Письма в ЖЭТФ, том 123, вып. 11, с. 781 – 787

К вопросу о соотношении ширины линий плазменного и циклотронного резонансов

В. М. Муравьев[+1)], *И. В. Андреев*[+], *И. С. Шинко*[+], *А. А. Заболотных*[*], *А. С. Казаков*[+], *И. В. Кукушкин*[+]

[+]*Институт физики твердого тела имени Ю. А. Осипьяна РАН, 142432 Черноголовка, Россия*

[*]*Институт радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 8 апреля 2026 г.
После переработки 21 апреля 2026 г.
Принята к публикации 24 апреля 2026 г.

В работе экспериментально и теоретически исследуется ширина линии плазменного резонанса в двумерной электронной системе на базе AlGaAs/GaAs гетероструктуры в магнитном поле. Показано, что ширина линии объемной магнитоплазменной моды увеличивается с ростом магнитного поля от $1/\tau$ (τ – время электронной релаксации) в нулевом магнитном поле до $2/\tau$, что согласуется с переходом от плазменного к циклотронному резонансу. Разработана аналитическая теоретическая модель, объясняющая наблюдаемое увеличение ширины линии плазменного резонанса в магнитном поле. Полученные результаты раскрывают сложную релаксационную динамику плазменных возбуждений в присутствии магнитного поля.

DOI: 10.7868/S3034576626060042

Исследование плазменных возбуждений в двумерных электронных системах (ДЭС) продолжается уже более 50 лет [1–10]. В отличие от трехмерных систем, спектр двумерных плазмонов характеризуется сильно дисперсионной зависимостью [1]:

$$\omega_p^2(q) = \frac{n_s e^2}{2m^* \varepsilon_0 \varepsilon} q, \tag{1}$$

где q – волновой вектор плазмона, n_s – электронная концентрация, $m^* = 0.067\, m_0$ – эффективная масса двумерных электронов, ε_0 – электрическая постоянная, ε – эффективная диэлектрическая проницаемость окружения ДЭС. В перпендикулярном магнитном поле плазменный резонанс в ограниченных ДЭС расщепляется на две моды – объемную и краевую [5–8, 11–13]. Частота объемной магнитоплазменной моды в пределе большого магнитного поля стремится к частоте циклотронного резонанса $\omega_c = eB/m^*$. Частота же краевой магнитоплазменной моды (КМП) в пределе большого магнитного поля стремится к нулю. В ДЭС в виде диска в нулевом магнитном поле объемная и краевая мода вырождены, а их магнитодисперсия определяется следующим выражением [5]:

$$\omega_\pm = \pm\frac{\omega_c}{2} + \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} + \omega_p^2}, \tag{2}$$

где ω_p – частота плазмона в нулевом магнитном поле, нижний индекс $(+)$ отвечает объемной магнитоплазменной моде, а $(-)$ – краевой. Данная формула была получена в модели с эллиптическим профилем распределения электронной плотности в диске ДЭС (далее по тексту – “эллиптическая модель”).

Столкновительное затухание плазменных резонансов определяется временем релаксации импульса носителей заряда в ДЭС τ. В рамках описания плазмонов как собственных мод системы конечная величина τ приводит к появлению мнимой части собственной частоты плазмона, что соответствует затуханию данных колебаний со временем. Известно, что в отсутствие магнитного поля и потерь на излучение ширина плазменного резонанса в диске равна $1/\tau$ [14–16][2)], так же, как и в случае бесконечной ДЭС [16–20][3)]. С другой стороны, ширина циклотронного резонанса в бесконечной ДЭС, при пренебрежении излучением, равна $2/\tau$ [21–23]. Следовательно, можно ожидать двукратное различие в ширине линий плазменного резонанса в отсутствие и в сильном магнитном поле. Данный физический эффект до сих пор не наблюдался в эксперименте и подробно не обсуждался в научной литературе.

[1)]e-mail: muravev@issp.ac.ru

[2)]См. формулу (11) при $c \to \infty$ из [14]; формулы (27) и (32) при $\tilde{\Gamma} = 0$ в [15]; формулу (4), а также формулу (5) при $v_p/c \to 0$ в [16].

[3)]См. формулу (10) в [17]; абзац перед формулой (8) в [18]; формулу (10) при $\sigma_{AL} = 0$ в [19]; формулу (16) в [20].

В настоящей работе мы провели систематическое экспериментальное исследование ширины линии объемной магнитоплазменной моды, возбуждаемой в ДЭС в форме диска. Установлено, что ширина магнитоплазменного резонанса существенно увеличивается при приложении внешнего магнитного поля. В рамках эллиптической модели [5, 24] и при пренебрежении потерями на излучение нами получено аналитическое выражение для ширины линии магнитоплазменного резонанса:

$$\Delta\omega = \frac{1}{\tau}\left(1 + \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_p^2}}\right). \qquad (3)$$

Полученные в работе экспериментальные данные демонстрируют хорошее согласие с теоретическим предсказанием.

Эксперименты проводились на высококачественных гетероструктурах GaAs/AlGaAs с шириной квантовой ямы 20 нм. Концентрация двумерных электронов в образце составляла $n_s = 0.35 \times 10^{11}\,\text{см}^{-2}$, а подвижность достигала $\mu = 0.5 \times 10^6\,\text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ при температуре $T = 4.2$ K. Экспериментальные образцы представляли собой диск ДЭС с диаметром мезы $d = 0.7$ мм. Он размещался внутри коаксиальной СВЧ-линии, погруженной в гелиевый криостат со сверхпроводящим магнитом. Соленоид магнита обеспечивал создание магнитного поля до ±7 Тл в направлении, перпендикулярном поверхности образца. СВЧ-излучение в диапазоне частот от 1 МГц до 70 ГГц с мощностью до 10 мВт на выходе генератора подавалось на вход коаксиальной линии, другой конец которой завершался согласованной нагрузкой для подавления стоячих волн в тракте. Такая конфигурация позволяла сканировать СВЧ-частоту до 25 ГГц при практически постоянной мощности микроволнового излучения, поступающего на образец. Выше 25 ГГц амплитудно-частотная характеристика тракта становится изрезанной, в этом диапазоне проводились эксперименты с разворотом магнитного поля при постоянной частоте СВЧ-излучения. Для регистрации плазменных возбуждений в ДЭС применялась оптическая методика детектирования микроволнового поглощения [25]. Эта методика опирается на высокую чувствительность спектра рекомбинационной фотолюминесценции двумерных электронов к разогреву ДЭС. При совпадении частоты микроволнового излучения с плазмонной резонансной частотой ДЭС начинает резонансно нагреваться, что вызывает изменения в спектре люминесценции. Для фотовозбуждения и сбора люминесцентного сигнала в коаксиальную линию напротив образца вводилось оптоволокно с диаметром центральной жилы 0.4 мм. Квазистационарная концентрация фотовозбужденных дырок создавалась при помощи излучения стабилизированного лазера с длиной волны $\lambda = 780$ нм и мощностью 0.1 мВт. Интеграл модуля разности спектров люминесценции с микроволновым излучением образца и без него служил мерой интенсивности поглощения СВЧ излучения. Все измерения выполнялись при температуре на образце $T = 4.2$ K.

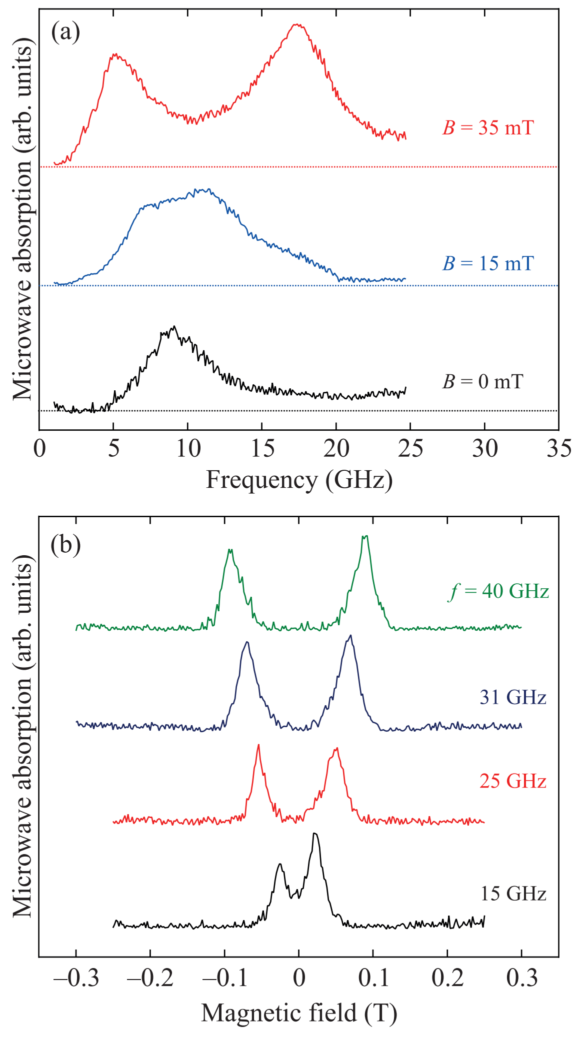

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Спектры микроволнового поглощения, измеренные при различных значениях магнитного поля $B = 0$, 15 и 35 мТл. Кривые сдвинуты по вертикали для наглядности. Горизонтальными линиями для каждой из кривых указан уровень сигнала без СВЧ облучения. (b) – Спектры микроволнового поглощения, измеренные при развертке магнитного поля на частотах $f = 15$, 25, 31 и 40 ГГц. Измерения проводились на диске с диаметром ДЭС $d = 0.7$ мм и электронной концентрацией $n_s = 0.35 \times 10^{11}$ см$^{-2}$

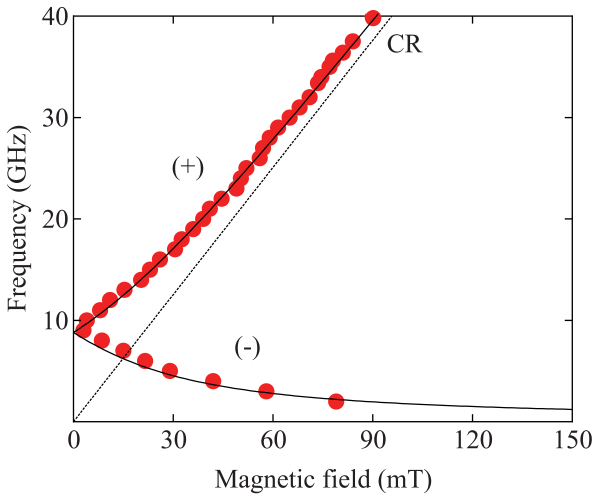

Рис. 2. (Цветной онлайн) Магнитодисперсия фундаментального плазменного возбуждения. Штриховой линией (CR) показано положение циклотронного резонанса $f_c = eB/2\pi m^*$. Сплошными кривыми показана теоретическая магнитодисперсия согласно модели (2). Ветвь магнитодисперсии (+) отвечает объемной магнитоплазменной моде, а (−) – краевой. Измерения проводились на диске с диаметром ДЭС $d = 0.7$ мм и электронной концентрацией $n_s = 0.35 \times 10^{11}$ см$^{-2}$

На рисунке 1a показаны типичные спектры микроволнового поглощения диска ДЭС, измеренные при различных значениях магнитного поля $B = 0$, 15 и 35 мТл. Рисунок 1b демонстрирует магнитополевые зависимости микроволнового поглощения, измеренные на фиксированных частотах возбуждающего СВЧ сигнала $f = 15$, 25, 31 и 40 ГГц. В нулевом магнитном поле на частоте 9 ГГц в спектре поглощения наблюдается возбуждение фундаментальной плазменной моды. При приложении внешнего магнитного поля плазменный резонанс раздваивается на две магнитоплазменные моды – объемную и краевую. Их детальное магнитополевое поведение представлено на рис. 2. Пунктирной линией показана частота циклотронного резонанса $f_c = eB/2\pi m^*$, сплошной линией – аппроксимация по формуле (2) с ω_p в качестве свободного параметра. Видно, что магнитодисперсия хорошо описывает экспериментальные данные, что указывает на правомерность использования эллиптической модели [5, 24] для описания поведения плазменных колебаний в ДЭС.

Ширина линии плазменных резонансов из рис. 1a извлекается путем аппроксимации резонансных кривых поглощения функцией Лоренца. Результат показан на рис. 3 синими кружками. Методика разворота частоты СВЧ излучения при фиксированном магнитном поле адекватно работает вплоть до 20 ГГц, а при более высоких частотах изрезанность амплитудно-частотной характеристики подводящего тракта препятствует измерениям с разворотом частоты. Для более высоких частот ширина магнитоплазменных резонансов извлекалась из кривых поглощения при развороте магнитного поля (рис. 1b). Для этого использовалась следующая процедура [25, 26]. Ширина линии магнитоплазменного резонанса по частоте Δf вычислялась из экспериментальных данных рис. 1b как произведение ширины резонанса по магнитному полю ΔB и наклона кривой магнитодисперсии (рис. 2) плазменной моды $\partial f/\partial B$:

$$\Delta f = \frac{\partial f}{\partial B}\Delta B. \tag{4}$$

В эксперименте принимались специальные меры предосторожности, чтобы убедиться, что разогрев образца СВЧ-излучением не приводит к дополнительному уширению линии резонанса. Для этого прописывались резонансные кривые при различных мощностях СВЧ-излучения, и проверялось, что в используемом в эксперименте диапазоне мощностей ширина линии магнитоплазменного резонанса не зависит от мощности СВЧ-излучения. Результат представлен на рис. 3 красными кружками. Видно, что ширина линии плазменного резонанса в диске значительно увеличивается с ростом магнитного поля.

Предложим теоретический подход для количественного определения ширины плазменных и магнитоплазменных резонансов. Далее будем предполагать, что потери на излучение и, соответственно, радиационное уширение пренебрежимо малы. Плазменные возбуждения рассматриваются в квазистатическом приближении. Для наглядности сначала проведем вывод ширины плазменного резонанса для случая бесконечной ДЭС. Подход основан на энергетическом методе, в рамках которого полная ширина линии резонанса $\Delta\omega$ определяется как

$$\Delta\omega = \frac{\langle P\rangle}{W} = \frac{\langle P\rangle}{\langle W_{\text{kin}}\rangle + \langle W_{\text{pot}}\rangle}, \tag{5}$$

где $\langle P\rangle$ – средняя мощность потерь, W – полная энергия системы. В наших рассуждениях будем считать затухание малым, так, что величина W не меняется за период колебаний. Полная энергия равна сумме средней кинетической энергии электронов $\langle W_{\text{kin}}\rangle$ и средней энергии их взаимодействия $\langle W_{\text{pot}}\rangle$. Важно, что в рамках квазистатического приближения $\langle W_{\text{pot}}\rangle$ определяется только кулоновским взаимодействием между электронами.

Пусть электрическое поле в плоскости ДЭС имеет линейную поляризацию, что типично для плазменных волн, а его амплитуда равна E. Тогда средняя мощность потерь определяется формулой:

$$\langle P\rangle = \frac{E^2}{2}\mathrm{Re}\,\sigma_{xx}(\omega), \tag{6}$$

где $\sigma_{xx}(\omega)$ – продольная динамическая проводимость ДЭС. В свою очередь, средняя кинетическая энергия на единицу площади ДЭС равна

$$\langle W_{\mathrm{kin}}\rangle = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega}\frac{m^* v^2}{2}n_s\,dt = \\ = \frac{m^*}{2e^2 n_s}\frac{E^2}{2}\left(|\sigma_{xx}(\omega)|^2 + |\sigma_{xy}(\omega)|^2\right), \tag{7}$$

где использовано соотношение $\mathbf{j} = -en_s\mathbf{v}$, $\mathbf{v}$ – скорость коллективного колебательного движения электронов, $\sigma_{xy}(\omega)$ – холловская динамическая проводимость ДЭС. Подставляя для компонент проводимости выражения в рамках модели Друде (для временной зависимости $\exp(-i\omega t)$)

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2 n_s}{m^*}\frac{-i\omega + 1/\tau}{(-i\omega + 1/\tau)^2 + \omega_c^2}, \tag{8}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2 n_s}{m^*}\frac{-\omega_c}{(-i\omega + 1/\tau)^2 + \omega_c^2}, \tag{9}$$

из (6) и (7) получаем $\langle P\rangle/\langle W_{\mathrm{kin}}\rangle = 2/\tau$ *независимо от частоты и величины магнитного поля* (напомним, что электрическое поле выбрано линейно поляризованным). Полученный результат является ожидаемым, так как в рамках модели Друде скорость $\mathbf{v}$ релаксирует с темпом τ^{-1}, следовательно, кинетическая энергия будет релаксировать вдвое быстрее. Отметим также, что использование модели Друде релевантно, в частности, эта модель хорошо описывает экспериментальные результаты как по 2D плазмонным возбуждениям [27], так и по циклотронному резонансу, см., например, работу [28].

Определим потенциальную энергию $\langle W_{\mathrm{pot}}\rangle$. Для ДЭС, расположенной на интерфейсе, бесконечная подложка – вакуум, среднюю энергию на единицу площади ДЭС можно выразить как

$$\langle W_{\mathrm{pot}}\rangle = \frac{E^2\varepsilon_{av}\varepsilon_0}{2|q|}, \tag{10}$$

где q – 2D волновой вектор плазмона, ε_{av} – средняя диэлектрическая проницаемость. Для того, чтобы связать энергии (7) и (10) можно воспользоваться дисперсионным уравнением для магнитоплазмонов

$$1 + \frac{\sigma_{xx}|q|}{-2i\omega\varepsilon_{av}\varepsilon_0} = 0. \tag{11}$$

Данное уравнение должно быть использовано при пренебрежении диссипацией, т.е. продольная проводимость должна быть чисто мнимой величиной, $Re\,\sigma_{xx} = 0$. После этого модуль волнового вектора может быть исключен из выражения (10), а энергии (7) и (10) связаны для случая произвольного тензора проводимости.

В рамках модели Друде можно найти явное выражение для отношения энергий (7) и (10):

$$\frac{\langle W_{\mathrm{pot}}\rangle}{\langle W_{\mathrm{kin}}\rangle} = \frac{\omega_p^2(q)}{\omega_p^2(q) + 2\omega_c^2}, \tag{12}$$

где $\omega_p(q)$ – частота плазмона в отсутствие магнитного поля (1). В нулевом магнитном поле ($\omega_c = 0$) плазмон является обычным колебанием, обусловленным кулоновским взаимодействием, поэтому для средних энергий имеем $\langle W_{\mathrm{kin}}\rangle = \langle W_{\mathrm{pot}}\rangle$ и из формулы (5) получаем $\Delta\omega = 1/\tau$. При наличии магнитного поля из-за появления холловских токов и изменения проводимости средняя кинетическая энергия становится больше потенциальной, что приводит к увеличению полной ширины линии вплоть до $\Delta\omega = 2/\tau$, соответствующей циклотронному резонансу в ДЭС [21]. Отметим еще раз, что все рассуждения выше относятся к плазмонам в бесконечной ДЭС.

В данной работе исследуются плазменные возбуждения в одиночном диске в перпендикулярном магнитном поле. Как уже упоминалось, в такой конфигурации происходит расщепление мод на краевые и объемные. Для описания частот основных мод (соответствующих азимутальным числам ± 1) воспользуемся моделью эллиптического профиля [5]. Подставляя циркулярные проводимости $\sigma_\pm = \sigma_{xx} \mp \sigma_{xy}$ в формулу (5) из [5] и приравнивая к нулю знаменатель в формуле (3) из этой же статьи, находим дисперсионное уравнение для плазменных мод

$$1 - \frac{\pi}{4}\frac{\sigma_\pm}{i\omega\varepsilon\varepsilon_0 d} = 0, \text{ где } \sigma_\pm = \frac{\bar{n}e^2\tau}{m^*}\frac{1}{1 - i(\omega \pm \omega_c)\tau} \tag{13}$$

– эффективные проводимости, соответствующие двум рассматриваемым модам, $\bar{n}$ – параметр эллиптической модели, по порядку величины равный концентрации двумерных электронов в диске n_s. Уравнение (13) дает явные выражения для частот и затухания краевой и объемной магнитоплазмонных мод. Вводя частоту плазмонов в отсутствие магнитного поля $\omega_p^2 = \pi e^2\bar{n}/4\,m^*\varepsilon_0\varepsilon d$ и используя условия малости темпа релаксации $\omega_c^2 + 4\omega_p^2 \gg 1/\tau^2, \omega_c/\tau$, приходим к выражению для комплексной частоты объемной магнитоплазменной моды:

$$\omega_+ = \frac{\omega_c}{2} + \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} + \omega_p^2} - \frac{i}{2\tau}\left(1 + \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_p^2}}\right). \tag{14}$$

Из полученной формулы с учетом (5) видно, что ширина линии плазменного резонанса, равная удвоенной мнимой части частоты, изменяется от $\Delta\omega = 1/\tau$ в нулевом поле до $2/\tau$ в сильном магнитном поле. Отметим, что в случае слабого магнитного поля, $\omega_c \ll \omega_p$ и низкой частоты плазмона, $\omega_p \ll \tau^{-1}$, плазмон релаксирует быстрее, чем осциллирует и, в этом смысле не существует как колебание. Тем не менее, мнимая часть его частоты даже в этом пределе по порядку величины лежит от $(2\tau)^{-1}$ до τ^{-1}.

Предложенная модель не учитывает радиационные потери на переизлучение. При пренебрежении влияния эффектов электромагнитного запаздывания на локализацию плазмонных полей около ДЭС, которые, вообще говоря, могут сильно изменить добротность плазмонов [17], ширину линии можно оценить просто как сумму столкновительной и радиационной ширин. Используя для учета радиационной ширины линии в диске субволнового размера известную оценку [25, 26, 29–31], получаем итоговую формулу для ширины линии

$$\Delta\omega = \frac{1}{\tau}\left(1 + \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_p^2}}\right) + \frac{\pi^2 n_s e^2 \sqrt{\varepsilon}}{3m^* \varepsilon_0 c} \times \frac{d^2}{\lambda^2}, \quad (15)$$

где $\lambda = 2\pi c/\omega_+$ – длина волны излучения с частотой ω_+ в свободном пространстве. Следует отметить, что для дисков субволнового размера, в которых все электроны излучают когерентно, излучательная ширина линии растет квадратично с увеличением резонансной частоты ω_+.

На рисунке 3 сплошной синей линией показан результат теоретической модели (3), предложенной в настоящей работе. Сплошной красной линией показана та же модель с поправкой на радиационные потери (15). Пунктирной линией показана собственно радиационная поправка[4)]. Видно, что с учетом погрешности предложенная теоретическая модель хорошо описывает экспериментальные данные. Действительно, ширина линии объемной магнитоплазменной моды увеличивается с ростом магнитного поля примерно в 2 раза относительно значения в нулевом магнитном поле.

В заключение, наше исследование раскрывает фундаментальные аспекты затухания плазменных возбуждений в ДЭС под влиянием магнитного поля. Экспериментально подтверждено значительное увеличение ширины линии магнитоплазменной моды

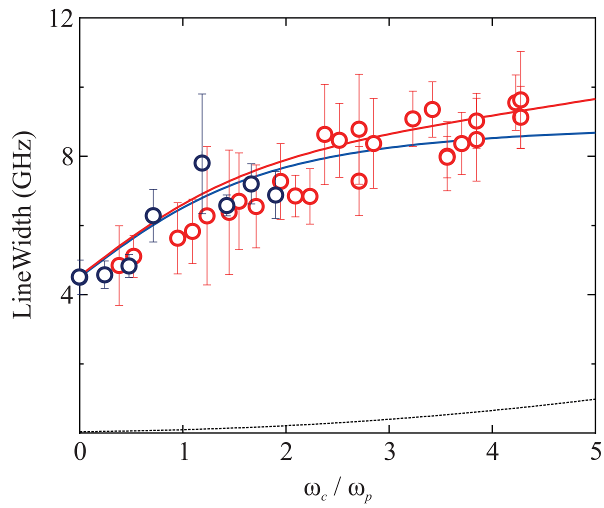

Рис. 3. (Цветной онлайн) Экспериментальные данные по ширине линии объемного магнитоплазменного резонанса в зависимости от ω_c/ω_p. Плазменная частота для исследуемого образца составляла $f_p = 9$ ГГц. Сплошной синей линией показан результат предложенной в настоящей работе теоретической модели (3). Сплошной красной линией показана та же модель с поправкой на радиационные потери (15). Пунктирной линией показана собственно радиационная поправка

при приложении внешнего магнитного поля, причем такое уширение не связано с потерями на излучение. В рамках эллиптической модели нами разработана теоретическая модель, позволяющая получить аналитическое выражение для ширины плазменного резонанса. Экспериментальные данные демонстрируют хорошее согласие с предложенной моделью, что открывает путь к более глубокому пониманию механизмов релаксации магнитоплазменных возбуждений в низкоразмерных электронных системах.

А. А. Заболотных благодарен Д. А. Родионову и И. В. Загородневу за плодотворные обсуждения.

Финансирование работы. Работа была выполнена в рамках Государственного задания Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института физики твердого тела имени Ю. А. Осипьяна Российской академии наук. А. А. Заболотных благодарит за финансовую поддержку Фонд развития теоретической физики и математики “БАЗИС” (грант # 23-1-3-42-1).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. F. Stern, “Polarizability of a two-dimensional electron gas”, Phys. Rev. Lett. **18**, 546 (1967).
2. C. C. Grimes and G. Adams, “Observation of two-dimensional plasmons and electron-ripplon scattering in

[4)] Величина радиационной поправки в нулевом магнитном поле при параметрах исследовавшегося образца весьма мала (43 МГц), но отлична от нуля.

a sheet of electrons on liquid helium", Phys. Rev. Lett. **36**, 145 (1976).

3. S. J. Allen, D. C. Tsui, and R. A. Logan, "Observation of the two-dimensional plasmon in silicon inversion layers", Phys. Rev. Lett. **38**, 980 (1977).
4. T. N. Theis, J. P. Kotthaus, and P. J. Stiles, "Two-dimensional magnetoplasmon in the silicon inversion layer", Solid State Commun. **24**, 273 (1977).
5. S. J. Allen, H. L. Störmer, and J. C. M. Hwang, "Three-dimensional imaging of individual dopant atoms in $SrTiO_3$", Phys. Rev. B. **28**, 4875 (1983).
6. D. B. Mast and A. J. Dahm, "Observation of magnetoplasmons and a new resonant absorption mode when a magnetic field is applied to a two-dimensional sheet of electrons on liquid helium", Physica B **126**, 457 (1984).
7. D. B. Mast, A. J. Dahm, and A. L. Fetter, "Observation of bulk and edge magnetoplasmons in a two-dimensional electron fluid", Phys. Rev. Lett. **54**, 1706 (1985).
8. D. C. Glattli, E. Y. Andrei, G. Deville, J. Poitrenaud, and F. I. B. Williams, "Dynamical Hall effect in a two-dimensional classical plasma", Phys. Rev. Lett. **54**, 1710 (1985).
9. D. A. Bandurin, D. Svintsov, I. Gayduchenko et al. (Collaboration), "Resonant terahertz detection using graphene plasmons", Nat. Commun. **9**, 5392 (2018).
10. D. Mylnikov and D. Svintsov, "Limiting capabilities of two-dimensional plasmonics in electromagnetic wave detection", Phys. Rev. Applied **17**, 064055 (2022).
11. В. А. Волков, С. А. Михайлов, "Теория краевых магнитоплазмонов в двумерном электронном газе", Письма в ЖЭТФ **42**, 450 (1985) [V. A. Volkov and S. A. Mikhailov, "Theory of edge magnetoplasmons in a two-dimensional electron gas", JETP Lett. **42**, 556 (1985)].
12. A. L. Fetter, "Magnetoplasmons in a two-dimensional electron fluid: Disk geometry", Phys. Rev. B **33**, 5221 (1986).
13. С. С. Назин, В. Б. Шикин, "О краевых магнитоплазмонах на поверхности гелия. Длинноволновая асимптотика спектра", ЖЭТФ **94**, 133 (1988) [S. S. Nazin and V. B. Shikin, "Edge magnetoplasmons in an electron system at a helium surface; long-wavelength asymptotic spectrum", Sov. Phys. JETP **67**, 288 (1988)].
14. I. Zoric, M. Zach, B. Kasemo, and C. Langhammer, "Gold, platinum, and aluminum nanodisk plasmons: material independence, subradiance, and damping mechanisms", ACS Nano, **5**, 2535 (2011).
15. I. V. Zagorodnev, D. A. Rodionov, and A. A. Zabolotnykh, "Effect of retardation on the frequency and linewidth of plasma resonances in a two-dimensional disk of electron gas", Phys. Rev. B **103**, 195431 (2021).
16. I. V. Zagorodnev, A. A. Zabolotnykh, D. A. Rodionov, and V. A. Volkov, "Two-dimensional plasmons in laterally confined 2D electron systems", Nanomaterials **13**, 975 (2023).
17. В. И. Фалько, Д. Е. Хмельницкий, "Что, если двумерная проводимость больше скорости света?", ЖЭТФ **95**, 1988 (1989) [V. I. Fal'ko and D. E. Khmel'nitskii, "What if a film conductivity exceeds the speed of light?", Sov. Phys. JETP **68**, 1150 (1989)].
18. А. В. Чаплик, "Эффекты запаздывания в плазменных колебаниях двухслойной структуры", Письма в ЖЭТФ **101**, 602 (2015) [A. V. Chaplik, "Retardation effects in plasma oscillations of a bilayer structure", JETP Lett. **101**, 545 (2015)].
19. V. M. Kovalev and I. G. Savenko, "Proposal for plasmon spectroscopy of fluctuations in low-dimensional superconductors", Phys. Rev. Lett. **124**, 207002 (2020).
20. E. I. Kiselev, "Universal superdiffusive modes in charged two dimensional liquids", Phys. Rev. B **103**, 235116 (2021).
21. K. W. Chiu, T. K. Lee, and J. J. Quinn, "Infrared magneto-transmittance of a two-dimensional electron gas", Surf. Sci. **58**, 182 (1976).
22. S. A. Mikhailov, "Microwave-induced magnetotransport phenomena in two-dimensional electron systems: Importance of electrodynamic effects", Phys. Rev. B **70**, 165311 (2004).
23. A. A. Zabolotnykh and V. A. Volkov, "Electrically controllable cyclotron resonance", Phys. Rev. B **103**, 125301 (2021).
24. В. И. Тальянский, "Электростатические колебания в двумерных системах в условиях квантового эффекта Холла", Письма в ЖЭТФ **43**, 96 (1986) [V. I. Tal'yanskii "Electrostatic oscillations in 2D systems with quantum Hall effect", JETP Lett. **43**, 127 (1986)].
25. V. M. Muravev, I. V. Andreev, S. I. Gubarev, V. N. Belyanin, and I. V. Kukushkin, "Fine structure of cyclotron resonance in a two-dimensional electron system", Phys. Rev. B **93**, 041110(R) (2016).
26. И. В. Андреев, В. М. Муравьев, В. Н. Белянин, С. И. Губарев, И. В. Кукушкин, "Когерентный и некогерентный вклады в затухание циклотронного магнитоплазменного резонанса двумерных электронов", Письма в ЖЭТФ **102**, 938 (2015) [I. V. Andreev, V. M. Muravev, V. N. Belyanin, S. I. Gubarev, and I. V. Kukushkin, "Coherent and Incoherent Contributions to the Damping of Cyclotron Magnetoplasma Resonance for Two-Dimensional Electrons", JETP Lett. **102**, 821 (2015)].
27. В. М. Муравьев, И. В. Кукушкин, "Коллективные плазменные возбуждения в двумерных электронных системах", УФН **190**, 1041 (2020) [V. M. Muravev and I. V. Kukushkin, "Collective plasma excitations in two-dimensional electron systems", Phys.-Uspekhi **63**, 975 (2020)].

28. V. M. Muravev, I. V. Andreev, N. D. Semenov, P. A. Gusikhin, and I. V. Kukushkin, "Absorption of electromagnetic waves in a screened two-dimensional electron system", Phys. Rev. B **110**, 205416 (2024).
29. R. P. Leavitt and J. W. Little, "Absorption and emission of radiation by plasmons in two-dimensional electron-gas disks", Phys. Rev. B **34**, 2450 (1986).
30. S. A. Mikhailov, "Radiative decay of collective excitations in an array of quantum dots", Phys. Rev. B **54**, 10335 (1996).
31. V. M. Muravev, I. V. Andreev, N. D. Semenov, I. V. Kukushkin, and V. Umansky, "Purcell effect for cyclotron resonance in a two- dimensional electron system", Phys. Rev. B **111**, 155431 (2025).