Письма в ЖЭТФ, том 124, вып. 1, с. 65 – 72

Магнитофононный резонанс в тройных соединениях с квантовой ямой n-InGaAs

И. Л. Дричко[+], *И. Ю. Смирнов*[+1)], *М. О. Сафончик*[+], *М. А. Шахов*[+], *М. Ю. Чернов*[+], *В. А. Соловьев*[+], *С. В. Гудина*[*], *А. Н. Виниченко*[×], *А. Ю. Маслов*[+]

[+]*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия*

[*]*Институт физики металлов имени М. Н. Михеева Уральского отделения РАН, 620108 Екатеринбург, Россия*

[×]*Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, 115409 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 15 мая 2026 г.
После переработки 25 мая 2026 г.
Принята к публикации 25 мая 2026 г.

Исследован магнитофононный резонанс в структурах с квантовой ямой n-$In_xGa_{1-x}As$ с различными составом, шириной квантовой ямы и материалами барьеров в поперечном импульсном магнитном поле. По положению осцилляций магнитосопротивления в магнитном поле определены частоты оптических фононов, взаимодействующих с электронами. Показано, что в структурах с широкими квантовыми ямами резонанс обусловлен взаимодействием электронов с продольными GaAs-подобными оптическими фононами. В узких квантовых ямах возможно взаимодействие электронов с интерфейсными фононными модами. В гетероструктуре n-$In_{0.53}Ga_{0.47}As/InP$ взаимодействие определяется оптическими фононами барьера InP.

DOI: 10.7868/S3034576626070091

1. Введение. Магнитофононный резонанс (МФР), обусловленный взаимодействием электронов с оптическими фононами в кристаллах, был предсказан теоретически в 1961 г. В. Л. Гуревичем и Ю. А. Фирсовым, и с 1963 г. активно изучался многочисленными авторами в различных трехмерных объектах (см. обзор [1] и приведенные там ссылки). И только почти через 20 лет, в 1980 г., МФР на оптических фононах был открыт и в двумерных системах: одиночных гетеропереходах и сверхрешетках GaAs/AlGaAs. МФР на двумерных структурах с квантовой ямой n-InGaAs исследовался, начиная с 1984 г. (см. обзор [2] и приведенные там ссылки).

Еще при исследованиях тонких эпитаксиальных пленок n-$In_xGa_{1-x}As$ разного состава, целью которых было определение в них частот оптических фононов методами рамановского рассеяния [3–6] и спектроскопии инфракрасного отражения [6], было установлено экспериментально и подтверждено теоретически (см. [7] и ссылки там), что спектр оптических фононов в этих материалах двухмодовый: наблюдаются две частоты продольных и две – поперечных оптических фононов, которые по-разному зависят от соотношения компонент In и Ga в системах $In_xGa_{1-x}As$, т. е. от x (рис. 1). Позднее верхнюю продольную оптическую ветвь (рис. 1) стали называть GaAs-подобной (“GaAs-like”), так как она включала частоту оптических колебаний решетки GaAs, смешанную с частотами колебаний атомов In, замещающих атомы Ga, а нижнюю продольную оптическую ветвь – InAs-подобной (“InAs-like”), так как она включала частоту оптических колебаний решетки InAs, смешанную с колебаниями атомов Ga. Это же объяснение применимо и для поперечных оптических фононов $In_xGa_{1-x}As$. Понятно, что эти моды не являются чистыми: каждая представляет собой смешанный тип оптических колебаний решеток. Как было показано в работе [7], взаимодействие GaAs-подобных продольных оптических фононов (LO “GaAs-like”) с электронами в несколько раз сильнее, чем с InAs-подобными LO фононами, потому следует ожидать, что МФР в этих материалах осуществляется при взаимодействии электронов с GaAs-подобными LO фононами. Надо заметить, что аналогичные термины используются для описания спектров оптических фононов и в $In_xAl_{1-x}As$.

Кроме того, в двумерных полупроводниковых структурах по сравнению с трехмерными объектами происходят изменения не только электронного, но и фононного спектров. Наиболее существенным является возникновение новых ветвей в колебательном спектре, а именно, интерфейсных оптических фононов [8].

1) ivan.smirnov@mail.ioffe.ru

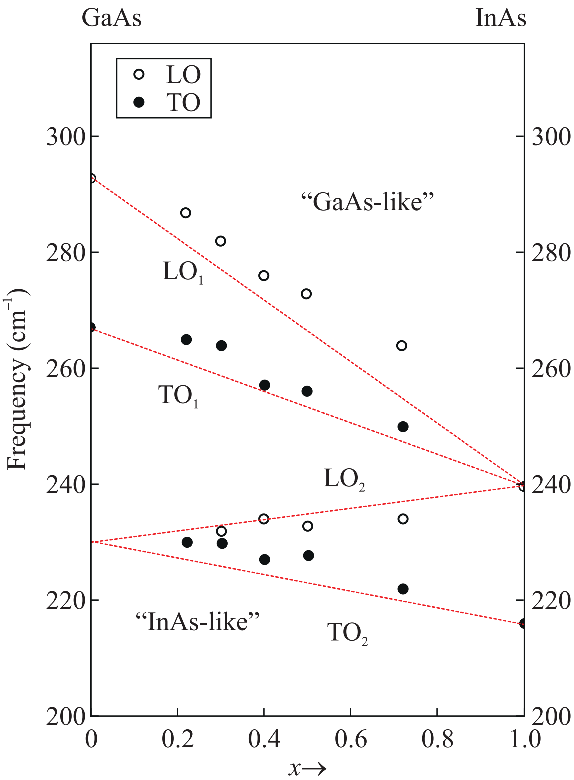

Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимость частот продольных LO_1 и поперечных TO_1 GaAs-подобных оптических фононов ((“GaAs-like”)) и частот продольных LO_2 и поперечных TO_2 InAs-подобных оптических фононов (“InAs-like”) от x в структуре $In_xGa_{1-x}As$. Адаптировано из работы [4]

Впервые возможность взаимодействия интерфейсных фононов с электронами в двумерных системах (инверсных слоях на поверхности полупроводника) была упомянута в [9]. А в теоретической работе [10] было предсказано, что взаимодействие интерфейсных фононов с электронами в двумерных системах с узкими квантовыми ямами может приводить к МФР, при этом ожидаемая частота интерфейсных фононов по величине должна быть меньше частоты объемных продольных оптических фононов.

Кроме того, в структурах с узкой квантовой ямой частота оптического фонона, с которым взаимодействуют электроны, может зависеть и от материала интерфейса [2].

Исследования МФР в двумерных структурах с квантовой ямой n-GaAs показали, что частота оптического фонона, взаимодействующего с электронами, не зависит от строения структуры и равна величине объемного продольного оптического фонона [2, 11], однако в изучаемых нами структурах n-$In_xGa_{1-x}As$ ситуация другая. Поскольку частоты оптических фононов, взаимодействующих с электронами, в двумерных структурах с квантовыми ямами n-$In_xGa_{1-x}As$ сильно различаются в зависимости от параметров структуры (рис. 1), то целью нашей работы было определение зависимостей частот оптических фононов методом МФР от разных параметров этих структур. Измерения производились в образцах с квантовой ямой n-$In_xGa_{1-x}As$ с разными x, разной толщиной квантовых ям и с разными интерфейсами. Параметры образцов приведены в табл. 1.

Таблица 1. Параметры исследованных образцов

Sample #	x	Well width (nm)	n (10^{11} cm^{-2})	Mobility (10^5 cm^2/(V·s))	Barriers
1	0.75	45	7.2	2.12	$In_{0.7}Al_{0.3}As$
2	0.75	30	5.6	2.07	$In_{0.75}Al_{0.25}As$
3	0.75	30	5.6	2.18	$In_{0.7}Al_{0.3}As$
4	0.9	14	7.3	1.6	$In_{0.81}Al_{0.19}As$
5	0.53	Hetero junction	4.2	0.28	InP

2. Экспериментальные результаты.

2.1. Образцы с квантовой ямой n-$In_xGa_{1-x}As$. Образцами #1–3 были метаморфные структуры $In_{0.70}Al_{0.30}As$ / $In_{0.75}Ga_{0.25}As$ / $In_{0.70}Al_{0.30}As$, выращенные на подложке GaAs методом молекулярно-пучковой эпитаксии и легированные Te с одной стороны. Они различались шириной квантовой ямы и концентрацией носителей-электронов. В первом образце были заполнены две зоны пространственного квантования. Четвертый образец имел состав квантовой ямы и барьеров, близкий к образцам 1–3, но узкую квантовую яму; структура выращена на подложке InP. Пятым образцом была гетероструктура, сформированная на InP.

2.2. Методика и эксперимент. Исследования МФР проводились в импульсном поперечном магнитном поле до 35 Тл в температурном диапазоне (4.2–260) К. Длительность импульса магнитного поля составляла 11 мс. Производились также дополнительные измерения проводимости и эффекта Холла в области температур (2–77) К в статических магнитных полях до 14 Тл.

Условие для наблюдения МФР, при котором сопротивление структуры осциллирует в зависимости от магнитного поля, имеет вид:

$$\omega_{\rm ph} = k\omega_c = k\frac{eB}{m^*c}, \quad k = 1, 2, 3, \ldots, \qquad (1)$$

где $\omega_{\rm ph}$ – частота оптического фонона, ω_c – циклотронная частота, e – заряд электрона, B – напря-

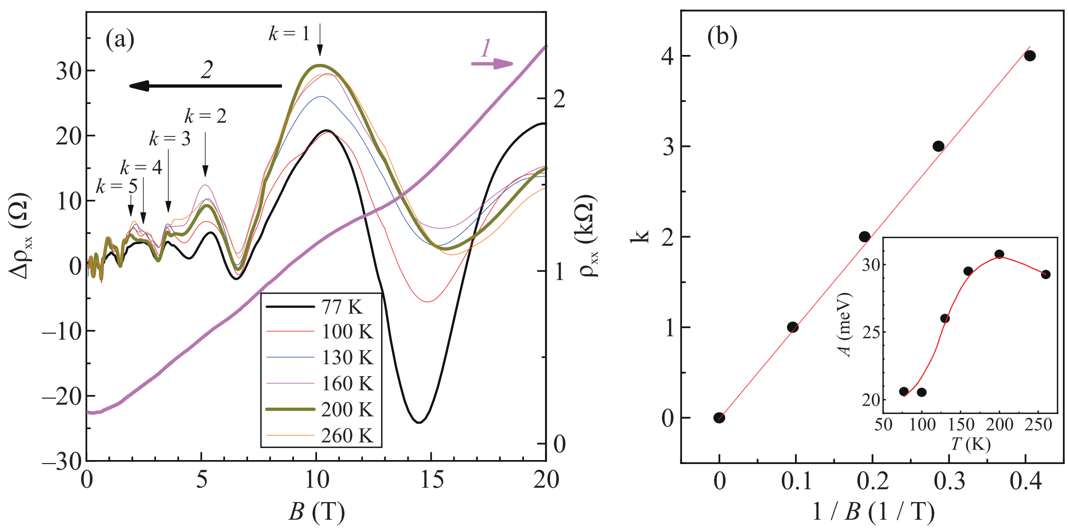

Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – МФР в образце 1; кривая *1* – экспериментальная зависимость ρ_{xx} от магнитного поля при $T = 160$ K; кривые *2* – осцилляции $\Delta\rho_{xx}$ при разных температурах, полученные в результате специальной обработки; k – номера осцилляций; (b) – зависимость номера осцилляции k от $1/B$. На вставке: температурная зависимость амплитуды первого максимума МФР

женность магнитного поля, m^* – эффективная масса электронов в квантовой яме.

2.3. Образец 1. На рисунке 2a представлена зависимость сопротивления ρ_{xx} от магнитного поля (кривая *1*). Поскольку эффект очень мал (не более 3 % от измеряемого сопротивления), осцилляции магнитосопротивления выделяются из фона специальной обработкой[2)] и представлены на рис. 2a кривыми *2*.

Тот факт, что осцилляции осуществляются при высоких температурах, когда возбуждено большое количество оптических фононов, а также положение осцилляций по магнитному полю такое, что $k \sim 1/B$ (рис. 2b), соответствующее формуле (1), позволяют считать, что наблюдаются магнитофононные осцилляции. Из наклона прямой k от $1/B$ можно по формуле (1) вычислить частоту и энергию оптического фонона, которая оказалась равной 31.2 мэВ, что соответствует частоте $\omega_{\text{ph}} = (252 \pm 6)$ см$^{-1}$, если в вычислениях использовать значение эффективной массы $m^* = (0.037 \pm 0.001)m_0$. Эта величина совпадает с величиной частоты продольного оптического фонона в $In_{0.75}Ga_{0.25}As$ – 252 см$^{-1}$, определенной по графику (рис. 1) для LO GaAs-подобных фононов [4] при $x = 0.75$.

2.4. Образец 2. Образцы 2 и 3 близки по свойствам, поэтому приводятся результаты измерений только для 2-го образца. В этом образце заполнена одна зона пространственного квантования. На рисунке 3 представлена картина осцилляций, связанных с магнитофононным эффектом при разных температурах.

Из рисунка 3 видно, что на фоне МФР, который наблюдается при температурах $T > 100$ K, при $T = 77$ K существует еще одна осцилляция, положение которой в магнитном поле не совпадает с магнитофононными резонансными магнитными полями.

В отличие от кристаллов, в которых осцилляции Шубникова–де Гааза наблюдаются только при температурах в окрестности 4.2 K и имеют не слишком большую амплитуду, в двумерных системах эти осцилляции достигают гораздо больших величин и их "следы" могут наблюдаться даже в области температур, близких к 77 K [13]. Для проверки предположения о том, что "лишняя" осцилляция связана с осцилляциями Шубникова–де Гааза, мы провели измерения зависимости сопротивления этого образца от импульсного и статического магнитных полей в температурной области (2 – 77) K. Оказалось, что при 77 K мы наблюдаем осцилляцию Шубникова – де Гааза, что демонстрируется на рис. 4.

[2)] Для выделения магнитофононных осцилляций был использован метод из библиотеки [12], разработанный специально для обработки экспериментальных данных – регрессионный сплайн со штрафной функцией (РСШФ). Он позволяет провести плавную кривую с непрерывными первой и второй производными максимально близко к экспериментальным данным при отсутствии аналитической формулы аппроксимации (фона). РСШФ можно рассматривать как фильтр низкой частоты. При обработке экспериментальных кривых метод РСШФ использовался дважды. Вначале высокочастотные шумы удалялись этим фильтром с частотой среза выше характерного диапазона частот осцилляций. Затем плавная кривая (фон) выделялась РСШФ с частотой среза меньше частоты осцилляций и вычиталась из сглаженного сигнала $\rho_{xx}(B)$.

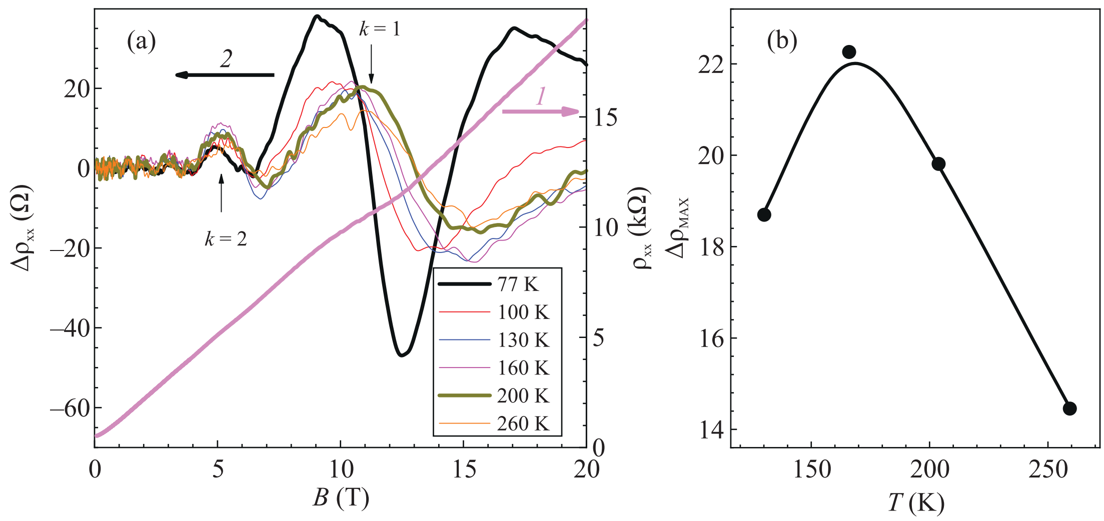

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – МФР в образце 2; кривая *1* – экспериментальная зависимость ρ_{xx} от магнитного поля при $T = 160$ K, кривые *2* – осцилляции $\Delta\rho_{xx}$ при разных температурах, полученные в результате специальной обработки; k – номера осцилляций; (b) – температурная зависимость амплитуды первой осцилляции

На рисунке 4 синими точками отмечены положения осцилляций сопротивления от $1/B$ для $T = 77$ K (прямая *2*). Видно, что при больших магнитных полях синие точки лежат на прямой, соответствующей осцилляциям Шубникова–де Гааза, а в малых магнитных полях они отклоняются от этой прямой, по-видимому, из-за взаимодействия с осцилляциями МФР.

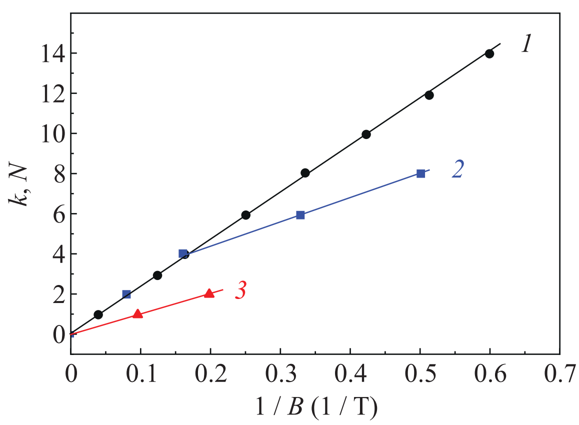

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость коэффициентов $N = E_F/\hbar\omega_c$ для осцилляций Шубникова–де Гааза, измеренных при $T = 4.2$ K (прямая *1*), при $T = 77$ K (прямая *2*), и $k = \omega_{\mathrm{ph}}/\omega_c$ для МФР ($T > 100$ K) (прямая *3*) от $1/B$

Наклон прямой *1* на рис. 4, соответствующей осцилляциям Шубникова–де Гааза, дает величину концентрации $n = 5.6 \times 10^{11}$ см$^{-2}$, а наклон прямой *3* – значение частоты продольного оптического фонона (249 ± 3) см$^{-1}$ в квантовой яме $In_{0.75}Ga_{0.25}As$, которая, как и в образце 1, близка к величине частоты продольного оптического фонона в $In_{0.75}Ga_{0.25}As$ – 252 см$^{-1}$, определенной по графику (рис. 1) для LO GaAs-подобных фононов [4]. В вычислениях использовалось значение эффективной массы $m^*/m_0 = 0.039 \pm 0.001$.

Надо заметить, что величина эффективной массы в этих образцах была определена по температурной зависимости амплитуды осцилляций Шубникова–де Гааза в температурном диапазоне $(2-15)$ K и вычислена по формуле Лифшица–Косевича [14].

2.5. Образец 4. В четвертом образце $In_{0.81}Al_{0.19}As$ / $In_{0.9}Ga_{0.1}As$ / $In_{0.81}Al_{0.19}As$ квантовая яма имела ширину 14 нм. Структура была легирована кремнием (Si) с одной стороны (верхнего барьера); заполнена одна зона пространственного квантования.

В рамановском спектре, измеренном непосредственно на этом образце при $T = 77$ K, наблюдались две частоты: 238 см$^{-1}$ и 352 см$^{-1}$ (рис. 5b). Как уже сообщалось выше, первая частота определяет частоту продольного InAs-подобного оптического фонона для квантовой ямы $In_{0.9}Ga_{0.1}As$ (см. рис. 1). Появление в рамановском спектре частоты 352 см$^{-1}$ требует специального исследования. Похожий рамановский спектр наблюдался в работе [15], образцами в которой были сверхрешетки (20 периодов) с квантовой ямой $In_{0.53}Ga_{0.47}As$ (2.3 нм) и барьерами $In_{0.53}Al_{0.47}As$ (11.2 нм). В этой работе наблюдались частоты оптических фононов 235 см$^{-1}$ и 366.8 см$^{-1}$. Авторы предполагали, что эти частоты возбуждаются в барьере $In_{0.53}Al_{0.47}As$.

В 2010 году появилась работа [16], в которой исследовались частоты оптических фононов в плен-

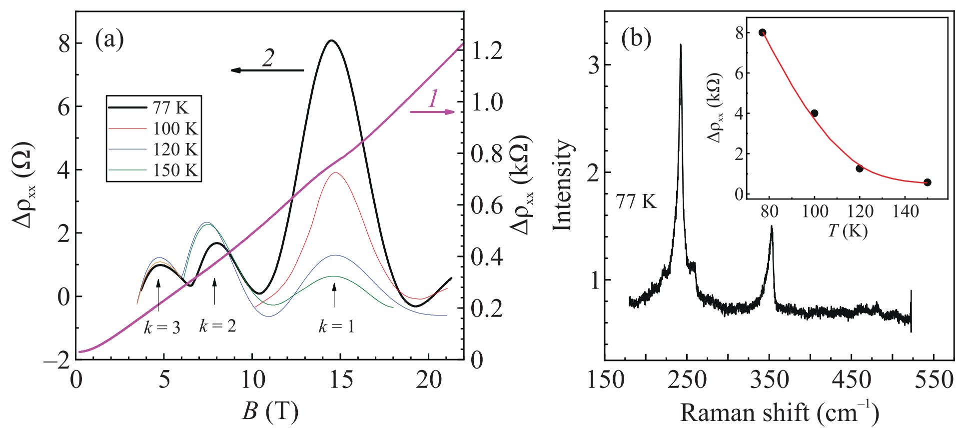

Рис. 5. (Цветной онлайн) (a) – МФР во образце 4; кривая *1* – экспериментальная зависимость ρ_{xx} от магнитного поля при $T = 77$ К, кривые *2* – осцилляции $\Delta\rho_{xx}$ при разных температурах, полученные в результате специальной обработки; k – номера осцилляций; (b) – рамановский спектр в 4-ом образце при $T = 77$ К. Вставка: Температурная зависимость амплитуды первой осцилляции

ках $In_xAl_{1-x}As$ в зависимости от состава x, соответствующий график приведен на рис. 6. Этот график позволил более надежно идентифицировать происхождение оптических фононов, наблюдаемых в рамановских спектрах. Например, рамановский спектр в тонких (250 нм) пленках $In_{0.52}Al_{0.48}As$, сформированных на подложке InP, наблюдался в работе [17]. В этом спектре наблюдались частоты $239.2\,\text{см}^{-1}$ и $367.4\,\text{см}^{-1}$, которые, по мнению авторов, являлись InAs-подобными и AlAs-подобными соответственно. Если обратиться к рис. 6, то действительно при $x \approx 0.52$ по кривой для AlAs-подобных фононов $\omega_{\text{ph}} = 368\,\text{см}^{-1}$.

Для образца 4 в барьере $In_xAl_{1-x}As$ $x = 0.81$. Это дает возможность по кривой зависимости $\omega_{\text{LO1}}(x)$ (рис. 6) определить величину $\omega_{\text{ph}} = 346\,\text{см}^{-1}$, что на 1.7 % отличается от измеренной на 4-м образце в рамановском спектре величины $352\,\text{см}^{-1}$. Таким образом, можно считать, что рамановский спектр в 4-м образце определяется: частотой продольного оптического фонона для квантовой ямы $In_{0.9}Ga_{0.1}As$ – $238\,\text{см}^{-1}$ (InAs-подобного) и частотой оптического фонона в барьере $In_{0.75}Al_{0.25}As$ – $346\,\text{см}^{-1}$ (AlAs-подобного). На эксперименте первый максимум магнитофононного эффекта наблюдается в магнитном поле (14.7 ± 0.1) Тл (рис. 5a), что соответствует частоте оптического фонона $352\,\text{см}^{-1}$,[3)] если эффективная масса равна $m^*{=}0.039m_0$.

[3)] Недавно была опубликована статья [18], в которой авторы изучали магнитотранспорт в структурах, подобных 4-му образцу. Учет возможных механизмов рассеяния в этих объектах, включая рассеяние на оптических фононах, для вычисления холловской подвижности показал хорошее совпадение с экспериментом, если использовать энергию оптических фононов 46 мэВ ($371\,\text{см}^{-1}$), которая на 5 % отличается от измеренной нами по МФР.

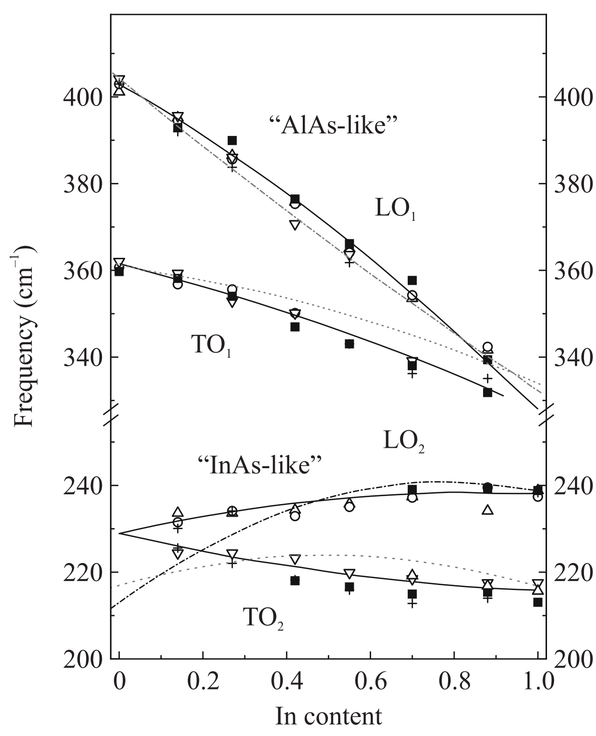

Рис. 6. Зависимость величины частот оптических фононов от содержания индия x в пленках $In_xAl_{1-x}As$. Адаптировано из [16]

2.6. 5-й образец: n-$In_{0.53}Ga_{0.47}As$/InP. Это гетероструктура с концентрацией $n = 4.2 \times 10^{11}\,\text{см}^{-2}$ и подвижностью $2.8 \times 10^4\,\text{см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, выращенная методом жидкофазной эпитаксии на полуизолирующей подложке InP. На рисунке 7 представлена зависи-

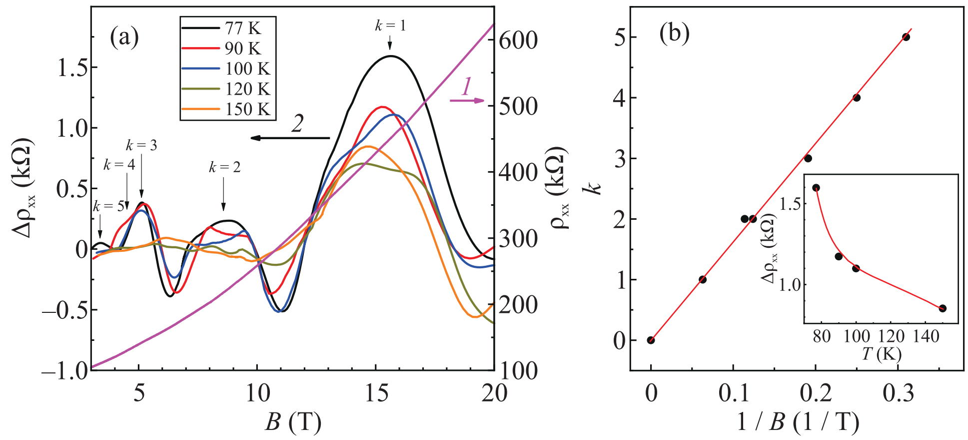

Рис. 7. (Цветной онлайн) (a) – Магнитофононный резонанс в образце 5; кривая *1* – экспериментальная зависимость ρ_{xx} от магнитного поля при $T = 100$ K; кривые *2* – осцилляции $\Delta\rho_{xx}$, полученные в результате специальной обработки при разных температурах; k – номера осцилляций; (b) – зависимость номера осцилляции k от $1/B$. На вставке: температурная зависимость амплитуды первого максимума

мость сопротивления этого образца от магнитного поля.

Частота оптического фонона, определенная из наклона зависимости $k(1/B)$ (рис. 7b), равна $\omega_{\text{ph}} = 361\,\text{см}^{-1}$.

В рамановском спектре [6, 19], измеренном на толстых пленках такого же состава, как квантовая яма в 5-м образце (n-$In_{0.53}Ga_{0.47}As$), наблюдались две линии, соответствующие частоте продольных фононов $\sim 270\,\text{см}^{-1}$ (GaAs-подобных) и $\sim 236\,\text{см}^{-1}$ (InAs-подобных), которые по величине были гораздо меньше наблюдаемой в нашем эксперименте. Обзор работ [20–22], в которых измерялись спектры оптических фононов пленок InP разными методами, показал, что в работе [20] эта частота была – 350 см^{-1}, в работе [21] – 349.5 см^{-1}, в работе [22] – от 345 см^{-1} до 363 см^{-1}. По-видимому, именно собственные оптические фононы из соседнего слоя InP, на котором была выращена гетероструктура, взаимодействовали с электронами треугольной ямы 5-го образца с составом $In_{0.53}Ga_{0.47}As$.

При сравнении величин эффективных масс, которые определяются из разных эффектов, надо иметь в виду, что при взаимодействии электрона с оптическими колебаниями решетки его масса возрастает. Таким образом, эффективная масса, определенная из эффекта МФР, должна иметь так называемую поляронную добавку, величину которой можно оценить по формулам работы [23]:

$$m^{\text{pol}} = \frac{m^*}{1 - \dfrac{\pi\alpha_{\text{eff}}}{8}}, \qquad (2)$$

где m^* – эффективная масса в квантовой яме, α_{eff} – эффективная константа электрон-фононного взаимодействия, которую можно оценить по формуле [23]:

$$\alpha_{\text{eff}} = \frac{e^2}{2\hbar\omega_s}\left(\frac{2m^*\omega_s}{\hbar}\right)^{1/2}\left(\frac{1}{\varepsilon_{\infty,b}} - \frac{1}{\varepsilon_{0,b}}\right), \qquad (3)$$

где ω_s – частота интерфейсного оптического фонона, $\varepsilon_{\infty,b}$ и $\varepsilon_{0,b}$ – высокочастотная и статическая диэлектрические постоянные в барьере соответственно. Оценки показали, что электрон-фононное взаимодействие в 4-м образце, для которого производились вычисления, очень слабое ($\alpha_{\text{eff}} = 0.057$), соответственно и поляронная добавка к эффективной массе тоже очень мала $\sim 0.001m_0$.

3. Заключение. 1. Частоты оптических фононов, взаимодействующих с электронами, определенные из МФР в образцах 1, 2, 3 (n-$In_{0.75}Ga_{0.25}As/In_{0.75}Al_{0.25}As$) не зависят от ширины квантовой ямы (45 и 30 нм) и равны $(250 \pm 2)\,\text{см}^{-1}$ – это LO GaAs-подобный фонон (см. рис. 1).

2. При уменьшении ширины ямы возрастает площадь перекрытия области существования интерфейсных фононов с областью ямы, в которой сосредоточены электроны. При этом частота интерфейсных фононов приближается к частоте фононов в барьере [24]. Это увеличивает вероятность взаимодействия электронов в яме с интерфейсными – “почти барьерными” фононами. По-видимому, подобный вид взаимодействия осуществляется в 4-м образце (ширина ямы 14 нм). Этот механизм работает в ямах с любой высотой барьеров.

3. При учете конечной высоты барьеров имеется другой механизм, работающий в ту же сторону. А именно, с уменьшением ширины ямы возрастает доля волновой функции, проникающей под барьер. В результате пропорционально доле электронной плотности в подбарьерной области возрастает и вероятность взаимодействия электронов непосредственно с фононами в барьере. И здесь уже возникает взаимодействие именно с фононами в барьере. Обычно второй механизм дает количественно меньший вклад, но в зависимости от параметров структуры и он может оказаться важным. Различить их по частотам, как правило, достаточно сложно. Взаимодействие электронов с собственными фононами барьера, по-видимому, осуществляется в 5-ом образце.

Авторы благодарны В. Ю. Давыдову за измерение рамановского спектра на образце $In_{0.81}Al_{0.19}As/In_{0.9}Ga_{0.1}As/In_{0.81}Al_{0.19}As$.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджетов институтов (ФТИ им. А. Ф. Иоффе, ИФМ УрО РАН, НИЯУ МИФИ). Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. Yu. A. Firsov, V. L. Gurevich, R. V. Parfeniev, and and I.M. Tsidil'kovskii, *Magnetophonon Resonance, Modern problems in Condensed Matter Science*, ed. by G. Landwehr and E. I. Rashba (Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1991). v. 27.2, p. 1181; https://doi.org/10.1016/B978-0-444-88873-0.50016-9.
2. R. J. Nicholas, *Magnetophonon Effect in Two Dimensions, Modern problems in Condensed Matter Science*, ed. by G. Landwehr and E. I. Rashba (Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1991), vl. 27.2, p. 777; https://doi.org/10.1016/B978-0-444-88873-0.50009-1.
3. T. P. Pearsall, R. Carles, and J. C. Portal, "Single longitudinal-mode optical phonon scattering in $Ga_{0.47}In_{0.53}As$", Appl. Phys. Lett. **42**, 436 (1983).
4. M. R. Brodsky and G. Lucovsky, "Infrared Reflection Spectra of $Ga_{1-x}In_xAs$: A New Type of Mixed-Crystal Behavior", Phys. Rev. Lett. **21**, 990 (1968).
5. Z. Sobiesierski, D. I. Westwood, and R. H. Williams, "Raman scattering from $In_xGa_{1-x}As$ grown on GaAs(001) by molecular beam epitaxy", Materials Science and Engineering: B **5**, 265 (1990).
6. K. Kakimoto and T. Katoda, "Raman spectra from $Ga_{1-x}In_xAs$ epitaxial layers grown on GaAs and InP substrates", Appl. Phys. Lett. **40**, 826 (1982).
7. K. J. Nash, M. S. Skolnick, and S. J. Bass, "Electron-phonon interactions in indium gallium arsenide", Semicond. Sci. Tech. **2**, 329 (1987).
8. А. Ю. Маслов, О. В. Прошина, "Роль интерфейсных фононов при формировании поляронных состояний в квантовых ямах", ФТП **44**, 200 (2010) [A. Y. Maslov and O. V. Proshina, "The role of interface phonons in the formation of polaron states in quantum wells", Semiconductors **44**, 189 (2010)].
9. N. Tzoar, "The interaction of polar-optical phonons with a two-dimensional electron gas", Surf. Sci. **84**, 440 (1979).
10. R. Lassnig and W. Zawadzki, "Interface optic phonons and magneto-phonon effect in polar double heterostructures", Surf. Sci. **142**, 361 (1984).
11. И. Л. Дричко, И. Ю. Смирнов, М. О. Сафончик, М. А. Шахов, А. К. Бакаров, А. А. Быков, "Магнитофононные осцилляции сопротивления в структурах с квантовой ямой GaAs и барьерами из сверхрешеток AlAs/GaAs <δ-Si>", ЖЭТФ **167**, 226 (2025) [I. L. Drichko, I. Yu. Smirnov, M. O. Safonchik, M. A. Shakhov, A. K. Bakarov, and A. A. Bykov, "Magnetophonon resistance oscillations in structures with a GaAs quantum well and barriers of AlAs/GaAs <δ-Si> superlattices", JETP **167**, 77 (2025)].
12. https://www.alglib.net/interpolation/leastsquares.php #splinefit.
13. J. C. Portal, G. Gregoris, M. A. Brummell, R. J. Nicholas, M. Razerhi, M. A. Di Forte-Poisson, K. Y. Cheng, and A. Y. Cho, "Two-dimensional magnetophonon resonance in GaInAs-InP and GaInAs-AlInAs heterojunctions and superlattices", Surf. Sci. **142**, 368 (1984).
14. И. М. Лифшиц, А. М. Косевич, "Теория магнитной восприимчивости в металлах при низких температурах", ЖЭТФ **29**, 730 (1956) [I. M. Lifshits and A. M. Kosevich, "Theory of Magnetic Susceptibility in Metals at Low Temperature", Sov. Phys. JETP **2**, 636 (1956).]
15. S. T. Davey, E. G. Scott, B. Wakefield, and G. J. Davies, "Characterisation of $Ga_{1-x}In_xAs/Al_{1-y}In_yAs$ multiple quantum wells by Raman scattering", Semicond. Sci. Technol. **2**, 683 (1987).
16. A. Milekhin, A. Kalagin, A. Vasilenko, A. Toropov, N. Surovtsev, and D. R. T. Zahn, "Optical Phonons In InAlAs Thin Layers: Raman And IR Study", AIP Conf. Proc. **1199**, 43 (2010).
17. D. F. Welch, G. W. Wicks, L. F. Eastman, P. Parayanthal, and F. H. Pollak, "Improvement of optical characteristics of $Al_{0.48}In_{0.52}As$ grown by molecular beam epitaxy", Appl. Phys. Lett. **46**, 169 (1985).
18. N. S. Sandakov, S. V. Gudina, V. N. Neverov, M. V. Yakunin, S. D. Popov, A. S. Bogoliubskii, K. V. Turutkin, I. S. Vasil'evskii, and A. N. Vinichenko,

"Magnetotransport in high-mobility metamorphic InGaAs/InAlAs heterostructures with high InAs content", J. Appl. Phys. **139**, 095705 (2026).

19. N. Matrullo, M. Constant, G. Sagon, R. Fauquembergue, and A. Leroy, "Raman characterization of an operating InAlAs–InGaAs–InP high electronic mobility transistor", Journal of Raman Spectroscopy **26**, 167 (1995).
20. В. Я. Алешкин, А. В. Антонов, В. И. Гавриленко, Л. В. Гавриленко, Б. Н. Звонков, "Резонанс Фано в спектре примесной фотопроводимости InP, легированного мелкими донорами", ФТТ **50**, 1162 (2008) [V. Ya. Aleshkin, A. V. Antonov, V. I. Gavrilenko, L. V. Gavrilenko, and B. N. Zvonkov, "Fano resonance in the impurity photoconductivity spectrum of InP doped with shallow donors", Phys. Solid State **50**, 1214 (2008)].
21. K.-j. Jin, J. Zhang, Zh.-h. Chen, G.-z. Yang, Z. H. Chen, X. H. Shi, and S. C. Shen, "Phonon-induced photoconductive response in doped semiconductors", Phys. Rev. B **64**, 205203 (2001).
22. A. Mooradian and G. B. Wright, "First order Raman effect in III–V compounds", Solid State Commun. **4**, 431 (1966).
23. А. Ю. Маслов, О. В. Прошина, "Поляронная масса носителей в полупроводниковых квантовых ямах", ФТП **49**, 1389 (2015) [A. Y. Maslov and O. V. Proshina, "Polaron mass of charge carriers in semiconductor quantum wells", Semiconductors **49**, 1344 (2015)].
24. N. Mori and T. Ando, "Electron–optical-phonon interaction in single and double heterostructures", Phys. Rev. B **40**, 6175 (1989).