Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 4, с. 257 – 263 © 2026 г. 25 февраля

Диссипативное Ван-дер-Ваальсово и зеркальное взаимодействие атомов кэВ-ных энергий с поверхностью металла при скользящих отражениях[1)]

Г. В. Дедков[2)]

Кабардино-Балкарский государственный университет, 360004 Нальчик, Россия

Поступила в редакцию 19 декабря 2025 г.
После переработки 8 января 2026 г.
Принята к публикации 8 января 2026 г.

В статье рассматриваются энергетические потери нейтральных атомных пучков кэВ-ных энергий при скользящих отражениях от аморфной поверхности металла. Получены выражения для различных составляющих этих потерь, включающие диссипативное Ван-дер-Ваальсово, зеркальное электродинамическое и неупругое электронное взаимодействие. В случае скользящего отражения атомов натрия и калия от поверхности алюминия результаты расчетов показывают, что Ван-дер-Ваальсова компонента энергетических потерь может доминировать или быть достаточно заметной при поперечных энергиях $0.5 \div 2$ эВ.

DOI: 10.31857/S0370274X26020152

Диссипативные эффекты в режиме Ван-дер-Ваальсова взаимодействия атомов с поверхностью твердых тел впервые начали обсуждаться несколько десятилетий назад [1–3]. В [1, 2], в частности, исследовалась генерация электрон-дырочных пар на поверхности Ge и p–n перехода InP при рассеянии атомов Xe (2–15 эВ). Однако анализ этого эксперимента,проведенный в [3] с использованием формализма собственной энергии [4, 5], обнаружил значительное несоответствие (в меньшую сторону) вычисленной вероятности генерации электрон-дырочных пар по сравнению с наблюдавшейся (0.2 на один атом Xe). Расхождение было отнесено к эффекту нагрева поверхности атомным пучком и, соответственно, влиянию теплового возбуждения. Насколько известно автору, других попыток измерений диссипативных сил Ван-дер-Ваальса–Казимира–Лифшица или связанных с ними эффектов с нейтральными атомными пучками гипертепловых и более высоких энергий не предпринималось, хотя проблема их обнаружения в различных физических условиях уже давно привлекает внимание исследователей (см. обзоры [6–9]).

Расчеты возможных Ван-дер-Ваальсовых потерь энергии атом-ионных пучков He и Cs при прохождении над поверхностью алюминия и при отражении от поверхности нескольких полупроводников и диэлектриков проводились в [10, 11]. Оценки этих потерь были малы, но в настоящее время появились основания для обсуждения этого вопроса с более реалистичным учетом параметров и специфики малоуглового отражения нейтральных атомов от поверхности–процесса, также вызывающего интерес в последнее время [12–20]. В частности, авторы [17] обратили внимание на роль зеркального взаимодействия при радужном рассеянии атомов от ориентированной поверхности алюминия при их поперечной энергии в несколько эВ и общей энергии 1–100 кэВ. При этих условиях зеркальное взаимодействие атома с поверхностью оказывает существенное влияние на его движение вблизи точки отражения ($\sim 1 \div 2$ Å от поверхности), а диссипативная составляющая зеркальной силы вносит вклад в результирующие энергетические потери. В отличие от торможения голых ионов [21–23], в этих расчетах необходимо учитывать структуру электронной оболочки атома. Другая часть потерь энергии связана с вкладом диссипативной составляющей силы Ван-дер-Ваальса на почти прямолинейных участках траектории до и после отражения. В то же время притягивающая компонента силы Ван-дер-Ваальса на этих участках может не учитываться. Кроме того, надо принимать во внимание неупругие потери энергии на электронное возбуждение атомов, скорректированные надлежащим образом. Потерями на ядерное торможение можно пренебречь, так как траектория проходит да-

[1)]См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ru

[2)]e-mail: gv_dedkov@mail.ru

леко от ядер атомов металла. Таким образом, энергетические потери при скользящем отражении включают несколько составляющих. Целью статьи является расчет этих составляющих и оценка вклада диссипативной силы Ван-дер-Ваальса в энергетические потери зеркально отраженных атомов.

В отличие от [10, 11], будем рассматривать скользящее взаимодействие без изменения зарядового состояния атома, считая поверхность металла гладкой и аморфной для исключения ориентационных эффектов. Используем такую же схему взаимодействия, как в [11], принимая, что атом движется с нерелятивистской скоростью $v \ll c$ под малым углом $\psi \ll 1$ к поверхности (рис. 1). Декартову систему координат выберем так, чтобы ее ось x была параллельна направлению продольной скорости $v_{\parallel}$.

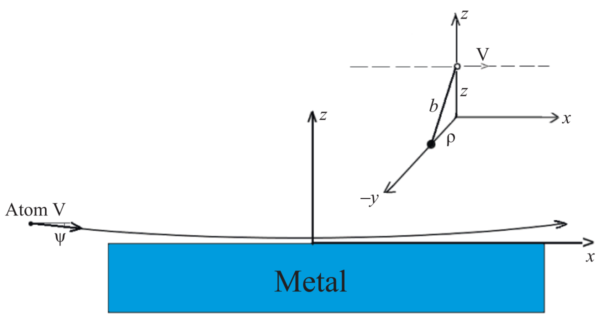

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема скользящего взаимодействия атома с поверхностью

Сначала рассмотрим зеркальное взаимодействие. При скользящем движении атом движется почти параллельно поверхности, а его поперечная скорость мала: $v_{\perp} = v\psi \ll v_{\parallel} \approx v$, поэтому плотность электрического заряда атома в пространственно-временной точке (x, y, z, t) можно записать в виде (здесь и везде далее используем атомные единицы $e = m_e = \hbar = 1$, a_B – радиус Бора)

$$\rho(x, y, z, t) \cong Z\delta(x - vt)\delta(y)\delta(z - z_0) - \\ - \rho_e(\sqrt{((x - vt)^2 + y^2 + (z - z_0)^2}), \quad (1)$$

где $\rho_e(x, y, z)$ – атомная плотность электронов, а z_0 представляет некоторое эффективное расстояние ядра атома от поверхности, соответствующее протяженному участку траектории по сравнению с характерными межатомными расстояниями атомов мишени. Для вычисления зеркальных сил взаимодействия воспользуемся уравнением Пуассона

$$\Delta\Phi(x, y, z, t) = -4\pi\rho(x, y, z, t) \quad (2)$$

для потенциала Φ электромагнитного поля. Функция $\Phi(x, y, z, t)$ должна удовлетворять стандартным условиям непрерывности потенциала и индукции электрического поля на границе поверхности $z = 0$. Решение уравнения (2) для голых заряженных частиц было получено многими авторами как при параллельном, так и при перпендикулярном к поверхности движении (см., например, [21–23]). В том числе рассматривался и случай нелокальной диэлектрической функции металла. Мы ограничимся локальным приближением для $\varepsilon(\omega)$ и используем аналитическую аппроксимацию атомной плотности электронов в модели Хартри–Фока (HF) [24], записывая $\rho_e(r)$ в виде (подробнее см. дополнительные материалы)

$$\rho_e(r) = \frac{N}{4\pi r}\sum_{i=0}^{n} c_i\lambda_i^2 \exp(-\lambda_i r) + \frac{N}{4\pi}\sum_{j=0}^{m} d_j\gamma_j^2 \exp(-\gamma_j r). \quad (3)$$

Для большей общности конечных результатов в (3) введен параметр N для полного числа электронов атома вместо заряда Z ядра. Формула (3) удобна по той причине, что при $d_j = 0$ она совпадает по форме с широко используемыми модельными распределениями типа Томаса–Ферми–Мольера [25]. С учетом (1) и (3) решение уравнения (2) находится с помощью фурье-преобразования Φ и ρ по координатам x, y и времени t (см. дополнительные материалы). В частности, фурье-образ функции (1) имеет вид ($\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ – двумерный волновой вектор)

$$\rho_{\omega\mathbf{k}}(z) = 2\pi Z\delta(\omega - k_x v)\delta(z - z_0) - \rho_{\omega\mathbf{k}}^{(e)}(z), \quad (4)$$

$$\rho_{\omega\mathbf{k}}^{(e)}(z) = \pi N\delta(\omega - k_x v)\left(\sum_{i=0}^{n} c_i \frac{\lambda_i^2}{\tilde{\lambda}_i^2} e^{-\tilde{\lambda}_i|z - z_0|} + \right. \\ \left. + \sum_{j=0}^{m} d_j \frac{\gamma_j^3}{\tilde{\gamma}_j^3}(1 + \tilde{\gamma}_j|z - z_0|e^{-\tilde{\gamma}_j|z - z_0|}\right), \quad (5)$$

где $\tilde{\lambda}_i = (\lambda_i^2 + k^2)^{1/2}$, $\tilde{\gamma}_j = (\gamma_j^2 + k^2)^{1/2}$, а индуцированный потенциал поверхности, соответственно, записывается в виде

$$\phi_{\omega\mathbf{k}}^{ind}(z) = -(2\pi)^2 \frac{\Delta(\omega)}{k}\delta(\omega - k_x v) \times \\ \times \left((Z - N)e^{-k(z + z_0)} + \frac{N}{2}B(k, z_0)e^{-kz}\right), \quad (6)$$

$$B(k, z_0) = \sum_{i=0}^{n} c_i \frac{\lambda_i^2}{\tilde{\lambda}_i(\tilde{\lambda}_i - k)} e^{-\tilde{\lambda}_i z_0} + \sum_{j=0}^{m} d_j \frac{\gamma_j^3}{\tilde{\gamma}_j^3(\tilde{\gamma}_j - k)} \times \\ \times \left(1 + \tilde{\lambda}_j z_0 + \frac{\tilde{\lambda}_j}{(\tilde{\lambda}_j - k)}\right) e^{-\tilde{\gamma}_j z_0}, \quad (7)$$

где $\Delta(\omega) = \frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega) + 1}$. Фурье-компоненты проекций индуцированного электрического поля поверхности, действующего на атом, связаны с $\phi^{ind}_{\omega\mathbf{k}}(z)$ соотношениями $E^{ind}_{\omega\mathbf{k},z} = k\phi^{ind}_{\omega\mathbf{k}}(z)$ и $E^{ind}_{\omega\mathbf{k},x} = -ik_x\phi^{ind}_{\omega\mathbf{k}}(z)$. Умножая их на плотность заряда (1), и проводя интегрирование по всем переменным в сочетании с прямым фурье-преобразованием, получим выражения для зеркальной силы притяжения F_z и силы торможения F_x, зависящих от расстояния z_0:

$$F_z = -\frac{Z^2}{\pi}\int\limits_0^\infty dkkY(k,z_0)f_1(kv), \tag{8}$$

$$F_x = -\frac{Z^2}{\pi}\int\limits_0^\infty dkkY(k,z_0)f_2(kv), \tag{9}$$

$$Y(k,z_0) = q^2e^{-2kz_0} + q(1-q)e^{-kz_0}B(k,z_0) + + \frac{(1-q)^2}{4}B(k,z_0)^2, \tag{10}$$

$$f_1(x) = \int\limits_0^\pi d\varphi\,\mathrm{Re}(\Delta(x\cos\varphi)), \tag{11}$$

$$f_2(x) = \int\limits_0^\pi d\varphi\cos\varphi\,\mathrm{Im}(\Delta(x\cos\varphi)), \tag{12}$$

где $q = 1 - N/Z$. В этих конечных выражениях можно опустить индекс у z_0. Зеркальный потенциал $U_m(z)$ связан с силой F_z обычным соотношением $F_z = -(dU_m)/dz$, но в общем случае простого выражения для U_m не получается, и U_m удобнее находить численным интегрированием силы (8). Кроме потенциала $U_m(z)$, на атом действует "обычный" потенциал со стороны атомов поверхности. Для него используем стандартное непрерывное приближение [26]

$$U_a(z) = 2\pi n\int\limits_z^\infty dy\int\limits_0^\infty d\rho\rho V_a((\rho^2+y^2)^{1/2}), \tag{13}$$

где $V_a(r)$ – парный потенциал взаимодействия атома с атомами мишени, n – объемная концентрация атомов. Таким образом, результирующий потенциал взаимодействия атома с поверхностью металла определяется суммой $U(z) = U_a(z) + U_m(z)$. Считая траекторию симметричной относительно точки отражения, для потерь энергии атома на всей траектории при однократном зеркальном отражении получим

$$\Delta E_m = \frac{2}{\psi_{in}}\int\limits_{z_m}^\infty F_x(z)\frac{dz}{\sqrt{1-U(z)/E_\perp}}, \tag{14}$$

где $E_\perp = E\psi^2_{in}$ – начальная поперечная энергия, $F_x(z)$ определяется формулой (9) при $z = z_0$, а z_m – минимальное расстояние от поверхности, определяемое из уравнения $U(z_m) = E_\perp$. Отрицательный зеркальный потенциал $U_m(z)$ сдвигает точку отражения ближе к поверхности, поэтому интеграл (14) зависит от z_m и $U_m(z)$ (см. рис. 2a и рис. S1 в дополнительных материалах).

Для расчета тормозных потерь на диссипативное Ван-дер-Ваальсово взаимодействие используем нерелятивистское дипольное приближение флуктуационной электродинамики [9] (формула (78) в [9] после интегрирования по компоненте k_y волнового вектора)

$$F_x(z) = \frac{2\hbar}{\pi^2}\int\limits_0^\infty dk_xk_x^3[K_0(2k_xz) + K_2(2k_xz)] \times \times \int\limits_0^{k_xv} d\omega\,\mathrm{Im}(\Delta(\omega))\mathrm{Im}(\alpha(\omega - k_xv)), \tag{15}$$

где $K_{0.2}(x)$ – модифицированные функции Бесселя, $\alpha(\omega)$ – дипольная поляризуемость атома, определяемая выражением (f_{0n}, ω_{0n}, γ_{0n} – сила осциллятора, частота перехода и ширина уровня)

$$\alpha(\omega) = \sum_n \frac{f_{0n}}{\omega^2_{0n} - \omega^2 - i\gamma_{0n}\omega}. \tag{16}$$

После выделения мнимой части в пределе $\gamma_{0n} \to 0$ из (16) следует

$$\mathrm{Im}\alpha(\omega) = \frac{\pi}{2}\sum_n \frac{f_{0n}}{\omega_{0n}}(\delta(\omega - \omega_{0n}) - \delta(\omega + \omega_{0n})), \tag{17}$$

и после подстановки (17) в (15) получим

$$F_x(z) = -\frac{\hbar}{\pi}\sum_n \frac{f_{0n}}{\omega_{0n}}\left(\frac{\omega_{0n}}{v}\right)^4 f_3(\omega_{0n}, 2\omega_{0n}z/v), \tag{18}$$

$$f_3(x,y) = \int\limits_1^\infty dtt^3\mathrm{Im}[\Delta(x(t-1))](K_0(yt) + K_2(yt)). \tag{19}$$

Потеря энергии на всей траектории выражается формулой (14) с подстановкой $F_x(z)$ из (18), но нижний предел интегрирования $\tilde{z}_m$ следует выбрать в области действия Ван-дер-Ваальсовой силы (в этом случае $\tilde{z}_m \geq z_m$).

При вычислении вклада потерь на электронное возбуждение используем приближение Фирсова (формула (10) в [27]), в котором потеря энергии ΔE

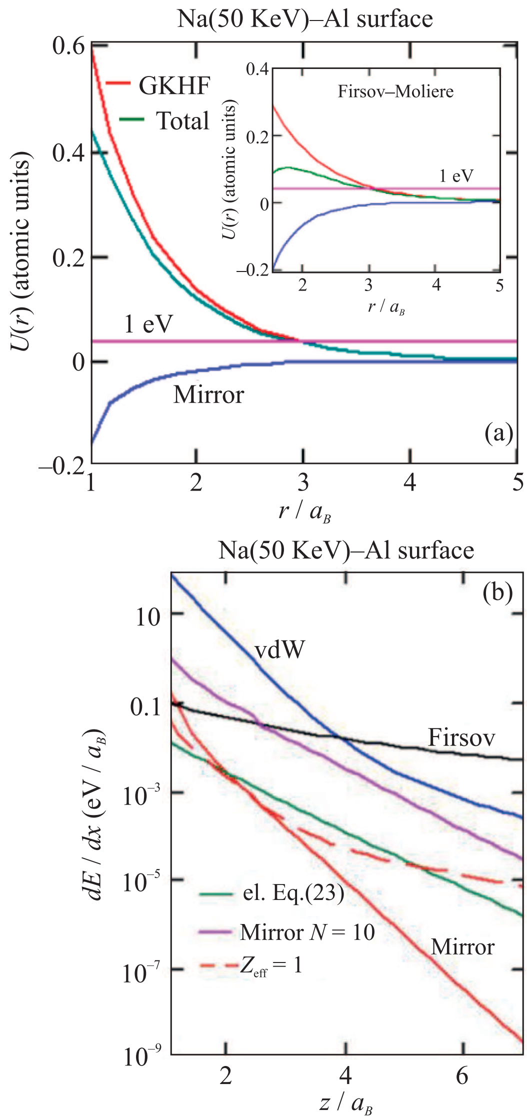

Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Потенциал взаимодействия атома Na с поверхностью алюминия: GKHF – усредненный потенциал (13), вычисленный по модели Гордона–Кима (GK) [29] с электронными плотностями Хартри–Фока (HF) [24]; “mirror” – зеркальный потенциал, “total” – суммарный потенциал; горизонтальная линия соответствует поперечной энергии $E_\perp = 1$ эВ; на вставке – расчет в приближении Фирсова–Мольер. (b) – Тормозная способность атома Na с начальной энергией 50 кэВ в зависимости от расстояния до поверхности: кривые “mirror” и “mirror ($N = 10$)” вычислены по формулам (9) и (10) при $N = 11$ и $N = 10$, соответственно; пунктирная кривая – приближение “голого иона” с зарядом $Z_{\text{eff}} = 1$; кривая “electron” – вклад электронного торможения по формуле (23); vdW – вклад Ван-дер-Ваальсова торможения (18); кривая “Firsov” – расчет по оригинальной формуле Фирсова (см. дополнительные материалы)

атома с зарядом ядра Z_1 при столкновении с атомом мишени с зарядом ядра Z_2 имеет вид

$$\Delta E(b) = \frac{1.77}{\pi}(Z_1+Z_2)^{5/3} v \int_0^\infty dy y^2 \frac{\chi^2(\sqrt{y^2+y_0^2})}{(y^2+y_0^2)}, \tag{20}$$

где $\chi(x)$ – функция Томаса–Ферми, $y_0 = b/2a$, $a = 0.8853/\sqrt[3]{Z_1+Z_2}$, b и v – прицельный параметр и скорость налетающего атома (рис. 1). В отличие от оригинального расчета [27], для $\chi(x)$ используем приближением Мольер [25] с параметрами $\alpha_i = (0.1, 0.55, 0.35)$, $\beta_i = (6, 1.2, 0.3)$:

$$\chi(x) = \sum_i \alpha_i \exp(-\beta_i x). \tag{21}$$

При подстановке (21) в (20) интеграл приводится к виду

$$I(b) = \sum_i \sum_j \alpha_i \alpha_j f((\beta_i+\beta_j)b/2a), \tag{22}$$

где $f(x) = \int_x^\infty dy K_1(y)/y$, $K_1(y)$ – модифицированная функция Бесселя. Подставляя (22) в (20), и интегрируя по прицельным параметрам атомов аморфной мишени на единице длины пути, аналогично [11], получим тормозную способность (силу торможения)

$$\frac{dE}{dx} = F_x(z) = \frac{3.54}{\pi}(Z_1+Z_2)^{5/3} n v \times$$
$$\times \int_z^\infty d\rho\rho \arccos\left(\frac{z}{(\sqrt{z^2+\rho^2})}\right) I(\sqrt{z^2+\rho^2}). \tag{23}$$

Результаты расчета отдельных вкладов в тормозную способность и в результирующие ожидаемые энергетические потери атомов Na при скользящем отражении от поверхности аморфного алюминия приведены на рис. 2, 3 и в дополнительных материалах для атомов K. Выбор атомов обусловлен наличием интенсивных линий поглощения с малыми частотами и величиной отношения M/E для усиления Ван-дер-Ваальсова вклада (формула (18)). Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\omega)$ алюминия была взята в табулированном виде из [28] с аппроксимацией Друде в сторону низких частот. Парные потенциалы отталкивания Na–Al и K–Al вычислялись по модели Гордона–Кима (GK) [29] с электронными плотностями [24] (формула (3)), а также в приближении Фирсова–Мольера [25, 30]. Силы осцилляторов и частоты линий поглощения атомов Na и K были взяты из [31]. Расчеты проводились при общей энергии атомов 25, 50, 100 кэВ, и поперечной энергии в диапазоне $0.1 \le E_\perp \le 3$ эВ. Парные потенциалы

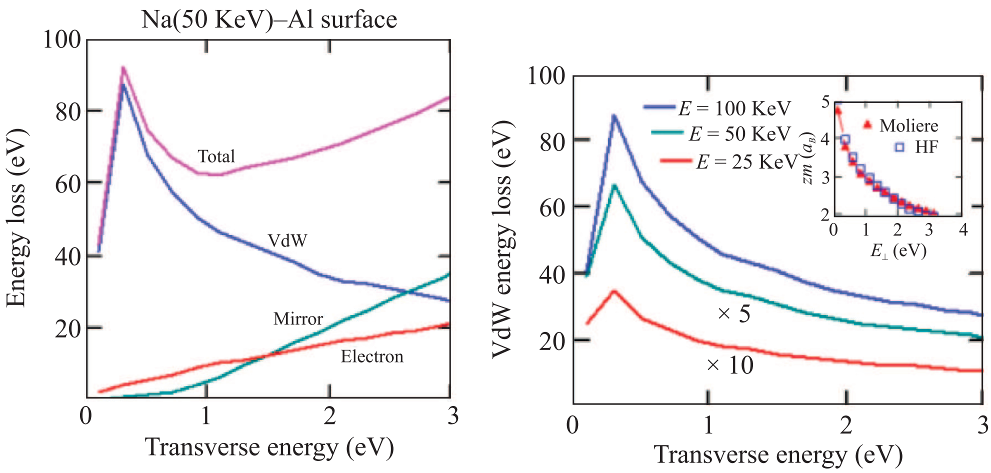

Рис. 3. (Цветной онлайн) Результирующие потери энергии атома Na при отражении от поверхности алюминия в зависимости от поперечной энергии: (a) – отдельные составляющие и суммарная величина; кривая vdW вычислена по формулам (14) и (18); кривые "mirror" и "electron" соответствуют вкладам зеркального и электронного торможения; (b) – Ван-дер-Ваальсовы потери энергии. Данные на кривых внизу увеличены в 10 и 5 раз. Вставка: зависимости точек отражения z_m от поперечной энергии в приближении GKHF и Фирсова–Мольера

усреднялись по формуле (13), суммировались с зеркальными вкладами и подставлялись в (14). Ван-дер-Ваальсовы потери энергии рассчитывались на участках траектории, удаленных от поверхности на расстояния $z \geq 4a_B$.

Как следует из рис. 2, 3, Ван-дер-Ваальсовы потери энергии атомов Na значительно превышают вклады зеркальных сил торможения и неупругих электронных потерь при $0.3 \leq E_\perp \leq 1$ эВ, и имеют такой же порядок величины при $1 \leq E_\perp \leq 3$ эВ. При начальной энергии пучка $25 \leq E \leq 100$ кэВ отсюда следует $\delta E/E \sim 10^{-3} \div 10^{-4}$, что накладывает ограничения на точность контроля энергии в эксперименте на уровне $10^{-4} \div 10^{-5}$ от величины энергии E. При использовании времяпролетной схемы детектирования с длиной базы L соответствующее изменение времени пролета составит $\Delta t = 0.5L\sqrt{M/2E}\delta E/E$. В частности, для атома натрия при $L = 2$ м , $\delta E \sim 1$ эВ и $25 \leq E \leq 100$ кэВ получим оценку Δt на уровне нескольких наносекунд. Отношение $\delta E/E$ можно значительно увеличить в схеме многократного отражения при прохождении атомов в плоских или капиллярных каналах. При этом допустимое уменьшение величины поперечной энергии (при такой же полной энергии) приведет к увеличению вклада Ван-дер-Ваальсовых потерь, поскольку точка отражения сильнее отдаляется от поверхности. Это открывает возможности изучения диссипативных сил Ван-дер-Ваальса в экспериментах по малоугловому отражению атомных пучков от поверхности с контролем энергии после взаимодействия. В заключение заметим, что обеспечение точности теоретических расчетов энергетических потерь на уровне $\delta E \sim 1$ эВ, на взгляд автора, представляется значительно менее критичным. Об этом свидетельствуют недавние результаты анализа прохождения и рассеяния атомов в плотных слоях вещества и радужного рассеяния от поверхности [17, 19–20]. Вопрос о скользящих отражениях от ориентированной кристаллической поверхности требует отдельного рассмотрения.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Кабардино-Балкарского государственного университета. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. A. Amirav and M. J. Cardillo, "Electron-hole pair creation by atomic scattering at surfaces", Phys. Rev. Lett. **57**, 2299 (1986).
2. A. Amirav, W. R. Lambert, M. J. Cardillo, P. L. Trevor, P. N. Luke, and E. E. Haller, "Electron-hole pair creation at a Ge(100) surface by ground-state neutral Xe atoms", J. Appl. Phys. **59**, 2213 (1986).
3. J. F. Annett and P. M. Echenique, "Long-range excitation of electron-hole pairs in atom-surface scattering", Phys. Rev. B **36**, 8986 (1987).
4. J. F. Annett and P. M. Echenique, "Van der Waals interaction between an atom and a surface at finite separations", Phys. Rev. B **34**, 6853 (1986).

5. T. L. Ferrell and R. H. Ritchie, "Dynamical and geometrical effects on the physisorption of atoms", Phys. Rev. A **21**, 1305 (1980).
6. M. Kardar and R.Golestanian, "The "friction" of vacuum, and other fluctuation-induced forces", Rev. Mod. Phys. **71**, 1233 (1999).
7. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, "Near-field radiative heat transfer and noncontact friction", Rev. Mod. Phys. **79**, 1291 (2007).
8. K. A. Milton, T. S. Hoye, and I. Brevik, "The reality of Casimir friction", Symmetry **8**, 29 (2016).
9. Г. В. Дедков, А. А. Кясов, "Флуктуационно-электромагнитное взаимодействие в условиях динамической и тепловой неравновесности", УФН **187**(6), 599 (2017) [G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, "Fluctuation-electromagnetic interaction under dynamic and thermal nonequilibrium conditions", Phys.-Uspekhi **60**(6), 599 (2017)].
10. G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, "Long-range nonconservative interactions of moving neutral atoms with surface plasmons: A possibility of experimental verification", Nucl. Instr. Meth. B **183**, 241 (2001).
11. G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, "Grazing incidence energy loss of an atomic beam in thermal evanescent field of polaritons near a smooth dielectric/semiconductor surface", Nucl. Instr. Meth. B **237**, 507 (2005).
12. A. Schuller, S. Wethekam, A. Mertens, K. Maas, H. Winter, and K. Gartner, "The structure of clean and adsorbate covered surfaces as well as of ultrathin films can be investigated by grazing scattering of fast atoms", Nucl. Instr. Meth. B **230**, 172 (2005).
13. A. Schuller and H. Winter, "Interaction potentials for Na, Al and Ar atoms from rainbow scattering under axial surface channeling from Al(111) and Al(001) surfaces", Nucl. Instr. Meth. B **256**, 122 (2007).
14. А. В. Казаков, В. С. Малышевский, "О динамическом взаимодействии нейтральных атомов с поверхностью кристалла при скользящих падениях", Письма в ЖТФ **37**(17), 98 (2011) [A. V. Kazakov and V. Malyshevsky,"Dynamic interaction of neutral atoms with crystal surface at grazing incidence", Tech. Phys. Lett. **37**(9), 835 (2011)].
15. А. Н. Зиновьев, "Потенциалы межатомного взаимодействия при соударении частиц с энергиями 1–300 кэВ", ЖТФ **78**, 15 (2008) [A. N. Zinoviev, "Interatomic interaction potentials in collisions of particles with energies 1–300 keV", Tech. Phys. **53**, 13 (2008)].
16. A. N. Zinoviev and K. Nordlund, "Comparison of repulsive interatomic potentials calculated with an all-electron DFT approach with experimental data", Nucl. Instr. Meth. B **406**, 511 (2017).
17. П. Ю. Бабенко, Д. С. Мелузова, А. П. Солоницына, А. П. Шергин, А. Н. Зиновьев, "Радужное рассеяние атомов инертных газов на поверхности кристаллов алюминия и серебра", ЖЭТФ **155**, 612 (2019) [P. Yu. Babenko, D. S. Meluzova, A. P. Solonitsyna, A. P. Shergin, and A. N. Zinoviev, "Rainbow scattering of inert gas atoms on aluminum and silver crystal surfaces", JETP **128**(4), 523 (2019)].
18. В. С. Малышевский, "Рассеяние быстрых атомов и ионов кристаллической поверхностью. Ориентационные эффекты. (Обзор)", ФТТ **62**(8), 1143 (2020) [V. Malyshevsky, "Scattering of fast atoms and ions by a crystalline surface: orientation effects", Phys. Solid State **62**(8), 1289 (2020)].
19. П. Ю. Бабенко, В. С. Михайлов, А. Н. Зиновьев, "Потенциал взаимодействия протонов и атомов водорода с металлами", Письма в ЖЭТФ **117**(10), 723 (2023) [P. Yu. Babenko, V. S. Mikhailov, and A. N. Zinoviev, "Interaction potential of protons and hydrogen atoms with metals", JETP Lett. **117**, 725 (2023)].
20. П. Ю. Бабенко, А. Н. Зиновьев, А. П. Шергин, "О торможении и рассеянии в веществе атомов с энергиями порядка килоэлектронвольт", УФН **194**(10), 1059 (2024) [P. Yu. Babebko, A. N. Zinoviev, and A. P. Shergin, "Stopping and scattering of keV-energy atoms in matter", Phys.-Uspekhi **67**, 1000 (2024)].
21. J. Heinrichs, "Response of metal surfaces to static and moving point charges and to polarizable charge distributions", Phys. Rev. B **8**, 1346 (1973).
22. R. Nunez, P. M. Echenique, and R. Y. Ritchie, "The energy loss of energetic ions moving near a solid surface", J. Phys. C: Solid State Phys. **13**, 4229 (1980).
23. F. J. Garcia de Abajo and P. M. Echenique, "Wake potential in the vicinity of a surface", Phys. Rev. B **46**, 2663 (1992).
24. R. Bonham and T. G. Strand, "Analytical expressions for the Hartree–Fock potential of neutral atoms and for the corresponding scattering factors for X rays and electrons", J. Chem. Phys. **39**, 2200 (1963).
25. G. Moliere, "Theorie der streuung schneller geladener teilchen I Einzelstreuung am abgeschirmten Coulomb-Feld", Z. Naturforsch. A **2**, 133 (1949).
26. М. А. Кумахов, А. С. Сабиров, "О полном внешнем отражении ионов от поверхности", Поверхность **6**, 36 (1986) [M. A. Kumakhov and A. S. Sabirov, "O polnom vneshnem otrazhenii ionov ot poverhnosti", Poverkhnost **6**, 36 (1986)].
27. О. Б. Фирсов, "Качественная трактовка средней энергии возбуждения электронов при атомных столкновениях", ЖЭТФ **36**, 1517 (1959) [O. B. Firsov, "A qualitative interpretation of the mean electron excitation energy in atomic collisions", Soviet Phys. JETP **9**(5), 1076 (1959)].

28. *Handbook of Optical Constants of Solids*, ed. by E. D. Palik (Academic Press, San Diego, London, Boston, N.Y., Sydney, Tokyo, Toronto, 1985).
29. R. G.Gordon and Y. S. Kim, "Theory for the Forces between Closed-Shell Atoms and Molecules", J. Chem. Phys. **56**, 3122 (1972).
30. О. Б. Фирсов, "Расчет потенциала взаимодействия атомов", ЖЭТФ **33**(5), 696 (1957) [O. B. Firsov, "Calculation of the interaction potential of atoms", Soviet Phys. JETP **6**(3), 534 (1958)].
31. А. А. Радциг, Б. М. Смирнов, *Справочник по атомной и молекулярной физике* (Атомиздат, М., 1980) [in Russian] [A. A. Radzig and B. M. Smirnov, *Atomic and Moleculat data Handbook* (Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, N.Y., Tokyo, 1985)].