Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 7, с. 464 – 469 © 2026 г. 10 апреля

Анизотропия двухфотонного перепутывания: операциональная оценка

С. П. Кулик[+*1)], Д. А. Куц[*], С. А. Подошведов[*], Ю. Н. Столяров[*], В. Л. Ушаков[*], М. В. Федоров[×○]

[+]Центр квантовых технологий, физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

[*]Лаборатория квантовой инженерии света, Южно-Уральский государственный университет, 454080 Челябинск, Россия

[×]Институт общей физики имени А. М. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия

[○]Высшая Школа экономики, 101000 Москва, Россия

Поступила в редакцию 19 февраля 2026 г.
После переработки 19 февраля 2026 г.
Принята к публикации 23 февраля 2026 г.

Выполнены эксперименты по измерению операциональной меры перепутывания двухкомпонентной квантовой системы – параметра Федорова. Исследовано влияние степени неколлинеарности источника перепутанных пар фотонов на величину этого параметра, который, в зависимости от условий эксперимента, может меняться в широких пределах. Результаты находятся в полном согласии с предложенной ранее аналитической оценкой.

DOI: 10.7868/S3034576626040033

1. Введение. Явление спонтанного параметрического рассеяния в двулучепреломляющих кристаллах (СПР), открытое в 1967 г. [1], и сегодня остается одним из основных способов получения перепутанных[2)] (entangled) бифотонных состояний. Известно также, что, в зависимости от условий наблюдения СПР, можно получать бифотонные состояния, перепутанные по таким параметрам, как время [3], поляризация [4–8], частота [9] или угловые переменные испускаемых фотонов [10–12]. Главной характеристикой перепутанных состояний является степень их перепутывания. Как известно, последняя может быть количественно характеризована рядом параметров, наиболее фундаментальным из которых является число Шмидта K [13]. К сожалению, очень часто прямое вычисление или, тем более, измерение этого параметра вызывает затруднения. Другим и более доступным квантификатором перепутывания является так называемый операциональный параметр Федорова R [14], определяемый через отношение ширин распределений безусловной и условной плотностей вероятности бифотонных состояний. Недавно был введен еще один квантификатор перепутывания, $R_{\rm diag}$, определяемый [15] как отношение ширин редуцированной матрицы плотности вероятности одиночного фотона $\rho_r(x_1, x_1')$ на диагоналях ее определения, $x = x_1'$ и $x_1 = -x_1'$, где x_1 и x_1' – некоторые “координаты” первого (“1”) и второго (“2”) фотонов пары. Параметры, используемые в этой работе, – R и $R_{\rm diag}$.

В 2025 году в работе М. Федорова [16] проведено теоретическое исследование перепутывания пространственных бифотонных состояний в наиболее общем виде: относительно полярных углов волновых векторов фотона в коллинеарном или неколлинеарном режимах СПР, а также при учете эффекта сноса лазерной накачки. В ней рассмотрены практически все режимы наблюдения углового перепутывания пар фотонов и предсказаны необычные, с точки зрения рассуждений “на пальцах”, свойства характеристики перепутывания R, связанные со специальным выбором условий наблюдения.

В настоящей работе, следуя стратегии, сформулированной в [16], выполнены некоторые эксперименты, которые полностью подтверждают основные выводы теории. Главным образом исследуется влияние степени неколлинеарности на параметр R. Подчеркнем, что выбор условий эксперимента – ориентация кристалла, направление сканирования, режим СПР, включая степень фокусировки накачки – существенно влияет на количественные характеристики перепутывания.

1)e-mail: sergei.kulik@physics.msu.ru

2)Следуя одному из первых русскоязычных обзоров по квантовой информации [2], Авторы предпочитают использование термина “перепутанные состояния” при обозначении англоязычного “entangled states”.

Для оценки ширин условных и безусловных распределений вероятности регистрации бифотонов с синхронизмом типа I воспользуемся следующими аналитическими соотношениями [16].

Условное распределение:

$$\frac{dW^{(\mathrm{c.})}(\theta_1)}{d\theta_1} = \exp\left[-\frac{w^2\pi^2}{2\lambda_p^2}\theta_1^2\right] \qquad (1)$$

дает угловую ширину на полувысоте $\Delta\theta_1^{(\mathrm{c.})} = \Delta(\theta_1 + \theta_2)_{\exp} = 0.75\frac{\lambda_p}{w} \approx 0.00212$.

Безусловное распределение определяется интегралом по угловым переменным второго фотона пары θ_2 от квадрата волновой функции бифотонов:

$$\Psi(\theta_1,\theta_2;\alpha) = \exp\left[-\frac{w^2\pi^2}{4\lambda_p^2}(\theta_1+\theta_2)^2\right] \times$$

$$\times \operatorname{sinc}\left\{\frac{\pi L}{8\lambda_p n_o(2\lambda_p)}\delta(\theta_1,\theta_2;\alpha)\right\} \qquad (2)$$

в которой приближенно $\delta(\theta_1,\theta_2;\alpha) = (\theta_1-\theta_2)^2 - 4\theta_0^2 - 4\zeta\cos\alpha|\theta_1+\theta_2|$, что дает

$$\frac{dW^{(\mathrm{u.c.})}(\theta_1)}{d\theta_1} = \operatorname{sinc}^2\left\{\frac{\pi L}{2\lambda_p n_o(2\lambda_p)}\theta_1^2\right\}. \qquad (3)$$

Таким образом, оцениваемый параметр перепутывания имеет вид

$$R = \Delta\theta_1^{(\mathrm{u.c.})}/\Delta\theta_1^{(\mathrm{c.})}. \qquad (4)$$

Чем больше параметр R, тем больше величина перепутывания двухфотонного состояния. Например, в часто встречающемся на практике случае неколлинеарного частотно-вырожденного режима генерации бифотонов [6] в состояниях Белла степень поляризационного перепутывания принимает максимально возможное значение для систем с дискретными переменными $R = 2$.

2. Экспериментальная установка. Экспериментальная установка представлена на рис. 1 (вид сверху). Генерация запутанных фотонов возникает при накачке кристалла BBO (β-борат бария) непрерывным полупроводниковым лазером (L) мощностью 70 мВт с центральной длиной волны 405 нм. Пучок лазера проходит через оптический изолятор OI. Полуволновая пластинка и призма Глана–Томпсона (GT) формируют вертикальную поляризацию (P) луча накачки. Кристалл вырезан под углом 29.8° к оптической оси для формирования коллинеарного, вырожденного синхронизма СПР первого типа. Главная плоскость кристалла расположена вертикально. Плоскость поляризации бифотонов – горизонтально.

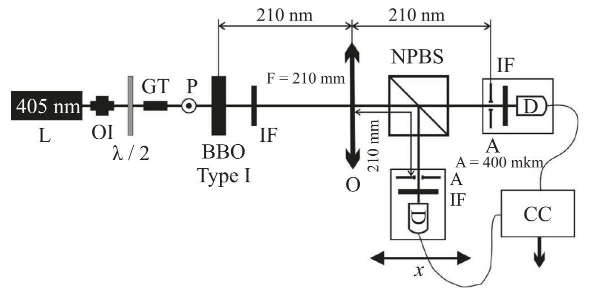

Рис. 1. Схема эксперимента. L – лазер; OI – оптический изолятор; $\lambda/2$ – полуволновая пластина; GT – призма Глана–Томпсона; P – направление поляризации луча накачки; BBO – кристалл β-бората бария; IF – интерференционные фильтры; O – объектив; F – величина фокуса объектива; NPBS – неполяризационный пучковый делитель; D – однофотонный детектор; A – диафрагма с апертурой A = 400 мм; CC – счетчик совпадений; x – смещение датчика

Излучение накачки и бифотоны разделяются по частотам с помощью интерференционного (IF) фильтра 810 нм с шириной полосы FWHM = 10 нм. На расстоянии 210 мм от кристалла установлен объектив (O) с фокусным расстоянием F = 210 мм. С другой стороны объектива установлен неполяризационный светоделитель (NPBS).

Поскольку (IF) фильтр все же пропускает часть накачки, что вызывает паразитную широкополосную флюоресценцию в объективе (O) и светоделителе (NPBS), далее, в каждом плече схемы Хэнбери Брауна–Твисса также установлены такие же интерференционные фильтры (IF).

Для выделения пространственных (угловых) мод СПР используются две диафрагмы (A) с апертурой 400 мкм, установленные в фокальной плоскости объектива (O).

Измерение пространственных (угловых) распределений одиночных фотоотсчетов и совпадений происходит с использованием двух однофотонных детекторов (D), расположенных непосредственно за диафрагмами (A), один из которых размещен на моторизованной подвижке.

В большинстве экспериментов фиксируется положение первого детектора в положении, соответствующем максимальной скорости счета, и сканируется пространственное положение другого, чтобы зарегистрировать оба распределения (и одиночных отсчетов – “безусловное”, и совпадений – “условное”) в зависимости от смещения детектора x.

Коллиматор, установленный в лазерном пучке (не показан), формирует в зоне расположения кристалла BBO перетяжку wp = 143 мкм. Величина перетяжки измеряется с помощью профилометра (рис. 2).

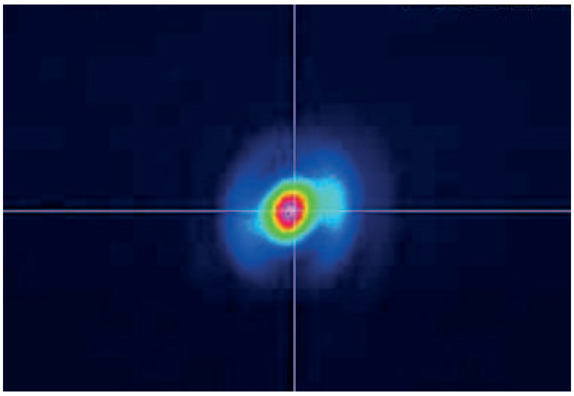

Рис. 2. (Цветной онлайн) Изображение перетяжки лазерного пучка накачки в области расположения кристалла

3. Результаты эксперимента. Основная идея проведенного эксперимента заключается в проверке формул (1)–(4), фигурирующих в [16]. На рисунке 3 показана геометрия эксперимента и обозначены все основные параметры в соответствии с [16], использованы следующие обозначения: $(0, z)$ – центральное направление распространения накачки; (x, z) – плоскость оптической оси $OA \in (x, z)$; (x', z) – плоскость наблюдения; α – угол между плоскостями (x, z) и (x', z); $\mathbf{k}_p^{(\text{in})}$ – волновой вектор накачки в плоскости (x', z); $\varphi^{(\text{in})}$ – его полярный угол (α – азимутальный угол); φ_0 – угол отклонения оптической оси OA от оси Oz; θ_p – угол между $\mathbf{k}_p^{(\text{in})}$ и OA.

Используется приближение, в котором углы φ_0 и θ_p близки и $\varphi_0, \theta_p \gg \varphi_p^{(\text{in})}$.

Рисунок 3b отображает адаптацию использованных в [16] обозначений к эксперименту.

Изменение угла между направлением луча накачки и оптической осью кристалла приводит к изменению степени неколлинеарности бифотонного поля. На рисунке 4 показаны фотографии угловых спектров СПР для различных ориентаций кристалла (длина волны 810 нм, ширина спектра 10 нм). В этих экспериментах параметр перепутывания R определяется именно степенью неколлинеарности разлета фотонов при СПР.

На рисунках 5–8 приводятся результаты измерения условных и безусловных распределений фотоотсчетов. На основе экспериментальных данных определены значения параметра R для случая $\alpha = \pi/2$.

По вертикальным осям отложены скорости счета одно- и двухфотонных событий в абсолютных единицах. По горизонтальным осям – смещение "подвижного" детектора. Время экспозиции в каждой точке составляет 60 с. Использованы следующие обозначения: "коллинеарный" режим соответствует угловому распределению одиночных отсчетов в виде плато (рис. 5), когда первый и второй фотоны неразличимы по угловым переменным; "слабоколлинеарный" режим отвечает случаю частичного перекрытия двух максимумов углового распределения однофотонных отсчетов; "неколлинеарный" режим соответствует полному различению по углам разлета первого и второго фотонов пары.

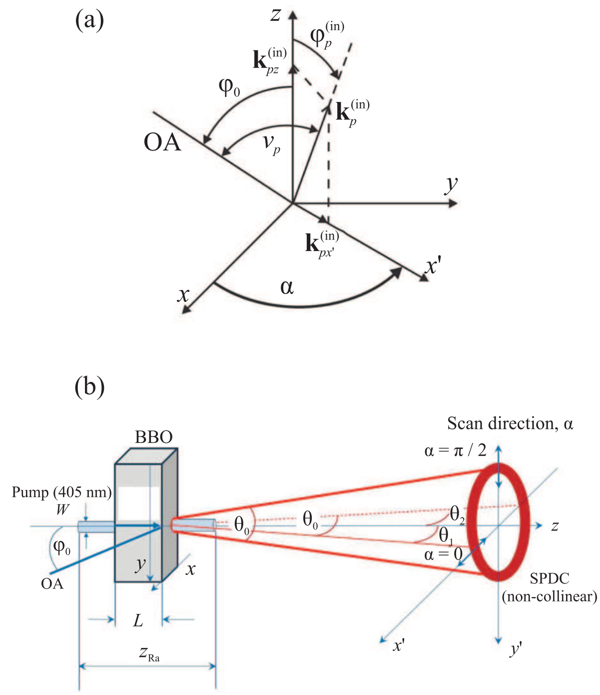

Рис. 3. (Цветной онлайн) Геометрия эксперимента: (a) – обозначения, используемые в работе [16]; (b) – обозначения, адаптированные к эксперименту

После обработки результатов эксперимента получены следующие значения параметра перепутывания (табл. 1).

Таблица 1. Сводная таблица результатов эксперимента

SPDC mode	Fedorov parameter, R		
	Calculation	Experiment	Relative error, %
Quasi-collinear	16.2	16.8	3.70
Weakly non-collinear (1)	22.6	23.7	4.87
Weakly non-collinear (2)	22.6	19.3	14.6
Non-collinear	5.95	5.77	3.02

4. Обсуждение и выводы. Как видно, и качественно, и количественно, аналитические оценки операциональной меры перепутывания, сделанные в [16], полностью подтверждаются в эксперименте. Хо-

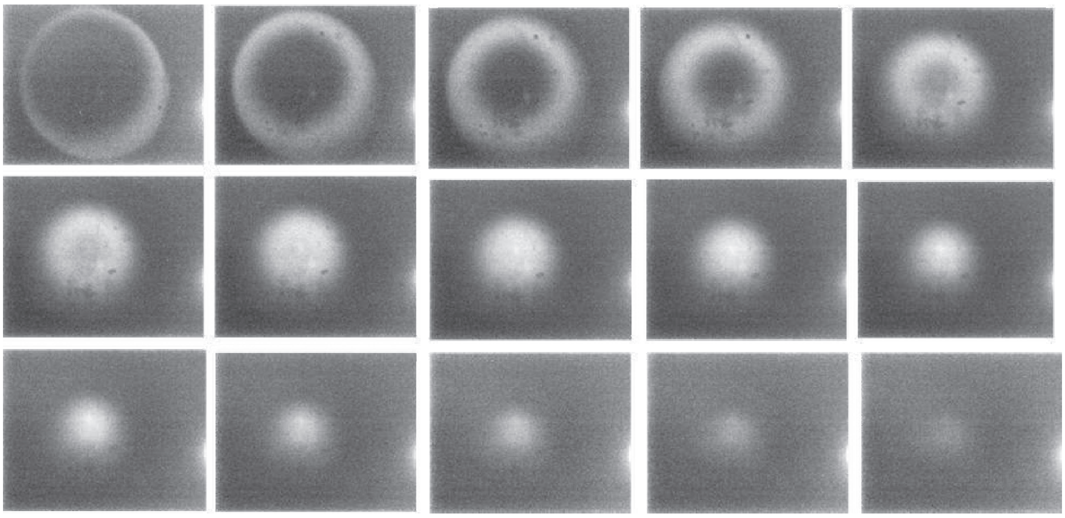

Рис. 4. СПР при различных углах наклона кристалла. Разница в ориентациях, соответствующих соседним фотографиям, составляет примерно 0.05 град

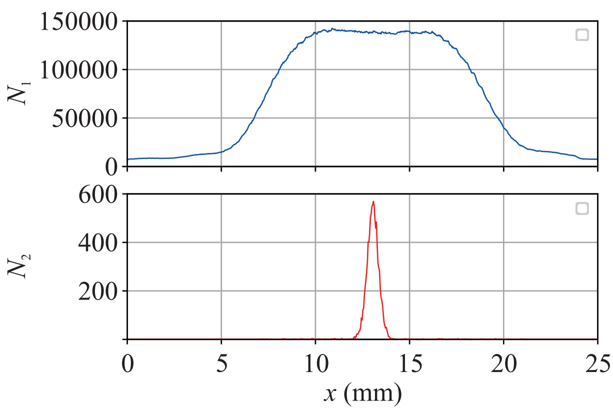

Рис. 5. (Цветной онлайн) Число одиночных (N_1) и двойных (N_2) срабатываний для коллинеарного случая. Неподвижный детектор не смещен относительно коллинеарного режима

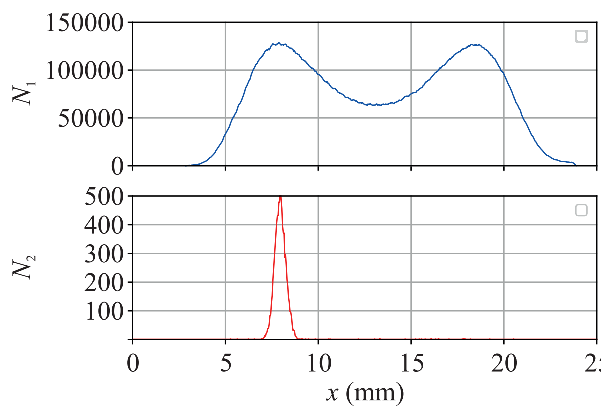

Рис. 6. (Цветной онлайн) Число одиночных (N_1) и двойных (N_2) срабатываний для слабо-неколлинеаного случая (1). Неподвижный детектор смещен "вправо" относительно коллинеарного режима

рошо контролируемые параметры, такие как ориентация нелинейных кристаллов-преобразователей, длина волны накачки, угловые, поляризационные и частотные степени свободы бифотонного поля, сильно влияют на его важную характеристику – степень перепутывания. Этот факт подтверждает тезис о том, что понимание специфики экспериментальной реализации режимов генерации бифотонов является сильным ресурсом инжиниринга двухфотонных состояний в квантовых технологиях.

В работе исследовалось несколько режимов СПР (см. табл. 1). В квазиколлинеарном режиме направления распространения двух фотонов примерно совпадают, а их угловое распределение на вырожденной длине волны ($\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx 2\lambda_p$) равномерное и симметрично спадает до нуля примерно на четырех градусах: $\mathrm{tg}(2\theta) \approx x/F \approx 0.067$, где $\theta \approx \theta_1 \approx \theta_2$, а x – смещение подвижного детектора в фокальной плоскости объектива с фокусным расстоянием $F = 210$ мм (рис. 1, 3 и 5).

Слабоколлинеарный случай отвечает "шляпообразному" угловому распределению одиночных отсчетов, с двумя выраженными максимумами, между которыми интенсивность несколько ниже, однако не обращается в ноль (рис. 6 и 7). Наконец, неколлинеарному режиму отвечает случай двух ярко выраженных максимумов, соответствующих направлениям разлета двух фотонов (рис. 8).

Для всех этих случаев на основе экспериментальных данных определены значения параметра Федорова, и, как видно из табл. 1, он существенно различается (примерно в четыре раза). Отметим, что наи-

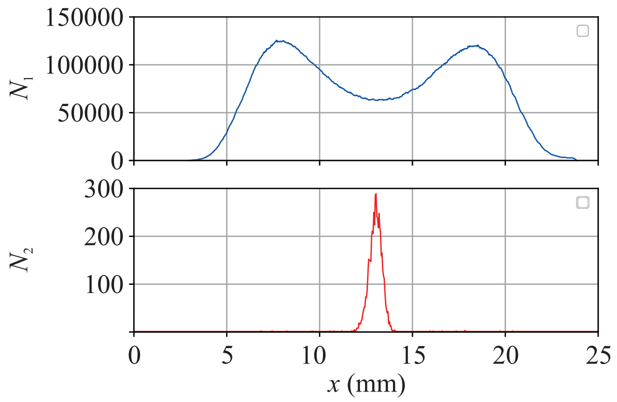

Рис. 7. (Цветной онлайн) Число одиночных (N_1) и двойных (N_2) срабатываний для слабо-неколлинеарного случая (2). Неподвижный детектор не смещен относительно коллинеарного режима

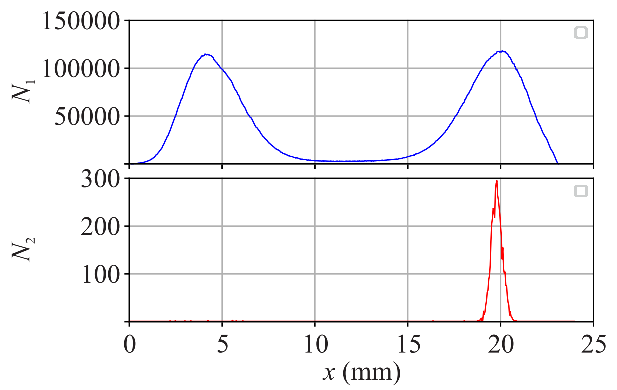

Рис. 8. (Цветной онлайн) Число одиночных (N_1) и двойных (N_2) срабатываний для неколлинеаного случая. Неподвижный детектор смещен “влево” относительно коллинеарного режима

меньшее значение параметр R принимает для неколлинеарного режима ($R \approx 6$); это интуитивно понятно, поскольку каждый из фотонов пары может разлетаться преимущественно в одном из двух направлений и для фиксированного положения одного из детекторов (как показано на рис. 8) в предельном случае $R \to 2$, как для поляризационного перепутывания частотно-вырожденных неколлинеарных бифотонов [7]. Отметим хорошее согласие экспериментальных данных с результатами аналитических расчетов из работы [15] по формулам (1)–(4).

Хотелось бы подчеркнуть, что несмотря на всестороннюю изученность явления СПР, открытого в 1967 г. [1], и широко используемого во многих практических приложениях, эффект спонтанного параметрического рассеяния остается уникальным инструментом в исследованиях фундаментальных и прикладных направлений современной квантовой оптики.

К сожалению, в этой статье не удалось исследовать зависимости R от степени фокусировки и величины сноса накачки – эти параметры оставались фиксированными в экспериментах, и их влияние на параметр Федорова является предметом другой работы.

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках государственного задания FENU-2024-0010/002 Южно-Уральского государственного университета. Автор Сергей Анатольевич Подошведов получил поддержку своего исследования от Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС” (проект # 24-1-1-87-1).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. Д. Н. Клышко, “Когерентный распад фотонов в нелинейной среде”, Письма в ЖЭТФ **6**, 490 (1967) [D. N. Klyshko, “Coherent photon decay in a nonlinear medium”, Pis’ma v ZhETF **6**(1), 490 (1967)].
2. С. Я. Килин, “Квантовая информация”, УФН **168**, 507 (1999) [S. Ya. Kilin, “Quantum information”, Phys.-Uspekhi **42**, 435 (1999).
3. J. D. Franson, “Bell Inequality for Position and Time”, Phys. Rev. Lett. **62**(19), 2205 (1989).
4. A. V. Sergienko, Y. H. Shih, and M. H. Rubin, “Experimental Evaluation of a Two-Photon Wave Packet in Type-II Parametric Down-Conversion”, J. Opt. Soc. Am. B **40**, 859 (1993).
5. P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. V. Sergienko, and Y. H. Shih, “New High-Intensity Source of Polarization-Entangled Photon Pairs”, Phys. Rev. Lett. **75**, 4337 (1995).
6. P. G. Kwiat, E. Waks, A. G. White, I. Appelbaum, and P. H. Eberhard, “Ultrabright Source of Polarization Entangled Photons”, Phys. Rev. A **60**, R773 (1999).
7. M. V. Fedorov, P. A. Volkov, Yu. M. Mikhailova, S. S. Straupe, and S. P. Kulik, “Entanglement of biphoton states: qutrits and ququarts”, New J. Phys. **13**, 083004 (2011).
8. M. V. Fedorov, S. S. Mernova, and K. V. Sliporod, “A protocol of measurements providing direct, complete and single-valued recover of all apriory unknown parameters of polarization biphoton qutrits”, Phys. Wave Phenom. **32**, 220 (2024).
9. G. Brida, V. Caricato, M. V. Fedorov, M. Genovese, M. Gramegna, and S. P. Kulik, “Characterization of Spectral Entanglement of Spontaneous Parametric-Down Conversion Biphotons”, Europhys. Lett. **87**, 64003 (2009).
10. J. G. Rarity and P. R. Tapster, “Experimental Violation of Bell’s Inequality Based on Phase and Momentum”, Phys. Rev. Lett. **64**, 2495 (1990).

11. M. V. Fedorov, M. A. Efremov, P. A. Volkov, E. V. Moreva, S. S. Straupe, and S. P. Kulik, "Spontaneous parametric down-conversion: Anisotropical and anomalously strong narrowing of biphoton momentum correlation distributions", Phys. Rev. A **77**, 032336 (2008).
12. M. V. Fedorov, "Azimuthal entanglement and multichannel Schmidt-type decomposition of noncollinear biphotons", Phys. Rev. A **93**, 033830 (2016).
13. R. Grobe, K. Rzazewski, and J. Eberly, "Measure of electron-electron correlation in atomic physics", J. Phys. B **27**, L503 (1994).
14. M. V. Fedorov, M. A. Efremov, A. E. Kazakov, K. W. Chan, C. K. Law, and J. H. Eberly, "Spontaneous emission of a photon: Wave-packet structures and atom-photon entanglement", Phys. Rev. A **72**, 032110 (2005).
15. M. V. Fedorov, S. S. Mernova, and K. V. Sliporod, "Spontaneous parametric down-conversion: Revisiting the parameters of transverse entanglement outside the near zone", Phys. Rev. A **105**, 053709 (2022).
16. M. V. Fedorov, "Increasing angular entanglement of spontaneous parametric down-conversion biphoton states via noncollinearity and the walk-off effect", Phys. Rev. A **112**, 042622 (2025).