

Двухчастичные азимутальные корреляции и двойной фактор ядерной модификации в соударениях тяжелых ионов при высоких энергиях

А. С. Чернышов⁺, И. П. Лохтин⁺¹⁾, А. М. Снигирев⁺*

⁺ Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына,
МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

* Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова,
Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

Поступила в редакцию 23 июня 2026 г.

После переработки 23 июня 2026 г.

Принята к публикации 24 июня 2026 г.

В рамках модели HYDJET++ проведен анализ эффекта гашения струй в соударениях тяжелых ионов при высоких энергиях с использованием двойного фактора ядерной модификации. Исследование выполнено для различных типов адронов в конечном состоянии и различных двухчастичных азимутальных конфигураций. Показано, что факторизация двойного коэффициента ядерной модификации выполняется почти точно, когда две конечные частицы рождаются в разных струях; при этом она заметно нарушается для пар частиц из одной струи в случае, когда эффект двойных партонных рассеяний мал. Таким образом, значительное отклонение от единицы отношения двойного фактора ядерной модификации к произведению одиночных факторов ядерной модификации для разнонаправленных пар частиц может быть интерпретировано как результат эффектов двойного партонного рассеяния.

DOI: 10.7868/S3034576626080017

I. Введение. В экспериментах на коллайдерах RHIC и LHC получены убедительные свидетельства рождения адронов из сгустка горячей кварк-глюонной плазмы (КГП) в соударениях тяжелых ионов. Это подтверждается, в частности, наблюдением подавления выхода частиц с высокими поперечными импульсами (так называемый эффект “гашения струй”) и гидродинамическими коллективными эффектами (см., например, обзор [1] и ссылки в нем). При этом становится возможным проведение измерений различных физических наблюдаемых, многие из которых были ранее недоступны для систематического изучения. Одной из характеристик, которую можно использовать для детального изучения гашения струй, является двойной фактор ядерной модификации. Эта новая наблюдаемая, предложенная в работе [2], позволяет одновременно исследовать эффекты начального и конечного состояний в столкновениях ядер. Соотношение между эффектами двойного партонного рассеяния и подавления струй первоначально было проиллюстрировано в рамках упрощенного сценария, в котором одна из жестких частиц проходит через среду без потерь энергии. Поз-

же это рассмотрение было расширено до более общего случая [3], когда обе жесткие частицы испытывают потери энергии. В текущей работе проводится анализ двойного фактора ядерной модификации для различных типов конечных адронов в разных двухчастичных азимутальных конфигурациях. Рассмотрено несколько классов центральности соударений Pb + Pb при энергии в системе центра масс $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ.

Статья организована следующим образом. В разделе II представлены основные определения. В разделе III кратко описана модель HYDJET++, используемая для оценки двойного фактора ядерной модификации. Результаты моделирования и их интерпретация представлены в разделе IV. В разделе V приведены обсуждения и заключительные замечания.

II. Основные определения. Одной из ключевых особенностей формирования КГП в столкновениях тяжелых ионов при высоких энергиях является подавление спектров адронов с большими поперечными импульсами (гашение струй), которое обусловлено потерями энергии жестких партонов в горячей материи. Это явление подробно описано в литературе (см., например, [1, 4–6]). Фактор ядерной модификации $R_{AA}(p_T, \eta)$ количественно харак-

¹⁾ e-mail: lokhtinip@my.msu.ru

теризует потери энергии, обусловленные многократным рассеянием жестких партонов при прохождении КГП, и их зависимость от поперечного импульса p_T и псевдобыстроты η . Фактор подавления определяется как отношение распределения множественности одиночных адронов на единицу псевдобыстроты η в $A+A$ столкновениях к соответствующему распределению в протон-протонных столкновениях, нормированное на среднее число бинарных нуклон-нуклонных столкновений $\langle N_{\text{coll}} \rangle$:

$$R_{AA}(p_T, \eta) = \frac{d^2 N_{AA}/dp_T d\eta}{\langle N_{\text{coll}} \rangle d^2 N_{pp}/dp_T d\eta} = \frac{d^2 N_{AA}/dp_T d\eta}{\langle T_{AA} \rangle d^2 \sigma_{pp}/dp_T d\eta}. \quad (1)$$

Здесь $\langle T_{AA} \rangle$ – функция перекрытия ядер, усредненная по отобраным событиям в определенном интервале центральностей, $\langle N_{\text{coll}} \rangle = \langle T_{AA} \rangle \sigma_{pp}^{\text{inel}}$ – среднее число нуклон-нуклонных столкновений для данного класса центральности, $\sigma_{pp}^{\text{inel}}$ – сечение неупругого протон-протонного взаимодействия при данной энергии.

Коэффициент ядерной модификации R_{AA} определяет подавление (или усиление) выхода адронов по сравнению с pp -столкновениями. В отсутствие ядерных эффектов численное значение R_{AA} при достаточно высоких p_T должно быть близко к единице. R_{AA} можно интерпретировать как вероятность “выживания” частицы, образованной в плотной среде. На эту вероятность влияют не только потери энергии, но и распределение жестких партонов по поперечному импульсу [7]. Для частиц, не испытывающих взаимодействий в конечном состоянии (например, электрослабых бозонов W , Z , γ), коэффициент R_{AA} равен единице (без учета эффекта ядерного (анти)экранирования партонных структурных функций). Следует отметить, что еще одной часто используемой наблюдаемой для исследования эффекта подавления струй является фактор I_{AA} , который характеризует двухчастичные корреляции с адронными или фотонными триггерами [8, 9].

Двойной фактор ядерной модификации как естественное обобщение R_{AA} на случай пары частиц был предложен в работе [2] для более детального исследования гашения струй:

$$R_{AA}(p_{T1}, \eta_1; p_{T2}, \eta_2) = \frac{d^4 N_{AA}/dp_{T1} d\eta_1 dp_{T2} d\eta_2}{\langle N_{\text{coll}} \rangle d^4 N_{pp}/dp_{T1} d\eta_1 dp_{T2} d\eta_2}. \quad (2)$$

Условие независимости вероятностей выживания пары частиц (факторизация),

$$R_{AA}(p_{T1}, \eta_1; p_{T2}, \eta_2) = R_{AA}(p_{T1}, \eta_1) \cdot R_{AA}(p_{T2}, \eta_2), \quad (3)$$

в общем случае может не выполняться. Например, две конечные частицы могут быть образованы в одной струе, что нарушает предположение о независимой адронизации. В однократном партонном рассеянии оба партона создаются в одной области ядерного взаимодействия. Следовательно, либо у обоих частиц высокая вероятность выживания, если они образуются вблизи поверхности области столкновения, либо низкая, если они образуются во внутренней части области перекрытия. Как упоминалось ранее, вероятность выживания частицы может зависеть также от кинематических переменных. Для учета этих эффектов в уравнение (3) из [2] вводится численный множитель

$$R_{AA}(p_{T1}, \eta_1; p_{T2}, \eta_2) = F \cdot R_{AA}(p_{T1}, \eta_1) \cdot R_{AA}(p_{T2}, \eta_2), \quad (4)$$

где $F = \mathcal{O}(1)$.

Величина коэффициента F была оценена в работе [3] для центральных соударений $\text{Pb} + \text{Pb}$ при $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ в модели HYDJET++ [10], которая достаточно хорошо описывает широкий набор физических наблюдаемых, измеренных на RHIC и LHC. Например, результаты моделирования таких характеристик взаимодействий ионов свинца, как распределение множественности заряженных частиц по псевдобыстроте в различных классах центральности соударений, импульсные спектры и корреляционные радиусы $\pi^\pm \pi^\pm$ в центральных столкновениях [11], зависимости коэффициентов второй и высших азимутальных гармоник от центральности и импульса [12], флуктуации анизотропного потока [13], угловые парные корреляции адронов [14] и эффект гашения струй [15, 16] находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными. В данной работе исследование двойного фактора ядерной модификации для различных типов адронов, образующихся в конечном состоянии, расширено на случай различных двухчастичных азимутальных конфигураций при разных центральностях событий.

III. Модель HYDJET++. HYDJET++ – Монте-Карло модель (генератор событий), предназначенная для моделирования соударения тяжелых ионов при релятивистских энергиях. Он состоит из двух независимых компонент, описывающих “мягкие” и “жесткие” процессы.

Жесткая компонента описывает многопартонное состояние при высоких значениях поперечных импульсов p_T и потери энергии в КГП в соответствии с моделью PYQUEN [17]. Эта модель учитывает как

радиационные потери за счет испускания глюонов, так и столкновительные потери вследствие упругого рассеяния партонов в среде. Число партонных струй моделируется в соответствии с биномиальным распределением, при этом среднее число струй в $A + A$ событии определяется как произведение числа бинарных нуклон-нуклонных столкновений при данном параметре удара и полного сечения жестких процессов в NN -столкновениях при поперечном импульсе больше порогового $p_T^{\min}$. Этот порог является свободным параметром HYDJET++, подбираемым из сравнения с экспериментальными данными. Партоны с поперечными импульсами меньше $p_T^{\min}$ считаются термализованными, и продукты их адронизации эффективно учитываются в мягкой компоненте события. Для учета влияния ядерного экранирования на партонные структурные функции используется зависящая от параметра удара параметризация, полученная в рамках модели Глаубера–Грибова.

Мягкая компонента описывает термализованную адронную среду в приближении параметризованной релятивистской гидродинамики на гиперповерхности химического и термического вымораживания. Множественности частиц задаются в соответствии с распределением Пуассона, среднее значение которого пропорционально числу нуклонов-участников. Коллективный поток и пространственная анизотропия моделируются на основе подхода, используемого в генераторе событий FAST MC [18, 19], при этом концепция эффективного объема сгустка адронной материи учитывает профили потока и геометрию вымораживания. Моделирование эффектов эллиптического и триангулярного потоков реализовано на основе параметризации пространственной анизотропии источников мягкого адронного излучения [10, 20].

Подробное описание модели можно найти в руководстве HYDJET++ [10], с ее недавними модификациями и результатами можно ознакомиться в [21–23].

IV. Моделирование двойного фактора ядерной модификации. Первые данные LHC [24] по выходу адронов с большими поперечными импульсами и спектрам струй в столкновениях Pb + Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТэВ были проанализированы и интерпретированы в модели PYQUEN [15]. Для моделирования использовались значения параметров PYQUEN, такие как максимальная начальная температура КГП $T_0^{\max} = 1$ ГэВ, собственное время формирования КГП $\tau_0 = 0.1$ Фм/с и количество активных ароматов кварков $N_f = 0$ (плазма с доминированием глюонов). При этом были воспроизведены данные LHC по дисбалансу поперечной энергии пар струй и факторам ядерной модифи-

кации инклюзивных заряженных адронов в случае учета широкоугловых радиационных и столкновительных потерь энергии в среде. В настоящей работе модельные результаты сравниваются с недавними измерениями на LHC [25] в столкновениях Pb + Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ. При этом для учета повышенной энергии пучков ионов свинца значение параметра $T_0^{\max}$ увеличено до 1.2 ГэВ.

На рисунке 1 представлен модельный фактор ядерной модификации $R_{AA}^{(1)}$ заряженных пионов, каонов и (анти-)протонов (быстрота $|y| < 0.5$) в сравнении с данными ALICE [25] в 5 % наиболее центральных столкновениях Pb + Pb. Модель воспроизводит экспериментально наблюдаемое подавление адронов при $p_T > 10$ ГэВ/с с достаточно хорошей точностью. Однако при более низких значениях $p_T < 10$ ГэВ/с, где асимптотические формулы, используемые для расчета потерь энергии, могут быть неточными, наблюдается расхождение с экспериментальными данными.

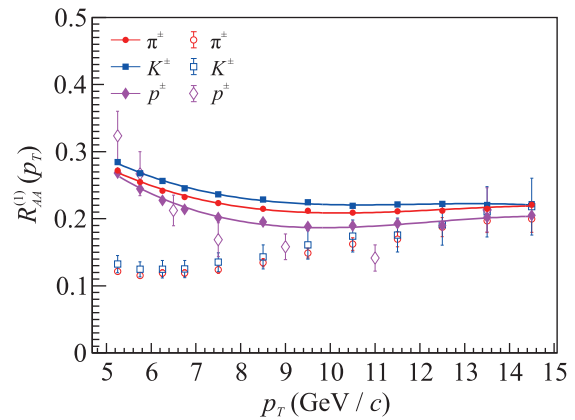


Рис. 1. (Цветной онлайн) Фактор ядерной модификации $R_{AA}^{(1)}$ заряженных пионов, каонов и (анти-)протонов ($|y| < 0.5$) в 5 % наиболее центральных столкновениях Pb + Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ. Открытые точки – результаты моделирования HYDJET++ (кривые – аппроксимация сплошных символов)

В предыдущем исследовании [3] были рассмотрены наиболее центральные соударения Pb + Pb (класс центральности $c = 0–5\%$) при $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ, в которых эффект гашения струй максимален. Рождение адронов в центральной области псевдобыстрот $|\eta| < 1$ моделировалось с учетом эффектов гашения струй и ядерного экранирования партонных структурных функций. Как и ожидалось, поправка на экранирование уменьшается с увеличением p_T , при этом подавление струй оказывает более выраженное влияние, чем экранирование. Следует отме-

тить, что модификация партонного распределения в нуклонах может быть подвержена влиянию эффекта антиэкранирования, который не включен в модель HYDJET++. Однако в рамках проводимого исследования это обстоятельство не имеет существенного значения, поскольку значение кинематической переменной $x \sim 0.1$ (доли уносимого жестким партонном импульса начального нуклона), где наблюдается максимальный эффект антиэкранирования, при энергии столкновений 5.02 ТэВ соответствует поперечной энергии струй порядка 250 ГэВ (для $\eta \simeq 0$), и это относительно редкие события. Был вычислен коэффициент факторизации F рождения π -мезонов в паре с K -мезонами и протонами, а также рождения K -мезонов в паре с протонами. Обнаружено, что зависимости для разных типов пар адронов довольно схожи. Получено относительно небольшое отклонение F от единицы, что согласуется с вышеприведенным утверждением $F = \mathcal{O}(1)$.

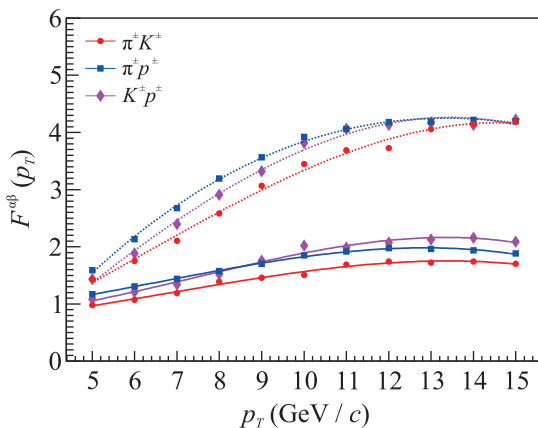


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость отношения F двойного фактора ядерной модификации к произведению одиночных факторов ядерной модификации от минимального значения поперечного импульса пары адронов p_T ($|\eta| < 1$) в 5 % наиболее центральных столкновений Pb + Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ. Показаны результаты моделирования HYDJET++ для сонаправленной (пунктирные кривые) и противонаправленной (сплошные кривые) азимутальных конфигураций

До настоящего момента двойной фактор ядерной модификации вычислялся как функция поперечного импульса, усредненная по азимутальным углам образующихся частиц. Более детально рассмотреть свойства этого фактора можно, зафиксировав азимутальные конфигурации двух частиц. Такие более тонкие измерения можно провести и экспериментально. На рисунке 2 показана зависимость F от p_T для π -мезонов в паре с K -мезонами и протонами, а также K -мезонов в паре с протонами. Результаты получены

для двух конкретных конфигураций: частицы сонаправлены в пределах 10° (“сонаправленная конфигурация”), и частицы разделены на 180° в пределах 10° (“противонаправленная конфигурация”). Видно, что в случае противонаправленной конфигурации факторизация выполняется почти точно, тогда как в случае сонаправленной конфигурации отклонение F от единицы значительно. Это означает, что, регулируя разделение частиц по азимутальным углам, возможно эффективно отбирать события, в которых адроны образуются в разных струях независимо в противонаправленной конфигурации “вперед-назад”. Для большей наглядности абсолютные значения двойных факторов ядерной модификации $R_{AA}^{(2)}$ представлены на рис. 3. Можно видеть, что два адрона, образованные в разных струях в конфигурации “вперед-назад”, подавляются сильнее, чем адроны, образованные в одной струе. Это объясняется тем, что во втором случае энергию теряет в основном один жесткий партон, в отличие от первого случая, когда энергию теряют два партона, направленные в противоположные стороны.

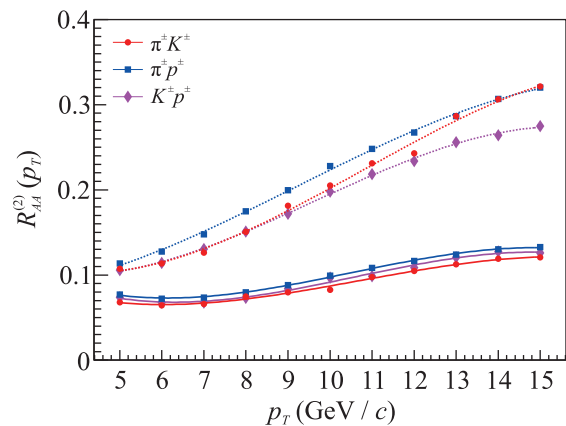


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость двойного фактора ядерной модификации от минимального значения поперечного импульса пары адронов p_T ($|\eta| < 1$) в 5 % наиболее центральных соударений Pb + Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ. Показаны результаты моделирования в HYDJET++ для сонаправленной (пунктирные кривые) и противонаправленной (сплошные кривые) азимутальных конфигураций

На рисунке 4 показаны зависимости F для полусредних (20–30 % центральности) и периферических (40–50 % центральности) столкновений. Чувствительность коэффициента факторизации к разделению частиц по азимутальному углу наблюдается и в этих случаях. Однако разница в факторе F для двух азимутальных конфигураций становится менее выраженной в периферических столкновениях, поскольку эффект подавления струй ослабевает.

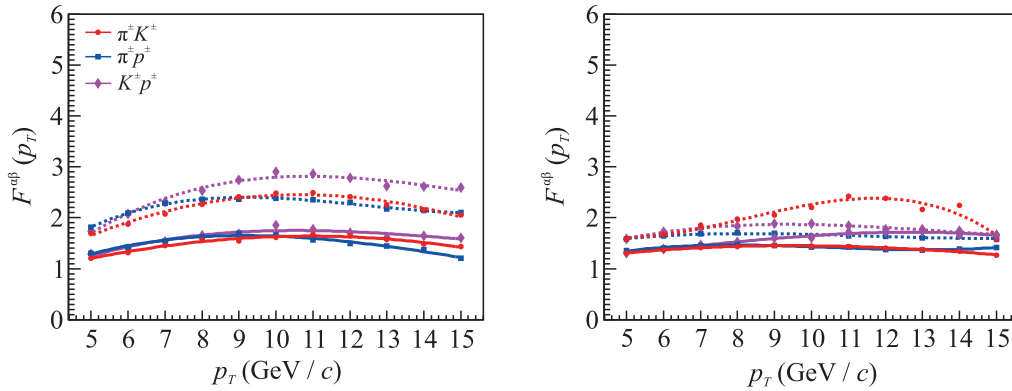


Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимости отношения F двойного фактора ядерной модификации к произведению одиночных факторов ядерной модификации от минимального поперечного импульса пары адронов p_T ($|\eta| < 1$) в 20–30 % (слева) и 40–50 % (справа) центральности столкновений Pb+Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ. Показаны результаты моделирования HJUGET++ для сонаправленной (пунктирные кривые) и противонаправленной (сплошные кривые) азимутальных конфигураций

V. Обсуждение и выводы. Приведенные выше результаты предполагают, что жесткие частицы α и β образуются в результате одиночного партонного рассеяния (SPS), а их образованием в результате двойного партонного рассеяния (DPS) можно пренебречь. Это упрощение справедливо для нуклон-нуклонных столкновений, но может не соблюдаться в ядро-ядерных взаимодействиях, в которых уже необходимо учитывать возможность комбинаторного усиления [26] сечения DPS в $A+A$ столкновениях по сравнению с соответствующим значением, масштабированным на A^2 , для нуклон-нуклонных столкновений. Двойной фактор ядерной модификации, учитывающий вклады SPS и DPS, в конечном итоге может быть представлен как [2]

$$R_{AA}^{\alpha\beta} = R_{AA}^{\alpha} \cdot R_{AA}^{\beta} \left[F + \frac{C - F}{K + 1} \right], \quad (5)$$

где

$$K = \sigma_{(NN \rightarrow \alpha\beta)}^{SPS} / \sigma_{(NN \rightarrow \alpha\beta)}^{DPS}, \quad (6)$$

а $\sigma_{(NN \rightarrow \alpha\beta)}^{SPS}$ и $\sigma_{(NN \rightarrow \alpha\beta)}^{DPS}$ – полные сечения одновременного образования двух жестких частиц α и β в SPS и DPS в нуклон-нуклонных столкновениях. Заметим, что $K \gg 1$ при достаточно больших поперечных импульсах. В случае большого значения атомного номера A комбинаторный фактор C в событиях без ограничения на центральность взаимодействия можно оценить как [27]

$$C \simeq 1 + \frac{\sigma_{\text{eff}, pp}}{7[\text{мб}]\pi} A^{1/3} + \frac{\sigma_{\text{eff}, pp}}{28[\text{мб}]\pi} A^{4/3}. \quad (7)$$

Комбинаторное усиление C не зависит от кинематики и типа частиц, а в основном определяется атом-

ным номером A . Это усиление составляет $C \sim 27$ (для малых значений $A = 40$) или $C \sim 215$ (для больших значений $A = 208$) при значении эффективного сечения DPS $\sigma_{\text{eff}, pp} = 15$ мб. Значения комбинаторного фактора C для определенного интервала параметров удара, соответствующего заданному диапазону центральностей, можно найти в [26].

Таким образом, имеет место конкуренция между комбинаторным усилением C и подавлением K и R_{AA} . Коэффициент K может быть извлечен из анализа экспериментальных данных и/или результатов моделирования, которое учитывает DPS, чтобы предсказать значение двойного фактора ядерной модификации с вкладами SPS и DPS. В частности, в работе [2] было показано, что образование J/ψ -мезонов в паре с W -бозонами не подавляется, а усиливается в области умеренных поперечных импульсов, в отличие от случая образования неассоциированных J/ψ -мезонов. В то же время, в области высоких поперечных импульсов фактор ядерной модификации образования ассоциированных $J/\psi + W$ -мезонов сходится к фактору для образования неассоциированных J/ψ -мезонов. Эти предсказания для двойного коэффициента ядерной модификации были сделаны на основе экспериментальных измерений [28] $\sigma_{(NN \rightarrow \alpha\beta)}^{SPS}$ и $\sigma_{(NN \rightarrow \alpha\beta)}^{DPS}$ в случае образования J/Ψ -мезонов в сопровождении с W -бозоном, что позволяет оценить фактор K как функцию поперечного импульса J/Ψ с использованием уравнения (6). Для большей точности предсказаний используются измерения одиночного фактора ядерной модификации J/ψ на LHC [29–31].

В случае, когда частицы движутся с противоположных азимутальных направлений, коэффициент

F близок к единице. Следовательно, вклад DPS в двойной фактор ядерной модификации $R_{AA}^{\alpha\beta}$ может быть легче обнаружен по сравнению со случаем, когда частицы движутся сонаправленно и F значительно отличается от единицы. Причина этого заключается в том, что сечение двойного партонного рассеяния не зависит от относительного азимутального угла пары частиц. Таким образом, азимутальные конфигурации частиц, движущихся в противоположных направлениях, более благоприятны для понимания картины ядерных взаимодействий, поскольку отклонение от единицы отношения двойного фактора ядерной модификации к произведению одиночных факторов ядерной модификации может быть вызвано эффектами DPS из-за второго члена в уравнении (5).

В заключение отметим, что в данной работе в рамках модели HYDJET++ вычислены двойные факторы ядерной модификации пар адронов в различных азимутальных конфигурациях. Показано, что два адрона, образованные в разных струях в противонаправленной конфигурации, подавляются сильнее, чем адроны, образованные в одной струе. При этом факторизация двойного фактора ядерной модификации выполняется почти точно, когда два адрона происходят из разных струй при условии, что эффект двойного партонного рассеяния не учитывается. Однако, когда адроны образуются из одной струи, факторизация заметно нарушается. Таким образом, значительное отклонение от единицы отношения двойного фактора ядерной модификации к произведению одиночных факторов ядерной модификации в азимутальных конфигурациях пар частиц “вперед-назад” может быть обусловлено эффектами двойного партонного рассеяния. Это подтверждает вывод о том, что измерение двойных факторов ядерной модификации открывает значительный потенциал для дальнейших исследований ядро-ядерных взаимодействий. Подобные исследования могут быть распространены на различные сорта жестких частиц в широком диапазоне кинематических переменных и типы ядерных столкновений с различными атомными номерами A .

А. М. Снигирев выражает благодарность С. П. Баранову, А. В. Липатову и М. А. Малышеву за плодотворные обсуждения. А. С. Чернышов выражает благодарность фонду “Базис” за поддержку в рамках гранта # 23-2-10-2-1.

Финансирование работы. Данное исследование выполнено в рамках государственного задания Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. J. W. Harris and B. Muller, “QGP signatures revisited”, *Eur. Phys. J. C* **84**, 247 (2024).
2. S. P. Baranov, A. V. Lipatov, M. A. Malyshev, and A. M. Snigirev, “Double parton scattering versus jet quenching”, *JETP Lett.* **119**, 823 (2024).
3. A. S. Chernyshov, I. P. Lokhtin, and A. M. Snigirev, “Double nuclear modification factor in relativistic heavy ion collisions”, *JETP Lett.* **122**, 265 (2025).
4. M. Gyulassy and M. Plumer, “Jet quenching in dense matter”, *Phys. Lett. B* **243**, 432 (1990).
5. X. N. Wang and M. Gyulassy, “Gluon shadowing and jet quenching in A+A collisions at $\sqrt{s} = 200$ GeV”, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1480 (1992).
6. R. Baier, D. Schiff, and B. G. Zakharov, “Energy loss in perturbative QCD”, *Annual Rev. Nucl. Part. Sci.* **50**, 37 (2000).
7. R. Baier, Y. L. Dokshitzer, A. H. Mueller, and D. Schiff, “Quenching of hadron spectra in media”, *JHEP* **09**, 033 (2001).
8. X. N. Wang, “High- p_T hadron spectra, azimuthal anisotropy and back to back correlations in high-energy heavy ion collisions”, *Phys. Lett. B* **595**, 165 (2004).
9. B. G. Zakharov, “Nuclear modification factor I_{AA} in AA collisions at RHIC and LHC energies in scenarios with and without quark-gluon plasma formation in pp collisions”, *JETP Lett.* **122**, 269 (2025).
10. I. P. Lokhtin, L. V. Malinina, S. V. Petrushanko, A. M. Snigirev, I. Arsene, and K. Tywoniuk, “Heavy ion event generator HYDJET++ (HYDrodynamics plus JETs)”, *Comput. Phys. Commun.* **180**, 779 (2009).
11. I. P. Lokhtin, A. V. Belyaev, L. V. Malinina, S. V. Petrushanko, E. P. Rogochaya, and A. M. Snigirev, “Hadron spectra, flow and correlations in PbPb collisions at the LHC: interplay between soft and hard physics”, *Eur. Phys. J. C* **72**, 2045 (2012).
12. L. V. Bravina, B. H. Busheim Johansson, G. Kh. Eyyubova, V. L. Korotkikh, I. P. Lokhtin, L. V. Malinina, S. V. Petrushanko, A. M. Snigirev, and E. E. Zabrodin, “Higher harmonics of azimuthal anisotropy in relativistic heavy ion collisions in HYDJET++ model”, *Eur. Phys. J. C* **74**, 2807 (2014).
13. L. V. Bravina, E. S. Fotina, V. L. Korotkikh, I. P. Lokhtin, L. V. Malinina, E. N. Nazarova, S. V. Petrushanko, A. M. Snigirev, and E. E. Zabrodin, “Anisotropic flow fluctuations in hydro-inspired freeze-out model for relativistic heavy ion collisions”, *Eur. Phys. J. C* **75**, 588 (2015).
14. G. Kh. Eyyubova, V. L. Korotkikh, I. P. Lokhtin, S. V. Petrushanko, A. M. Snigirev, L. V. Bravina, and E. E. Zabrodin, “Angular dihadron correlations as an interplay between elliptic and triangular flows”, *Phys. Rev. C* **91**, 064907 (2015).

15. I. P. Lokhtin, A. V. Belyaev, and A. M. Snigirev, “Jet quenching pattern at LHC in PYQUEN model”, *Eur. Phys. J. C* **71**, 1650 (2011).
16. I. P. Lokhtin, A. A. Alkin, and A. M. Snigirev, “On jet structure in heavy ion collisions”, *Eur. Phys. J. C* **75**, 452 (2015).
17. I. P. Lokhtin and A. M. Snigirev, “A model of jet quenching in ultrarelativistic heavy ion collisions and high- p_T hadron spectra at RHIC”, *Eur. Phys. J. C* **45**, 211 (2006).
18. N. S. Amelin, R. Lednicky, T. A. Pocheptsov, I. P. Lokhtin, L. V. Malinina, A. M. Snigirev, Iu. A. Karpenko, and Yu. M. Sinyukov, “A fast hadron freeze-out generator”, *Phys. Rev. C* **74**, 064901 (2006).
19. N. S. Amelin, R. Lednicky, I. P. Lokhtin, L. V. Malinina, A. M. Snigirev, Iu. A. Karpenko, Yu. M. Sinyukov, I. Arsene, and L. Bravina, “Fast hadron freeze-out generator. Part II. Noncentral collisions”, *Phys. Rev. C* **77**, 014903 (2008).
20. U. Wiedemann, “Two particle interferometry for noncentral heavy ion collisions”, *Phys. Rev. C* **57**, 266 (1998).
21. A. S. Chernyshov, G. Kh. Eyyubova, V. L. Korotkikh, I. P. Lokhtin, L. V. Malinina, S. V. Petrushanko, A. M. Snigirev, and E. E. Zabrodin, “Toward a description of the centrality dependence of the charge balance function in the HYDJET++ model”, *Chin. Phys. C* **47**, 084107 (2023).
22. G. O. Ambaryan, A. S. Chernyshov, G. Kh. Eyyubova, V. L. Korotkikh, I. P. Lokhtin, S. V. Petrushanko, A. M. Snigirev, and E. E. Zabrodin, “Modeling net-charge fluctuations in heavy-ion collisions at the LHC”, *Chin. Phys. C* **49**, 014109 (2025).
23. G. O. Ambaryan, L. V. Bravina, A. S. Chernyshov, G. Kh. Eyyubova, V. L. Korotkikh, I. P. Lokhtin, S. V. Petrushanko, A. M. Snigirev, and E. E. Zabrodin, “HYDrodynamics with JETs (HYDJET++): latest developments and results”, *Particles* **8**, 35 (2025).
24. K. Aamodt, A. Abrahantes Quintana, D. Adamova et al. (ALICE Collaboration), “Suppression of charged particle production at large transverse momentum in central Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV”, *Phys. Lett. B* **696**, 30 (2011).
25. S. Acharya, D. Adamova, S. P. Adhya et al. (ALICE Collaboration), “Production of charged pions, kaons, and (anti-)protons in Pb-Pb and inelastic pp collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV”, *Phys. Rev. C* **101**, 044907 (2020).
26. D. d’Enterria and A. M. Snigirev, “Enhanced J/ψ -pair production from double parton scatterings in nucleus-nucleus collisions at the Large Hadron Collider”, *Phys. Lett. B* **727**, 157 (2013).
27. D. d’Enterria, A. Snigirev, “Double, triple, and n -parton scatterings in high-energy proton and nuclear collisions”, *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* **29**, 159 (2018).
28. M. Aaboud, G. Aad, B. Abbott et al. (ATLAS Collaboration), “Measurement of J/ψ production in association with a $W^\pm$ boson with pp data at 8 TeV”, *JHEP* **01**, 095 (2020).
29. B. Abelev, J. Adam, D. Adamova et al. (ALICE Collaboration), “ J/ψ suppression at forward rapidity in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV”, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 072301 (2012).
30. S. Acharya, D. Adamova, A. Adler et al. (ALICE Collaboration), “Centrality and transverse momentum dependence of inclusive J/ψ production at midrapidity in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV”, *Phys. Lett. B* **805**, 135434 (2020).
31. A. M. Sirunyan, A. Tumasyan, W. Adam et al. (CMS Collaboration), “Measurement of prompt and nonprompt charmonium suppression in PbPb collisions at 5.02 TeV”, *Eur. Phys. J. C* **78**, 509 (2018).