершин, растущим с числом частиц).

Как уже говорилось, эти представления основаны на постулате о скачках [1, 2]. В качестве аргументов в пользу этого постулата использовались соотношения Штейнманна [3, 4],

Но начиная с работы [6] и по настоящее время ссылку на соотношения Штейнманна стали использовать как на доказательство отсутствия одновременных скачков по квадратам инвариантных масс перекрывающихся каналов. Считается, что соотношения применимо в любых теориях поля и применяется и в квантовой хромодинамики (КХД), считающейся в настоящее время теорией сильных взаимодействий, и в суперсимметричных теориях, и даже в космологии [7].

Представление амплитуд множественного рождения в мультиреджевской форме широко используется в КХД, где главную роль играет реджезованный глюон. В частности, на нем основан вывод уравнения БФКЛ (Балицкого–Фадина–Кураева–Липатова) [8, 9] как в главном логарифмическом приближении, так и в следующем за ним (см. [10] и ссылки там). Но оказывается, что этим представлением нельзя пользоваться в высших приближениях, где аналитические свойства амплитуд множественного рождения становятся важными.

К сожалению, как показано ниже, постулат о скачках ошибочен, и обычное истолкование соотношений Штейнманна, как запрет на существование одновременных скачков в перекрывающихся каналах, неправильно.

2. Несовместимость постулата о скачках с факторизацией инфракрасных сингулярностей. Постулат о скачках противоречит хорошо установленным свойствам факторизации инфракрасных сингулярностей в калибровочных теориях.

Факторизация инфракрасных сингулярностей хорошо известна и наиболее просто выглядит в квантовой электродинамике (КЭД).

Согласно [11], амплитуды процессов с произвольным числом частиц с импульсами p_i (все импульсы считаются входящими) представляются в виде

$$A(\{p_i\}) = \exp\left\{ -\sum_{i<j} Q_i Q_j V\,(p_i, p_j) \right\} A_{ns}(\{p_i\}),$$

$$V\,(p_i, p_j) = -\frac{e^2}{2}\int \frac{d^4k}{i(2\pi)^4}\frac{1}{k^2-\lambda^2+i0}\times$$
$$\times\left(\frac{2p_i-k}{k^2-2(kp_i)+i0}+\frac{2p_j+k}{k^2+2(kp_j)+i0}\right)^2, \quad (4)$$

где $Q_i = 1$ для электрона (позитрона) в начальном (конечном) состоянии и $Q_i = -1$ для электрона (позитрона) в конечном (начальном) состоянии, λ – вводимая для регуляризации инфракрасной расходимости "массы фотона", а амплитуда $A_{ns}(\{p_i\})$ конечна при стремлении $\lambda \to 0$.

Проинтегрированное по d^4k выражение для $V\,(p_i, p_j)$ хорошо известно. Инфракрасно сингулярная его часть довольно проста, особенно в интересующей нас области высоких энергий:

$$V_{\rm sing}\,(p_i, p_j) \simeq \frac{\alpha}{2\pi}\left(\ln\left(\frac{-s_{ij}}{m^2}\right)-1\right)\ln\left(\frac{m^2}{\lambda^2}\right), \quad (5)$$

где $s_{ij} = (p_i + p_j)^2$. Так как показатель экспоненты в инфракрасно-сингулярном множителе содержит сумму $\sum_{i<j}\ln(-s_{ij})$ по всем каналам, то при разложении экспоненты мы получаем произведения степеней $\ln(-s_{ij})$ по всем каналам, в том числе и по перекрывающимся, т.е. члены, нарушающие запрет на существование одновременных скачков в перекрывающихся каналах.

В КХД факторизация усложняется неабелевостью теории, приводящей как к дополнительным сингулярностям, так и к матричной структуре вершин излучения. Безмассовость глюонов, обладающих цветовым зарядом и потому излучающих, приводит к коллинеарным (или массовым) сингулярностям, возникающим от расходимостей в интегралах по углам между импульсами излучающей и излученной частиц при нулевых углах излучения. Следуя общепринятой терминологии, мы будем использовать термин "инфракрасные расходимости" не только для расходимостей по частотам, но и по углам излучения, как это обычно делается для краткости изложения. К настоящему времени опубликовано множество работ, в которых эти сингулярности исследовались в амплитудах КХД. Как обычно в КХД, анализ ведется с регуляризацией расходимостей (как ультрафиолетовых, так и инфракрасных) размерностью пространства-времени $D = 4 + 2\epsilon$. В настоящее время считаются хорошо установленными факторизационные формулы (см., например, [12]), представляющие амплитуды в виде произведения $\mathcal{ZH}$, где $\mathcal{H}$ – так называемая жесткая амплитуда, не имеющая сингулярностей по ϵ, а все сингулярности содержатся в множителе $\mathcal{Z}$. Это представление справедливо как в

КХД, так и в КЭД, как для безмассовых, так и массивных электронов. В последнем случае оно эквивалентно представлению работы [11] с регуляризацией инфракрасных расходимостей массой фотона λ. Но в отличие от КЭД, в КХД множители $\mathcal{Z}$ и $\mathcal{H}$ имеет матричную структуру.

Общая черта этих формул – представление $\mathcal{Z}$ в виде экспоненты с показателем, содержащим сумму $\ln(-s_{ij})/\epsilon$ для всех пар излучающих частиц i, j. И хотя в КХД эти логарифмы содержат в качестве множителей произведения генераторов представлений цветовой группы для частиц i и j и в дополнение к ним есть не зависящие от кинематики члены с сингулярностью $1/\epsilon^2$, нетрудно убедиться, что при разложении экспоненты мы получаем члены, имеющие скачки в перекрывающихся каналах.

3. Простая демонстрация нарушения постулата о скачках. В существовании одновременных скачков по энергетическим инвариантам перекрывающихся каналов при наличии инфракрасных сингулярностей можно легко убедиться, рассматривая двухпетлевую радиационную поправку в КЭД к процессу с тремя заряженными частицами в конечном состоянии (как, например, в процессе типа Бете–Гайтлера). Для этого достаточно рассмотреть только диаграммы со вставками фотонных вершин во внешние линии диаграмм борновского приближения, пренебрегая импульсами фотонов во внутренних линиях. Отметим, что согласно критерию Ландау [13] особенности этих диаграмм содержатся среди особенностей полной амплитуды, поскольку последние включают в себя особенности диаграмм, в которых часть линий отсутствует, т.е. соединяемые ими вершины сливаются.

Обозначим импульсы конечных частиц p_1, p_2, p_3. Будем для простоты считать массы частиц равными. Пусть

$$s_{ij} = (p_i + p_j)^2,$$

$$s_{123} = (p_1 + p_2 + p_3)^2 = s_{12} + s_{13} + s_{23} - 3m^2. \quad (6)$$

Отметим, что в физической области (т.е. в области, где импульсы всех частиц имеют физический смысл) знак s_{ij} совпадает со знаком $(p_i p_j)$, так что знак произведения $s_{12}s_{13}s_{23}$ всегда положителен. При этом, по принятой терминологии, любые два разных канала s_{ij} являются перекрывающимися. Не перекрывающимися являются один из этих каналов и s_{123}-канал, поскольку он содержит все 3 частицы.

Исследуем наличие одновременных скачков в каналах s_{12} и s_{23}. Такие скачки могут даваться только диаграммами, в которых один из фотонов соединяет линии частиц с импульсами p_1 и p_2, а другой – с импульсами p_3 и p_2. Если вершина первого фотона на линии частицы с импульсом p_2 стоит ближе к внешнему концу этой линии, то вклад такой диаграммы пропорционален борновской амплитуде с множителем

$$I \equiv I(s_{12}, s_{23}, s_{13}) = \int \frac{d^4k_1}{(2\pi)^4 i} \frac{1}{d_{10}d_{11}d_{12}} J_3(\tilde{s}_{23}; \tilde{m}^2), \quad (7)$$

где $\tilde{s}_{23} = (p_2 + p_3 - k_1)^2$, $\tilde{m}^2 = (p_2 - k_1)^2$;

$$J_3(\tilde{s}_{23}; \tilde{m}^2) = \int \frac{d^4k_2}{(2\pi)^4 i} \frac{1}{d_{20}d_{21}d_{22}}, \quad (8)$$

$$d_{10} = (k_1^2 - \lambda^2 + i0), \;\; d_{11} = ((k_1 + p_1)^2 - m^2 + i0),$$
$$d_{12} = ((k_1 - p_2)^2 - m^2 + i0), \;\; d_{20} = (k_2^2 - \lambda^2 + i0),$$
$$d_{21} = ((k_2 + p_3)^2 - m^2 + i0),$$
$$d_{22} = ((k_1 + k_2 - p_2)^2 - m^2 + i0). \quad (9)$$

Рассмотрим скачки I по инварианту s_{12}. Существуют только два таких скачка: двухчастичный, происходящий от одновременного зануления d_{11} и d_{12}, и трехчастичный, происходящий от одновременного зануления d_{11}, d_{22} и d_{20}. Второй из них не имеет сингулярностей, так как зануление любого из оставшихся знаменателей противоречило бы закону сохранения энергии-импульса. Для двухчастичного скачка получаем, используя правила Куткосского

$$\Delta_{s_{12}} I =$$
$$= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4 i} \frac{(2\pi i)^2 \delta((p_1 + k)^2 - m^2)\delta((p_2 - k)^2 - m^2)}{k^2 - \lambda^2} \times$$
$$\times J_3(\tilde{s}_{23}; m^2), \quad (10)$$

где $\tilde{s}_{23} = (p_2 + p_3 - k)^2$. Будем использовать судаковскую параметризацию (светоконусные переменные). Вводя светоконусные векторы l_1 и l_2 таким образом, чтобы

$$p_1 = l_1 + \frac{m^2}{\tilde{s}} l_2, \;\; p_2 = l_2 + \frac{m^2}{\tilde{s}} l_1, \;\; l_1^2 = 0,$$
$$l_2^2 = 0, \;\; \tilde{s} = (l_1 + l_2)^2, \;\; s_{12} = \tilde{s}\left(1 + \frac{m^2}{\tilde{s}}\right)^2, \quad (11)$$

представляя k в виде

$$k = -\beta l_1 + \alpha l_2 + k_\perp, \;\; (k_\perp l_1) = (k_\perp l_2) = 0,$$
$$k_\perp^2 \equiv -\mathbf{k}^2 \leq 0, \quad (12)$$

так что

$$k^2 = -\tilde{s}\alpha\beta - \mathbf{k}^2,$$
$$(p_1 + k)^2 - m^2 = \tilde{s}\alpha(1 - \beta) - m^2\beta - \mathbf{k}^2,$$
$$(p_2 - k)^2 - m^2 = \tilde{s}\beta(1 - \alpha) - m^2\alpha - \mathbf{k}^2, \quad (13)$$

используя $d^4k = \frac{\tilde{s}}{4} d\alpha d\beta d\mathbf{k}_\perp^2 d\phi$, где ϕ – азимутальный угол $\mathbf{k}_\perp$, и переходя к переменной интегрирования $z = \beta/(1 - m^2/\tilde{s})$, получаем

$$\Delta_{s_{12}} I = -\frac{4\pi i}{(4\pi)^2 \sqrt{s_{12}(s_{12} - 4m^2)}} \times \\ \times \int_0^1 \frac{dz}{z + \frac{\lambda^2}{s_{12} - 4m^2}} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} J_3(\tilde{s}_{23}; m^2). \quad (14)$$

Наиболее сингулярный вклад здесь идет от $z = 0$, так что для него имеем

$$\Delta_{s_{12}}^{\text{sing}} I = -\frac{4\pi i}{(4\pi)^2 \sqrt{s_{12}(s_{12} - 4m^2)}} \times \\ \times \int_0^1 \frac{dz}{z + \frac{\lambda^2}{s_{12} - 4m^2}} J_3(s_{23}, m^2). \quad (15)$$

Замечая, что

$$\int \frac{d^4k_1}{(2\pi)^4 i} \frac{1}{d_{10} d_{11} d_{12}} = J_3(s_{12}, m^2), \\ -\frac{4\pi i}{(4\pi)^2 \sqrt{s_{12}(s_{12} - 4m^2)}} \times \\ \times \int_0^1 \frac{dz}{z + \frac{\lambda^2}{s_{12} - 4m^2}} = \Delta_{s_{12}} J_3(s_{12}), \quad (16)$$

получаем

$$\Delta_{s_{12}}^{\text{sing}} I = \Big(\Delta_{s_{12}} J_3(s_{12})\Big) J_3(\tilde{s}_{23}). \quad (17)$$

Наличие скачка $\Delta_{s_{23}} J_3(s_{23})$ делает очевидным существование двойного скачка в перекрывающихся каналах. При этом

$$\Delta_{s_{23}} \Big(\Delta_{s_{12}}^{\text{sing}} I\Big) = \big(\Delta_{s_{12}} J_3(s_{12})\big)\big(\Delta_{s_{23}} J_3(s_{23})\big) \quad (18)$$

в соответствии с инфракрасной факторизацией.

Стоит отметить, что двойной скачок (по s_{12} и s_{23}) может быть не только от рассматриваемого вклада I, но и от вклада I', отвечающего диаграмме, в которой вершины взаимодействия фотонов с частицей с импульсом p_2 меняются местами. Но вычисление двойного скачка зависит от порядка, в котором скачки вычисляются. Скачок $\Delta_{s_{23}} I$ может быть только трехчастичным, поэтому, как уже говорилось, не имеет сингулярностей; аналогично $\Delta_{s_{12}} I'$. Поэтому (17) дает полный скачок.

Представление (14) может быть использовано и для анализа несингулярных вкладов в скачки амплитуды. Используя фейнмановскую параметризацию

$$\frac{1}{d_{20} d_{21} d_{22}} = \quad (19) \\ = \int_0^1 dx \int_0^1 \frac{2y dy}{\Big[(1-y) d_{20} + y\Big(x d_{22} + (1-x) d_{21}\Big)\Big]^3}$$

и выполняя в (8) интегрирование по d^4k_2, получаем

$$J_3(\tilde{s}_{23}; m^2) = -\frac{1}{(4\pi)^2} \int_0^1 dx \int_0^1 \frac{y dy}{(y^2 \tilde{p}_x^2 + \lambda^2(1-y))}, \quad (20)$$

где $\tilde{p}_x = x(p_2 - k) - (1-x) p_3$, причем

$$(p_2 - k)^2 = m^2, \;\; k = -z(p_1 - p_2) + k_\perp, \\ \mathbf{k}_\perp^2 = (s_{12} - 4m^2) z(1-z), \quad (21)$$

так что

$$\tilde{p}_x^2 = -x(1-x)(p_3 + p_2 - k)^2 + m^2, \\ (p_3 + p_2 - k)^2 = s_{13} z + s_{23}(1-z) + 2(\mathbf{p}_{3\perp} \mathbf{k}_\perp). \quad (22)$$

Выполнив в (14) интегрирование по ϕ, имеем

$$\Delta_{s_{12}} I = \frac{i}{(4\pi)^3 \sqrt{s_{12}(s_{12} - 4m^2)}} \times \\ \times \int_0^1 \frac{dz}{z + \frac{\lambda^2}{s_{12} - 4m^2}} \int_0^1 dx \int_0^1 \frac{y dy}{D}, \quad (23)$$

где

$$D = \sqrt{\Big(\lambda^2(1-y) + y^2\big(m^2 - x(1-x)\big(s_{23}(1-z) + s_{13} z\big)\big)\Big)^2 - 4(y^2 x(1-x))^2 \mathbf{p}_{3\perp}^2 \mathbf{k}_\perp^2}, \quad (24)$$

$$\mathbf{p}_{3\perp}^2 \mathbf{k}_\perp^2 = 4z(1-z)\Big[s_{23} s_{13} - \frac{m^2}{s_{12}}(s_{23} + s_{13} + s_{12} - 4m^2)^2\Big]. \quad (25)$$

Рассмотрим простейший случай конечной “массы фотона” и нулевой массы электрона. При этом знаменатель в (23) есть

$$D_{m=0} = \sqrt{t^2(s_{12} z - s_{23}(1-z))^2 + l^2 - 2lt(s_{12} z + s_{23}(1-z))}, \quad (26)$$

где $t = y^2x(1-x), l = \lambda^2(1-y)$. При отрицательных s_{13} и s_{23}, так же когда s_{13} и s_{23} имеют разные знаки, подкоренное выражение положительно во всей области изменения переменных интегрирования x, y, z. При положительных s_{13} и s_{23} оно отрицательно при $b_+ > s_{23} > b_-$,

$$b_\pm = \frac{1}{1-z}\left[\sqrt{b_0} \pm \sqrt{s_{13}z}\right]^2, \tag{27}$$

где $b_0 = l/t$. Его отрицательность означает наличие скачка по s_{23}. При $z = 0$ и фиксированных x, y скачок находится в одной точке (дельта-образная особенность). Когда x, y меняются в области интегрирования, эта точка пробегает всю вещественную положительную полуось. При $z \neq 0$ точки $b_\pm$, так же, как разность $b_+ - b_-$, тоже пробегают все значения на вещественной полуоси при изменении x, y, что свидетельствует о наличии скачка при $s_{23} > 0$.

4. Постулат о скачках и соотношения Штейнманна. Как уже было сказано, начиная с работы [6], соотношения Штейнманна стали использоваться как обоснование постулата о скачка, хотя в работах [1, 2] подчеркивалось, что постулат о скачках налагает на амплитуды гораздо более сильные ограничения, чем соотношения Штейнманна. В частности, в этих соотношениях речь идет о скачках в физической области одного из каналов реакции, тогда как постулат о скачках распространяется и на нефизическую область. Постулат никак не может быть оправдан соотношениями Штейнманна уже потому что, как отмечалось обзоре [2], соотношения выводились для вакуумных средних от запаздывающих коммутаторов, а не для элементов S-матрицы. На мой взгляд, в работе [6] осуществлена подмена: из формул (20) и (8) этой работы ((20) выражает матричные элементы S-матрицы через вакуумные средние от хронологического произведения гейзенберговских операторов, а (8) дает выражение для этих вакуумных средних) делается вывод об отсутствии одновременных скачков матричных элементов S-матрицы по энергиям перекрывающихся каналов и утверждается, что это и есть соотношения Штейнманна. Это утверждение абсолютно не соответствует действительности, поскольку соотношения Штейнманна выводились для вакуумных средних от запаздывающих коммутаторов, а не хронологических произведений. При этом вывод об отсутствии одновременных скачков матричных элементов S-матрицы не выдерживает критики, хотя бы уже потому, что число энергетических знаменателей в формуле [8] равно их числу в борновском приближении.

5. Заключение. Таким образом, существование одновременных скачков многочастичных амплитуд по энергетическим инвариантам перекрывающихся каналов не подлежит сомнению. В случае инфракрасно сингулярных частей амплитуд оно совершенно естественно. Но оно не ограничено такими частями, и вообще не ограничено существованием инфракрасных сингулярностей, а имеет место и в их отсутствии, что было нами въявь продемонстрировано для амплитуды с тремя частицами в конечном состоянии.

Первоначально утверждение об отсутствии одновременных скачков многочастичных амплитуд по энергетическим инвариантам перекрывающихся каналов возникло в реджевской теории как удобная гипотеза [1, 2]. Соотношения Штейнманна упоминались в связи с этой гипотезой, но при этом было ясное понимание, что они никак не могут служить обоснованием этой гипотезы, поскольку они получены для запаздывающих коммутаторов, а не для элементов S матрицы. Кроме этого, их применения ограничивается физической областью одного из каналов реакции, тогда как гипотеза об отсутствии одновременных скачков не имеет таких ограничений.

Утвердившееся после работы [6] использование соотношений Штейнманна в качестве обоснования постулата (гипотезы) о скачках совершенно неверно.

Многочастичные амплитуды играют важнейшую роль при выводе уравнения БФКЛ, основанного на аналитичности и унитарности. В соотношениях унитарности используется мультиреджевская форма амплитуд множественного рождения. Существование одновременных скачков означает ошибочность принятой в настоящее время формы этих амплитуд. К счастью, в главном логарифмическом приближении и в следующем за ним в соотношениях унитарности важны только вещественные части многочастичных амплитуд, так что аналитические свойства этих амплитуд не важны. Но их необходимо учитывать в высших приближениях.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Института ядерной физики имени Г. И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. C. E. DeTar and J. H. Weis, Phys. Rev. D **4**, 3141 (1971).
2. R. C. Brower, C. E. DeTar, and J. H. Weis, Phys. Rep. **14**, 257 (1974).
3. J. Bartels, Phys. Rev. D **11**(10), 2977 (1975).
4. O. Steinmann, Helv. Phys. Acta **33**, 267 (1960).
5. O. Steinmann, Helv. Phys. Acta **33**, 347 (1960).
6. H. P. Stapp, Phys. Rev. D **3**, 3177 (1971).
7. P. Benincasa, A. J. McLeod, and C. Vergu, Phys. Rev. D **102**, 125004 (2020).
8. V. S. Fadin, E. A. Kuraev, and L. N. Lipatov, Phys. Lett. B **60**, 50 (1975).
9. I. I. Balitsky and L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **28**, 822 (1978).
10. B. L. Ioffe, V. S. Fadin, and L. N. Lipatov, *Quantum chromodynamics: Perturbative and nonperturbative aspects*, Cambridge University Press (2010); doi 10.1017/cbo9780511711817.
11. D. R. Yennie, S. C. Frautschi, and H. Suura, Ann. Phys. **13**, 379 (1961).
12. T. Becher and M. Neubert, JHEP **06**, 081 (2009); Erratum: JHEP **11**, 024 (2013).
13. L. D. Landau, Nucl. Phys. **13**(1), 181 (1959).