Экспериментальное исследование акустического эффекта Керкера в лабиринтных резонаторах

Ю. А. Тиманкова+, М. В. Смагин+, М. В. Кузьмин+, А. И. Лутовинов+, А. А. Богданов×+, Ю. Ли*+ 1), М. И. Петров+ 2)

+Физико-технический мегафакультет, Университет ИТМО, 197101 С.-Петербург, Россия

*Institute of Acoustics, School of Physics Science and Engineering, Tongji University, 200092 Shanghai, China

×Qingdao Innovation and Development Center, Harbin Engineering University, 266000 Qingdao, Shandong, China

Поступила в редакцию 29 октября 2025 г.
После переработки 16 ноября 2025 г.
Принята к публикации 26 ноября 2025 г.

Управление направленностью акустического рассеяния на отдельных акустических метаатомах имеет ключевое значение для достижения направленного распространения звука в пространстве с использованием акустических метаматериалов. В данной работе представлена экспериментальная реализация акустического аналога эффекта Керкера в двумерном метаатоме с лабиринтной структурой. За счет интерференции между монопольными и дипольными резонансами метаатома с высоким эффективным показателем преломления достигается направленное рассеяние с подавлением прямого или обратного отклика, при выполнении первого и второго условий Керкера соответственно. Экспериментальные измерения рассеянного поля давления в плоскопараллельном волноводе хорошо согласуются с результатами численного моделирования. Полученные результаты подтверждают возможность управления акустическими волнами с помощью эффекта Керкера, и демонстрируют новые возможности для направленного управления звуком.

DOI: 10.7868/S3034576626010202

Исследование направленного рассеяния света за последнее десятилетие стало важным направлением в нанофотонике [1], поскольку оно тесно связано с достижением высокого уровня контроля за распространением света, включая эффекты идеального прохождения, отражения и поглощения, а также с задачами оптической манипуляции частицами [2]. Фундаментальным механизмом, лежащим в основе направленного рассеяния, является эффект Керкера [3], который в исходной формулировке связан с интерференцией электрического и магнитного дипольного излучения, обладающими противоположной четностью в дальнем поле [4]. Когда эти два вклада имеют одинаковую амплитуду и находятся в фазе, рассеяние волны назад подавляется, тогда как в антифазе происходит, напротив, подавление рассеяния вперед. Аналогичный эффект может быть реализован и в акустике, где два мультипольных слагаемых низшего порядка – монополь и диполь – имеют одинаковую зависимость от характерного размера частицы [5], но различаются по четности [6]. В виду этой аналогии в недавних теоретических работах [7] был предложен акустический аналог эффекта Керкера, реализуемый за счет интерференции монопольных и дипольных резонансов акустического резонансного рассеивателя.

В оптике такая интерференция может быть реализована в диэлектрических частицах с высоким показателем преломления и других резонансных фотонных структурах, обладающих выраженным мультипольным откликом [8, 9]. Подход мультипольного анализа, изначально разработанный как строгий метод описания процессов рассеяния, со временем привел к появлению аналитического инструментария мультипольной инженерии [10], который в настоящее время широко используется при проектировании требуемого оптического отклика. В последнее время подобные идеи активно распространяются и на акустику, где мультипольное разложение развилось в действенный аналитический подход [11, 12] для анализа направленного рассеяния в частности [7, 13–16]. Несмотря на появление теоретических и численных исследований, прямой экспериментальной реализации акустического аналога эффекта Керкера, в оптике хорошо изученного и впервые зарегистрированного экспериментально в 2012 г. [17], до сих пор не бы-

1)Y. Li.
2)e-mail: m.petrov@metalab.ifmo.ru

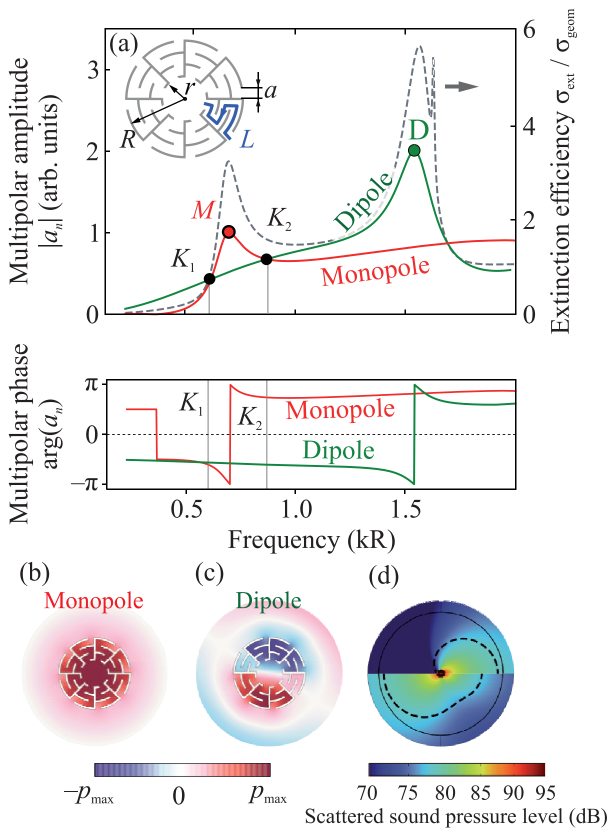

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Коэффициенты разложения по цилиндрическим функциям рассеянного лабиринтным метаатомом поля. Геометрические параметры метаатома – $R = 2.5$ см, $r = 0.9$ см, $a = 4$ мм, 8 секторов, число витков канала 3. Частоты первого и второго условий Керкера отмечены как K_1 и K_2 соответственно. (b) – Монопольная и (c) – дипольная моды в лабиринтном метаатоме. (d), (e) – Диаграммы направленности на первом и втором условиях Керкера

ло представлено. В настоящей работе мы приводим, насколько нам известно, первую экспериментальную демонстрацию акустического эффекта Керкера.

В отличие от оптики, в воздушной акустике практически не существует естественных частиц с высоким показателем преломления. Однако искусственные структуры с лабиринтной геометрией могут имитировать такое поведение за счет существенного увеличения эффективного пути распространения звуковой волны [18, 19], что приводит к уменьшению эффективной скорости звука и позволяет реализовывать субволновые резонаторы. Подобные рассеиватели, часто называемые в литературе метаатомами "свернутого пространства" (coiled-space) [20–22], являются акустическими аналогами диэлектрических частиц с высоким показателем преломления и представляют собой перспективную платформу для изучения резонансных мультипольных эффектов. В данной работе мы используем двумерную реализацию такой частицы, поперечное сечение которой приведено на вставке к рис. 1a. В таких структурах показатель преломления по отношению к окружающей среде определяется геометрическими параметрами лабиринта и может быть записан как $n_{\rm ref} = L/(R-r)$ [23], где R и r – внешний и внутренний радиусы структуры соответственно, а L – эффективная длина пути распространения звука внутри структуры. Резонансные акустические особенности лабиринтных метаатомов отчетливо проявляются в спектре рассеяния плоской волны, показанном на рис. 1a, где видны пики, соответствующие монопольному и дипольному резонансам.

Для двумерной геометрии, обладающей трансляционной инвариантностью вдоль оси, перпендикулярной плоскости рисунка (например, вставке на рис. 1a), локальные мультипольные моменты непосредственно связаны с разложением рассеянного поля по цилиндрическим гармоникам [24]:

$$p_s = \sum_n A_n H_n^{(1)}(kr) e^{in\theta}, \qquad (1)$$

где n – порядок мультиполя, A_n – коэффициенты разложения рассеянного поля, а $H_n^{(1)}$ – функции Ханкеля первого рода. Здесь и далее предполагается, что все поля имеют гармоническую временную зависимость $\bar{p}(\mathbf{r}, t) = \mathrm{Re}\,[p(\mathbf{r})e^{-i\omega t}]$. Вычисленные частичные сечения экстинкции, соответствующие отдельным мультипольным членам, также показаны на рис. 1a пунктирными линиями; видно, что для первой и второй резонансных частот доминируют монопольный и дипольный вклады. Монопольный и дипольный характер соответствующих мод наглядно показан на рис. 1b и c, где приведены распределения поля давления для собственных мод резонатора.

Условия направленного рассеяния можно сформулировать через соотношение между монопольным и дипольным коэффициентами: конструктивная интерференция в прямом направлении достигается при $A_0 = A_1$, тогда как подавление переднего лепестка диполя (и, соответственно, усиление обратного рассеяния) реализуется при $A_0 = -A_1$. Эти условия являются акустическими аналогами первого и второго условий Керкера в оптике [1]. Численные исследования ранее показали, что данные условия могут быть выполнены в рассматриваемой геометрии метаатома [13] на двух частотах, которые мы обозначаем как K_1 и K_2 на рис. 1a. Дальнепольное распределение рассеянного поля и рассчитанные диаграммы направленности рассеяния представлены на рис. 1d.

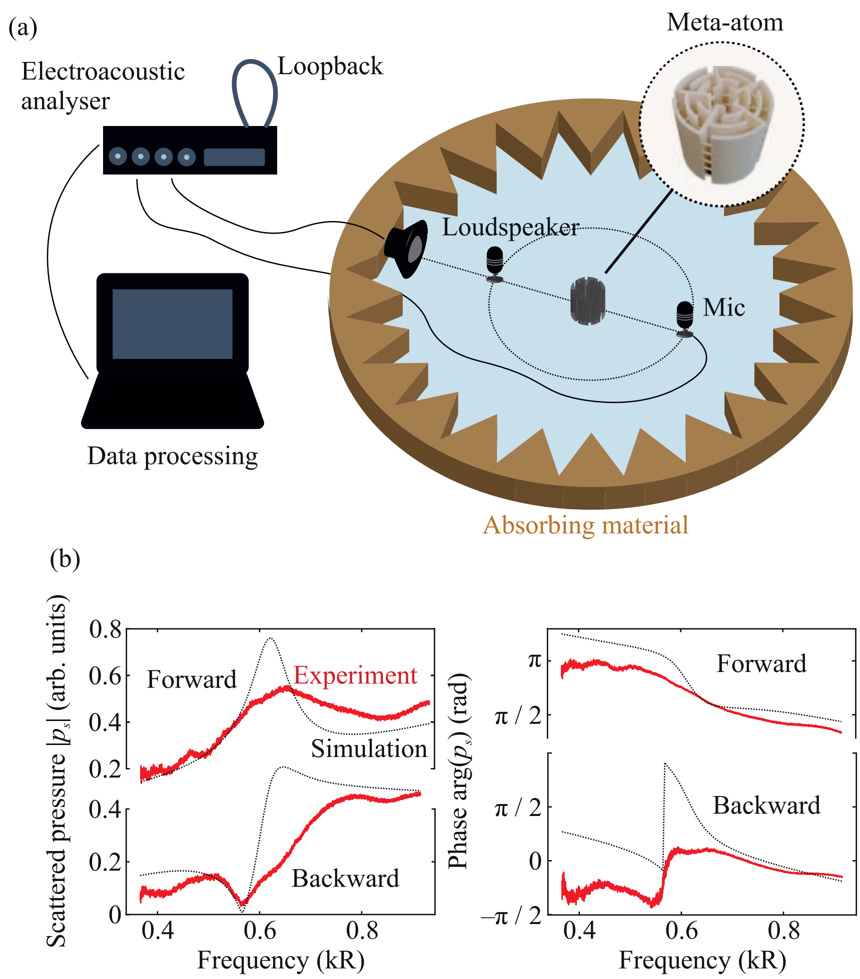

Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Схема экспериментальной установки для измерения двумерного акустического рассеяния. Система представляет собой плоскопараллельный волновод, сформированный двумя тонкими листами оргстекла; края волновода окружены клиновидными вставками из звукопоглощающего материала для подавления отражений от границ. Общие размеры установки составляют $1.5 \times 1.5 \times 0.066$ м^3, диаграммы направленности регистрируются на радиусе 15 см. В качестве сигнала используется линейно частотно-модулированный (chirp) сигнал, покрывающий все рассматриваемые частоты. Сигналы синхронизируются с помощью loopback-канала и записываются звуковой картой для последующей обработки. (b) – Амплитуда и фаза рассеянного поля в передней и задней точках относительно метаатома

Для наблюдения обсуждаемого эффекта был использован плоскопараллельный волновод (см. схему установки на рис. 2a). Такой волновод поддерживает распространение единственной моды с однородным распределением поля вдоль оси z. В нашей экспериментальной реализации волновод сформирован двумя листами оргстекла, разделенными зазором 6.6 см, что обеспечивает одномодовое распространение до частот порядка 2500 Гц и тем самым создает эффективно двумерную акустическую среду. Размер камеры составляет 1.5×1.5 м^2; паразитные отражения от ее границ подавлялись с помощью звукопоглощающего материала с клиновидными навершиями. Рабочий диапазон частот был выбран от 500 до 2500 Гц. Нижняя граница обусловлена снижением эффективности звукопоглощения при больших длинах волн, тогда как верхняя ограничена порогом возбуждения мод волновода более высокого порядка.

Для проектирования геометрии изготовленного метаатома (см. рис. 1) были проведены численные расчеты в Comsol Multiphysics (модуль *Pressure Acoustics, Frequency Domain*) в двумерной модели. Уравнение Гельмгольца решалось с граничными условиями жестких стенок на границах лабиринта; в качестве падающего поля использовалась плоская волна. Для подавления отражений от внешних границ численной области использовались идеально согласованные слои (PML).

Использованный в измерениях метаатом (см. вставку на рис. 2а) был изготовлен с помощью аддитивных технологий (FDM 3D-печать) из PLA-полимера. Выбранные геометрические параметры метаатома обеспечивают выполнение первого и второго условий Керкера на частотах порядка 800 Гц и 1200 Гц соответственно. Реальная трехмерная структура метаатома была дополнительно укреплена пластиковыми крышками сверху и снизу, а также дополнительными перемычками между секторами, что позволяло подавить возбуждение изгибных упругих мод метаатома.

Источником звука служил динамик Visaton BF 45/4, размещенный у одного из краев установки. На задействованных расстояниях поле, падающее на расположенный в центре установки метаатом, можно с хорошей точностью считать плоской волной. Регистрация поля осуществлялась микрофоном Crysound CRY371, который последовательно устанавливался в различных угловых положениях вокруг метаатома. Фазовая информация восстанавливалась за счет привязки к опорному сигналу (loopback) от источника, что позволило измерять абсолютные задержки по времени между излученным и зарегистрированным сигналами. В качестве возбуждающего сигнала использовался сигнал с линейной частотной модуляцией (chirp), перекрывающий весь интересующий частотный диапазон. После синхронизации записей микрофона с опорным сигналом временные зависимости переводились в частотную область с помощью преобразования Фурье, что давало спектры поля с установленным метаатомом (полное поле) и без него (фоновое поле). Затем рассеянное поле определялось как разность этих двух измерений:

$$\bar{p}_{\mathrm{sc}} = \frac{p_{\mathrm{tot}} - p_{\mathrm{b}}}{p_{\mathrm{b}}}, \tag{2}$$

где p_{tot} и p_{b} обозначают полное и фоновое поля соответственно. Дополнительно мы нормируем рассеянное поле на фоновое поле в каждой точке, чтобы компенсировать спектральные особенности измерительной системы, включая характеристики громкоговорителя, микрофона и самой безэховой камеры. Альтернативно измеренное значение можно нормировать на фоновое поле в центре рассеивателя, что в конечном итоге дает схожие диаграммы дальнего поля. В численных расчетах нормировка не является необходимой, так как падающее поле задается строго, однако ради сопоставимости рассеянное поле как в модели, так и в эксперименте определяется по формуле (2).

Преобразованные во временной области сигналы, измеренные в точках перед метаатомом и за ним, а также их сравнение с результатами численного моделирования представлены на рис. 2b, где показаны амплитудные и фазовые спектры. Измеренные данные (сплошные линии) для рассеянного поля хорошо согласуются с численными результатами (пунктирные линии), хотя заметно различие в добротности резонансов. Это различие обусловлено присущими метаатому термовязкими потерями в каналах, что будет обсуждаться далее.

На основе этих данных было вычислено отношение интенсивностей рассеяния вперед и назад, демонстрирующее выраженный максимум порядка 1500 на частоте первого условия Керкера $f = 775$ Гц (точка K_1), см. рис. 3а. Диаграмма направленности дальнего поля, представленная на рис. 3b, имеет характерную кардиоидальную форму и хорошо совпадает с результатами моделирования. Для второго условия Керкера (точка K_2, 1190 Гц) преобладание заднего рассеяния выражено слабее, а экспериментальные и расчетные диаграммы дальнего поля (рис. 3с) заметно различаются. Это можно объяснить экспериментальными ограничениями, такими как неполное подавление отражений от границ, затрудняющими эффективное возбуждение высокодобротных резонансов, необходимых для устойчивой разрушительной интерференции в обратном направлении. Дополнительно акустические потери, обусловленные вязким и тепловым трением, подавляют резонансы и приводят к дополнительным паразитным потерям, препятствуя идеальному соответствию условиям интерференции.

Влияние термовязких потерь на резонансное рассеяние заслуживает отдельного рассмотрения, поскольку в контексте лабиринтных метаатомов оно подробно обсуждалось только в контексте потерь прохождения [21, 25]. Благодаря своим резонансным свойствам метаатом концентрирует поле внутри узких лабиринтных каналов, что неизбежно приводит к существенным вязким потерям [22]. Для количественной оценки радиационных и внутренних добротностей мод акустического резонатора были проведены два спектральных анализа собственных частот в COMSOL Multiphysics. Сначала комплексная собственная частота ω_{rad}, учитывающая только излучательные потери, была найдена в модуле *Pressure Acoustics* без учета вязких и тепловых пограничных слоев. Затем полная комплексная собственная частота ω_{tot} была рассчитана с использованием условия *Thermoviscous Boundary Layer Impedance* на стенках метаатома в модуле *Pressure Acoustics*, что позволи-

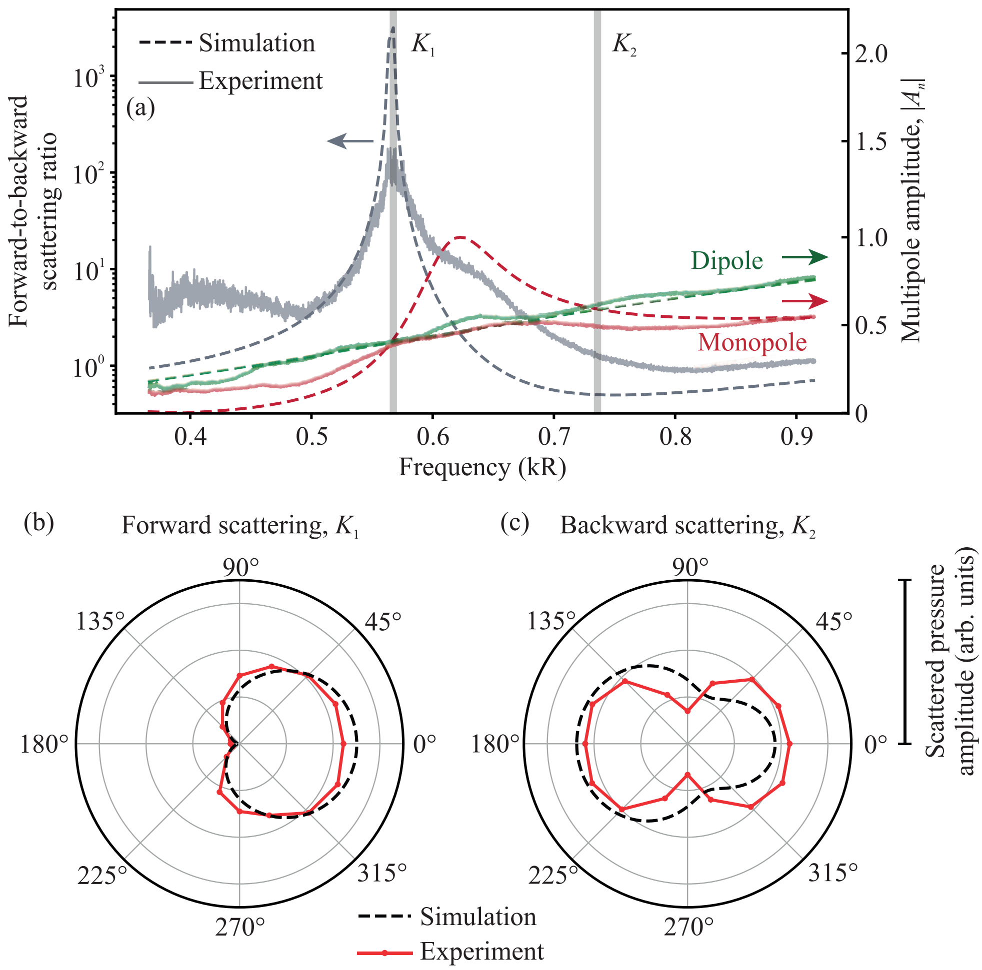

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Отношение интенсивностей переднего и заднего рассеяния, полученная по результатам моделирования и эксперимента; (b), (c) – рассчитанные и измеренные диаграммы направленности на частотах, соответствующих первому и второму условиям Керкера, т.е. максимуму переднего и заднего рассеяния соответственно. Использованный в моделировании и эксперименте метаатом имеет следующие геометрические параметры: $R = 4$ см, $r = 1$ см, $a = 6.2$ мм, 5 секций, 3 изгиба канала

ло учесть вязкие и тепловые потери в пограничных слоях. Мнимые части этих собственных частот определяют скорости затухания мод, а добротности вычисляются как

$$Q_{\rm rad} = \frac{\mathrm{Re}\{\omega_{\rm rad}\}}{2\,|\mathrm{Im}\{\omega_{\rm rad}\}|},\ Q_{\rm diss} = \frac{\mathrm{Re}\{\omega_{\rm tot}\}}{2\,|\mathrm{Im}\{\omega_{\rm tot}\} - \mathrm{Im}\{\omega_{\rm rad}\}|}. \tag{3}$$

Для эффективного использования резонансных свойств метаатома необходимо выполнение условия $Q_{\rm rad} \ll Q_{\rm diss}$. Финальная геометрия метаатома была оптимизирована путем анализа зависимости резонансной частоты и отношения радиационной и внутренней добротностей $Q_{\rm rad}/Q_{\rm diss}$ от ширины канала, приведенной на рис. 4. Видно, что смещение резонансных частот при изменении ширины невелико (рис. 4a), тогда как добротности, связанные с внутренними и радиационными потерями, существенно зависят от ширины канала (рис. 4b, c). В частности, внутренняя добротность растет линейно с ka, тогда как радиационная добротность обратно пропорциональна ka. Такое поведение может быть получено аналитически, поскольку потери в лабиринтных метаатомах хорошо аппроксимируются потерями в акустических каналах эквивалентной эффективной длины [21]. Внутренние и радиационные добротности открытого резонатора, поддерживающего плоские стоячие волны, могут быть эквивалентно записаны как [26]:

$$Q_{\rm rad(diss)} = \frac{k}{2\alpha_{\rm rad(diss)}}, \tag{4}$$

где k – действительная часть волнового числа, а $\alpha_{\rm rad(diss)}$ – коэффициент затухания, обусловленный

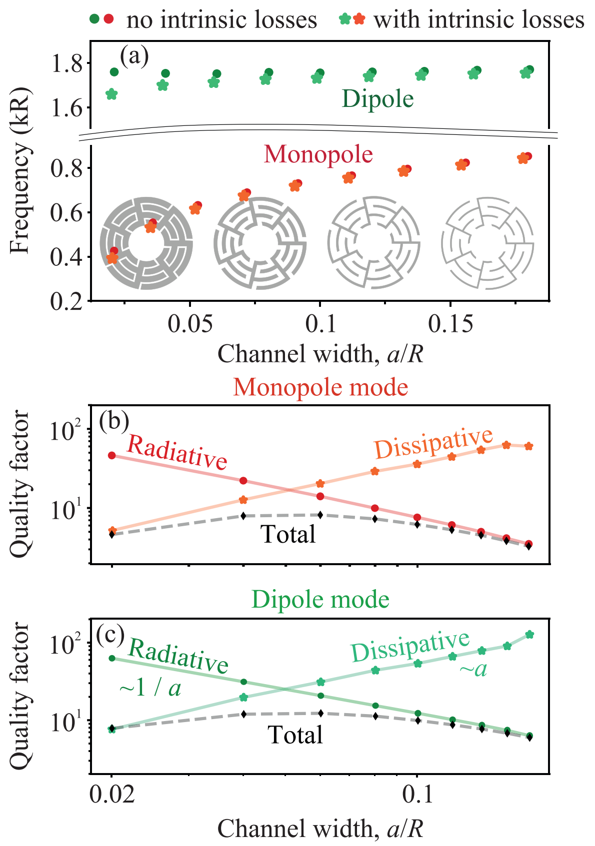

Рис. 4. (Цветной онлайн) (a) – Зависимость резонансных частот монопольной и дипольной мод от ширины канала метаатома. (b), (c) – Зависимость внутренних ($Q_{\rm diss}$), радиационных ($Q_{\rm rad}$) и полных ($Q_{\rm tot}$) добротностей монопольной (b) и дипольной (c) мод от ширины канала метаатома

излучением (внутренними потерями). Коэффициент затухания за счет излучения для трубы с одним открытым концом имеет вид $\alpha_{\rm rad} \propto k\,{\rm Re}\,[Z_{\rm rad}]$ [27], где ${\rm Re}\,[Z_{\rm rad}]$ – радиационное сопротивление открытого конца. При условии $ka \ll 1$ отверстие можно рассматривать как излучающий поршень; в двумерном случае радиационное сопротивление такого поршня при малых ka зависит как ${\rm Re}\,[Z_{\rm rad}] \propto ka$ [28]. В итоге получаем зависимость $Q_{\rm rad} \propto 1/a$.

Аналогично можно вывести зависимость внутренней добротности, если известна зависимость $\alpha_{\rm diss}$ от ширины канала. Для двумерного и трехмерного случаев [26, 29] выполняется $\alpha_{\rm diss} \propto \sqrt{k}/a$, откуда следует $Q_{\rm diss} \propto \sqrt{k}a$.

Полученные зависимости $Q_{\rm rad}$ и $Q_{\rm diss}$ хорошо согласуются с численными результатами, приведенными на рис. 4. Такая зависимость добротностей от ширины канала означает, что потери можно оптимизировать, изменяя геометрию канала, с тем чтобы облегчить наблюдение эффекта, что и было реализовано при выборе финальной геометрии метаатома.

Заключение. Впервые был продемонстрирован акустический аналог эффекта Керкера, с использованием лабиринтных резонаторов в двумерном волноводе. Путем оптимизации монопольных и дипольных резонансов лабиринтного метаатома было достигнуто рассеяние с высокой направленностью вперед, которое хорошо согласуется с теоретическими предсказаниями. Эффект рассеяния назад на частоте второго условия Керкера проявляется заметно слабее, что связано с существенными термовязкими потерями, снижающими добротность резонансов. В целом полученные результаты подтверждают возможность управления акустическими волнами на основе мультипольной интерференции и закладывают основу для создания направленных акустических устройств.

Финансирование работы. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант # 25-79-31027, https://rscf.ru/project/25-79-31027/.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. W. Liu and Y. S. Kivshar, "Generalized Kerker effects in nanophotonics and meta-optics", Opt. Express **26**, 13085 (2018).
2. D. Gao, W. Ding, M. Nieto-Vesperinas, X. Ding, M. Rahman, T. Zhang, C. T. Lim, and C. W. Qiu, "Optical manipulation from the microscale to the nanoscale: fundamentals, advances and prospects", Light Sci. Appl. **6**, e17039 (2017).
3. M. Kerker, D. S. Wang, and C. L. Giles, "Electromagnetic scattering by magnetic spheres", Light Sci. Appl. **73**, 765 (1983).
4. R. Alaee, R. Filter, D. Lehr, F. Lederer, and C. Rockstuhl, "A generalized Kerker condition for highly directive nanoantennas", Opt. Lett. **40**, 2645 (2015).
5. I. D. Toftul, K. Y. Bliokh, M. I. Petrov, and F. Nori, "Acoustic radiation force and torque on small particles as measures of the canonical momentum and spin densities", Phys. Rev. Lett. **123**, 183901 (2019).
6. M. Sun, X. Fang, D. Mao, X. Wang, and Y. Li, "Broadband acoustic ventilation barriers", Phys. Rev. Appl. **13**, 044028 (2020).
7. L. Wei and F. J. Rodríguez-Fortu no, "Far-field and near-field directionality in acoustic scattering", New J. Phys. **22**, 083016 (2020).
8. A. V. Poshakinskiy and A. N. Poddubny, "Optomechanical Kerker effect", Phys. Rev. X **9**, 011008 (2019).
9. V. S. Gerasimov, A. E. Ershov, R. G. Bikbaev, I. L. Rasskazov, I. L. Isaev, P. N. Semina, A. S. Kostyukov,

V. I. Zakomirnyi, S. P. Polyutov, and S. V. Karpov, “Plasmonic lattice Kerker effect in ultraviolet-visible spectral range”, Phys. Rev. B **103**, 035402 (2021).
10. T. Liu, R. Xu, P. Yu, Z. Wang, and J. Takahara, “Multipole and multimode engineering in Mie resonance-based metastructures”, Nanophotonics **9**, 1115 (2020).
11. D. Baresch, J. L. Thomas, and R. Marchiano, “Observation of a single-beam gradient force acoustical trap for elastic particles: acoustical tweezers”, Phys. Rev. Lett. **116**, 024301 (2016).
12. M. Tsimokha, V. Igoshin, A. Nikitina, I. Toftul, K. Frizyuk, and M. Petrov, “Acoustic resonators: Symmetry classification and multipolar content of the eigenmodes”, Phys. Rev. B **105**, 165311 (2022).
13. H. W. Wu, W. Li, S. L. Cheng, Y. Q. Yin, and Z. Q. Sheng, “Acoustic generalized Kerker effect”, Appl. Phys. Express **14**, 095501 (2021).
14. M. Smagin, I. Toftul, K. Y. Bliokh, and M. Petrov, “Acoustic lateral recoil force and stable lift of anisotropic particles”, Phys. Rev. Appl. **22**, 064041 (2024).
15. I. Toftul, S. Golat, F. J. Rodríguez-Fortuno, F. Nori, Y. Kivshar, and K. Y. Bliokh, “Radiation forces and torques in optics and acoustics”, arXiv:2410.23670.
16. I. Toftul, Y. S. Kivshar, and M. Lapine, “Acoustic angular sorting of resonant subwavelength particles”, Phys. Rev. Appl. **24**, 034019 (2025).
17. J. M. Geffrin, B. García-Cámara, R. Gómez-Medina, P. Albella, L. S. Froufe-Pérez, C. Eyraud, A. Litman, R. Vaillon, F. González, M. Nieto-Vesperinas, J. J. Sáenz, and F. Moreno, “Magnetic and electric coherence in forward- and back-scattered electromagnetic waves by a single dielectric subwavelength sphere”, Nat. Commun. **3**, 1171 (2012).
18. Y. Cheng, C. Zhou, B. G. Yuan, D. J. Wu, Q. Wei, X. J. Liu, “Ultra-sparse metasurface for high reflection of low-frequency sound based on artificial Mie resonances”, Nat. Mater. **14**, 1013 (2015).
19. T. Zhang, E. Bok, M. Tomoda, O. Matsuda, J. Guo, X. Liu, and O. B. Wright, “Compact acoustic metamaterial based on the 3D Mie resonance of a maze ball with an octahedral structure”, Appl. Phys. Lett. **120**, 161701 (2022).
20. C. Shi, R. Zhao, Y. Long, S. Yang, Y. Wang, H. Chen, J. Ren, and X. Zhang, “Observation of acoustic spin”, Natl. Sci. Rev. **6**, 707 (2019).
21. X. Wang, J. Wang, Z. Ma, I. Deriy, M. Song, A. Bogdanov, and Y. Chen, “Stacked space-folded acoustic metasurfaces for the flexible control of sound absorption”, APL Mater. **12**, 021111 (2024).
22. J. Jordaan, S. Punzet, A. Melnikov, A. Sanches, S. Oberst, S. Marburg, and D. A. Powell, “Measuring monopole and dipole polarizability of acoustic metaatoms”, Appl. Phys. Lett. **113**, 224102 (2018).
23. X. Zhu, B. Liang, W. Kan, Y. Peng, and J. Cheng, “Deep-subwavelength-scale directional sensing based on highly localized dipolar mie resonances”, Phys. Rev. Appl. **5**, 054015 (2016).
24. D. T. Blackstock, *Fundamentals of Physical Acoustics* (John Wiley & Sons, N.Y., 2000).
25. S. Du, D. Zhang, X. Sun, X. Chen, and G. Zhang, “Model analysis and experiment study for effects of thermal viscous and fluid flow on ventilated acoustic metamaterials labyrinth”, Sci. Rep. **14**, 27200 (2024).
26. L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, and J. V. Sanders, *Fundamentals of Acoustics* (John Wiley & Sons, N.Y., 2000).
27. M. A. Isakovich, *General Acoustics* (Nauka, Moscow, 1973).
28. T. Mellow, and L. Kärkkäinen, “On the sound fields of infinitely long strips”, J. Acoust. Soc. Am. **130**, 153 (2011).
29. P. A. Cotterill, D. Nigro, I. D. Abrahams, E. Garcia-Neefjes, and W. J. Parnell, “Thermo-viscous damping of acoustic waves in narrow channels: A comparison of effects in air and water”, J. Acoust. Soc. Am. **144**, 3421 (2018).