

Твердотельный непрерывный сверхизлучательный лазер с длиной волны в телекоммуникационном диапазоне

К. И. Герасимов¹⁾, М. М. Миннегалиев¹⁾, С. А. Моисеев¹⁾

Казанский квантовый центр,

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева, 420111 Казань, Россия

Поступила в редакцию 23 июня 2026 г.

После переработки 23 июня 2026 г.

Принята к публикации 29 июня 2026 г.

Свойства сверхизлучения или суперфлуоресценции обычно изучаются при импульсном возбуждении. В данной работе исследуется сверхизлучательная лазерная генерация при непрерывной накачке без использования специального внешнего резонатора. Реализована генерация в твердом теле ($\text{YPO}_4:\text{Er}^{3+}$) с узкой линией излучения (~ 48 кГц), в одномодовом одночастотном режиме работы, с высоким квантовым дифференциальным коэффициентом полезного действия ($\sim 84\%$), низким порогом генерации и на телекоммуникационной длине волны (~ 1.5 мкм).

DOI: 10.7868/S3034576626080116

Введение. Сверхизлучение (СИ) Дике [1] или суперфлуоресценция (СФ) – это когерентный процесс, имеющий большое многообразие проявлений, и одно из них – сверхизлучательная лазерная генерация [2]. В стандартном лазере возникновение когерентного излучения происходит благодаря поддержанию этого излучения в высоко добротном резонаторе, содержащем активную среду. Тогда как в СИ лазере когерентность взаимодействия атомов и излучаемого ими света обеспечивается большим временем жизни атомной когерентности даже в условиях быстрого ухода генерируемого излучения из вещества. Это приводит к тому, что когерентные свойства лазерного излучения определяются не резонатором, а в большей степени веществом, т.е. однородной и неоднородной ширинами используемого СИ перехода. Существенно снижаются требования к резонатору, так что СИ лазер может работать в режиме так называемого “плохого” резонатора (резкость резонатора может быть < 2) [3] и в промежуточном режиме (crossover regime) [4], возможна также безрезонаторная лазерная генерация [5] и даже предлагается генерация в режиме СИ лазера с “подавленным” излучением (*inhibited laser* – длина волны генерации находится в антирезонансе – между пиками пропускания резонатора) [6]. Ширина линии СИ лазера может быть меньше естественной ширины перехода [7], достигать миллигерцовых величин [8–10]. Недавно было показано, что стандартный квантовый предел [11–13] ширины линии СИ лазера мо-

жет быть преодолен за счет использования сжатых состояний [14].

СФ наблюдалась в различных физических системах, включая атомные и молекулярные газы, атомные пучки, твердотельные системы и холодные атомы в ловушках [15]. С точки зрения получения узкополосной непрерывной или квази-непрерывной СИ генерации в низкодобротном резонаторе чаще всего рассматриваются холодные атомы в ловушках с излучением на часовом переходе [16]. СФ в твердотельных системах наблюдалась в молекулярных центрах, молекулярных агрегатах и кристаллах, квантовых точках, нанокристаллах, экситонах и квантовых стенках в полупроводниках [17] и в примесных редкоземельных ионах (РЗИ) и других центрах в кристаллах [18].

Несмотря на то, что РЗИ в кристаллах могут иметь большие времена продольной – T_1 и поперечной релаксации – T_2 (например, $T_2 \sim 10$ ч на часовом переходе Eu^{3+} в кристалле Y_2SiO_5 [19]), сообщений о наблюдении СФ или СИ лазерной генерации не так много. Первые наблюдения СФ РЗИ относятся к Er^{3+} в LiYF_4 [20, 21] на длине волны $\lambda \approx 2.72$ мкм, Nd^{3+} в NdCl_3 ($\lambda \approx 0.694$ мкм) [22] и Pr^{3+} в LaF_3 ($\lambda \approx 0.478$ и 0.606 мкм) [23–25]. Относительно недавно исследовалась СФ Er^{3+} в Y_2SiO_5 на длине волны 1.545 мкм [26], каскадная СФ – на длинах волн 2.718 мкм и 1.534 мкм Er^{3+} в LiYF_4 [27] и СИ импульсная квазипериодическая лазерная генерация Er^{3+} в Y_2SiO_5 [28]. Недавно было обнаружено СИ в Er^{3+} в Y_2SiO_5 при реализации квантовой памяти в протоколе восстановления подавленного фо-

¹⁾e-mail: kigerasimov@mail.ru

тонного эха [29]. Особо стоит отметить недавнюю работу [30], в которой детально изучена СИ импульсная квази-периодическая генерация в $\text{YVO}_4:\text{Yb}^{3+}$, которая продемонстрирована одновременно в оптическом и микроволновом диапазонах, сопровождающаяся формированием частотной гребенки с шириной линии ≈ 50 Гц на частоте 3.4 ГГц и с шириной ≈ 1 кГц в оптическом диапазоне.

В наших работах [31, 32] в процессе проведения спектроскопических исследований концентрационной серии кристаллов $\text{YPO}_4:\text{Er}^{3+}$ (концентрация $c = 0.005\text{--}0.7$ ат. %) при превышении порогового значения интенсивности накачки была обнаружена СФ Er^{3+} ($c = 0.2\%$) осцилляторного типа, которая трансформировалась в непрерывную СИ лазерную генерацию при непрерывной накачке.

В данной работе проведены подробные исследования СИ лазерной генерации в $\text{YPO}_4:\text{Er}^{3+}$ без использования внешнего резонатора. Обнаружен высокий дифференциальный квантовый КПД СИ лазера на телекоммуникационной длине волны (~ 1.5 мкм), выяснены условия появления СИ генерации, модовый состав и основные параметры. Обсуждаются пути дальнейшего сужения спектральной ширины линии СИ лазерной генерации и создания твердотельного стандарта частоты.

Эксперимент и обсуждение результатов. Условия роста кристаллов и энергии уровней Er^{3+} в YPO_4 приведены ранее в работе [31]. Структура кристалла и примесных центров Er^{3+} хорошо известны, см., например [33]. Упрощенные схемы установки и энергетических уровней Er^{3+} в YPO_4 приведены на рис. 1. Кристалл представлял из себя тонкую пластинку ($L = 0.32 \pm 0.01$ мм), плоскость пластинки устанавливалась приблизительно перпендикулярно направлению распространения накачки. Сам кристалл помещался в криостат замкнутого цикла (Montana Instruments), температура составляла примерно 3.5 К.

Люминесценция, СФ и СИ лазерная генерация возбуждались при помощи титан-сапфирового кольцевого одночастотного лазера с шириной линии ~ 2 кГц при времени измерения 1 с [34]. Длина волны ($\lambda \sim 807.9$ нм) лазера настраивалась на переход ${}^4\text{I}_{15/2}(\Gamma_7^1) \rightarrow {}^4\text{I}_{9/2}(\Gamma_7^1)$ (см. рис. 1b), поляризация излучения накачки была параллельна оси кристалла, что соответствовало наибольшему поглощению ($\alpha L > 4$, где α – коэффициент поглощения, длина образца $L \approx 0.32$ мм). При накачке ниже порогового значения (энергия накачки E_p меньше $E_{th} \approx 0.23$ мкДж) наблюдалась люминесценция с нижних состояний мультиплетов ${}^4\text{I}_{11/2}$ и ${}^4\text{I}_{13/2}$, причем

люминесценция с ${}^4\text{I}_{11/2}$ была на 2–3 порядка слабее, чем с ${}^4\text{I}_{13/2}$. Люминесценция с мультиплета ${}^4\text{I}_{9/2}$ не наблюдалась. Эти особенности люминесценции означают, что большая часть энергии безызлучательно переходит с мультиплета ${}^4\text{I}_{9/2}$ через мультиплет ${}^4\text{I}_{11/2}$ на нижнее долгоживущее ($T_1^{13} \approx 5$ мс) состояние мультиплета ${}^4\text{I}_{13/2}$. При $E_p > E_{th}$ люминесценция трансформировалась в осцилляторную СФ на переходе ${}^4\text{I}_{13/2}(\Gamma_6^1) \rightarrow {}^4\text{I}_{15/2}(\Gamma_6^1)$ ($|3\rangle \rightarrow |2\rangle$, см. рис. 1b и c) и далее через 100–200 мкс переходила в стационарную СИ лазерную генерацию.

СФ и СИ лазерная генерация были поляризованы перпендикулярно оси кристалла (σ – поляризация), излучение происходило в направлении распространения накачки и в противоположном направлении. Свойства излучения в двух направлениях были идентичными, поэтому в прямом направлении измерялись интенсивность и модовый состав СФ и СИ лазерной генерации, а в обратном направлении – спектральная ширина линии СИ лазера. Для определения спектральной ширины линии применялась хорошо известная гетеродинная интерферометрическая схема [35] в волоконно-оптическом исполнении (см. рис. 1a). Излучение СИ лазера делилось на две равные части в первом волоконном разветвителе (FBS). Первая часть СИ лазерной генерации задерживалась на время 0.125 или 0.25 мс с помощью длинного (25 или 50 км) одномодового волокна. Второй сигнал сдвигался по частоте с помощью волоконно-оптического модулятора (FAOM, 80 МГц). После коррекции поляризации (РС – поляризационный контроллер) оба сигнала объединялись во втором FBS. Затем спектр биений двух сигналов измерялся с помощью высокочастотного детектора DET 08CFC/M (5 ГГц InGaAs FC/PC-Coupled фотодетектор, 800–1700 нм) и анализатора спектра (Rigol DSA815).

Наблюдаемая СИ лазерная генерация происходила в низкодобротном плоскопараллельном резонаторе Фабри–Перо, который был образован плоскостями кристалла. Спектры пропускания данного резонатора в окрестности длины волны СФ представлены на рис. 2. Из полученных спектров был вычислен свободный спектральный диапазон (ССД) для обыкновенного $\text{FSR}_o \approx 238.40$ ГГц и необыкновенного $\text{FSR}_e \approx 224.98$ ГГц лучей. Исходя из данных значений ССД и L кристалла, были вычислены коэффициенты преломления $n_o = 1.96 \pm 0.06$ и $n_e = 2.08 \pm 0.06$. Полученные значения могут быть использованы, например, для уточнения коэффициентов в формулах приближения Селлмейера, полученных в работе [36].

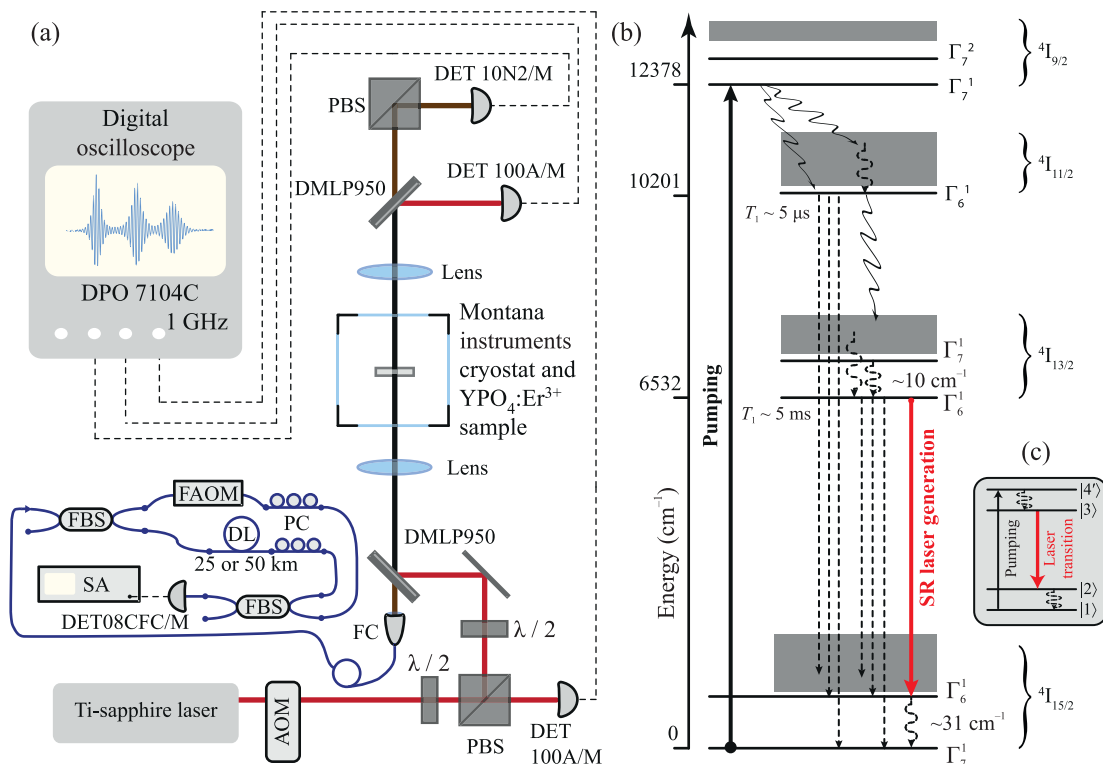


Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Упрощенная схема экспериментальной установки для низкотемпературных исследований СИ лазерной генерации. (b) – Схема энергетических уровней Er^{3+} в YPO_4 и (c) – эквивалентная квази-четырёхуровневая схема. AOM – двухпроходный акустооптический модулятор (80 МГц); DET – детекторы Thorlabs; PBS – поляризационный разделитель пучка; DMLP – длинноволновое дихроичное зеркало; FC – волоконный коллиматор; FBS – волоконный делитель пучка (50/50 %); FAOM – волоконный акустооптический модулятор (80 МГц); DL – волоконная линия задержки длиной 25 или 50 км; PC – поляризационный контроллер; SA – анализатор спектра. Синие линии обозначают оптическое волокно; красные и коричневые линии – излучение накачки и СИ соответственно. Черная линия – область, где присутствуют оба излучения. На упрощенной схеме энергетических уровней Er^{3+} в YPO_4 сплошная черная стрелка соответствует переходу, который использовался для возбуждения люминесценции и генерации СИ и лазерного излучения. Пунктирные черные стрелки указывают на люминесцентные переходы, наблюдаемые при низкой мощности накачки и описанные в предыдущей статье [31]. Волнообразные стрелки соответствуют безызлучательным переходам. Сплошная ярко-красная стрелка показывает переход СИ лазерной генерации, исследованный в данной статье. Аналог в виде квази-четырёхуровневой диаграммы показан на вставке (c)

Прямоугольником серого цвета на рис. 2 обозначена центральная частота СФ и СИ лазерной генерации, которая близка к минимуму пропускания резонатора, как для π -, так и для σ -поляризации. Другими словами реализован случай СИ лазера в “плохом” резонаторе в режиме лазера с “подавленным” излучением [6]. Однако этот аспект требует дальнейшего более детального изучения и этому будет посвящена отдельная работа.

Зависимость мощности СИ лазерной генерации от мощности накачки представлена на рис. 3. Следует отметить низкий порог возбуждения СИ лазерной генерации ($\sim 0.34 \text{ мВт}$) и высокий дифференциальный коэффициент полезного действия (КПД) – 44 %. Если учесть отношение энергий квантов накачки

и генерации ~ 1.9 , то эффективность генерации одного кванта СИ из одного кванта накачки составит величину $\sim 84 \%$.

Лазерный луч СИ имел одну гауссову поперечную моду (см. вставку на рис. 4) размером $4 \times 3.8 \text{ мм}$ на уровне интенсивности $1/e^2$. Профиль лазерного луча измеряли с помощью ИК-камеры CinCam CMOS-1201. Мы также измерили спектр СИ лазерной генерации, используя описанный ранее метод, с задержками 0.125 и 0.25 мс (рис. 4). Спектры хорошо описывались контуром Лоренца с полной шириной на половине высоты от максимума (FWHM) 97 и 153 кГц. Одночастотный лоренцевский спектр показывает, что используемые задержки значительно превышают время когерентности СИ перехода, а ширина спектральных линий СИ лазера составляет 48.5

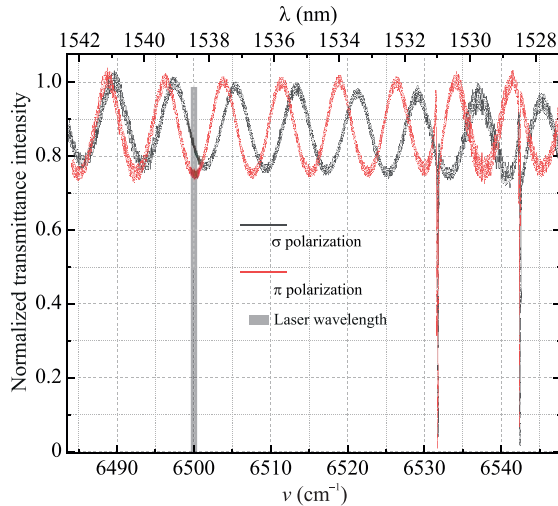


Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектры пропускания резонатора, образованного гранями кристалла. Кривые черного и красного цветов для σ и π поляризации соответственно. Пики пропускания имеют ССД – $\text{FSR}_o \approx 238.40$ ГГц и $\text{FSR}_e \approx 224.98$ ГГц. Прямоугольником серого цвета обозначена центральная частота СФ и СИ лазерной генерации. Узкие пики поглощения соответствуют переходам $^4I_{15/2}(\Gamma_7^1) \rightarrow ^4I_{13/2}(\Gamma_6^1)$ и $^4I_{15/2}(\Gamma_7^1) \rightarrow ^4I_{13/2}(\Gamma_7^1)$ [31]. $T = 3.5$ К

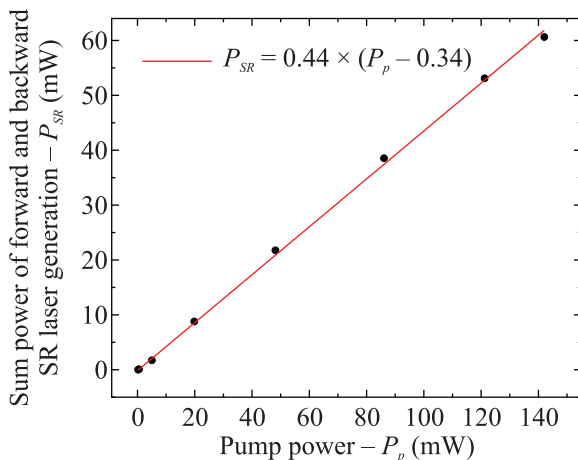


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость мощности лазерного излучения от мощности накачки (черные точки) и линейная аппроксимация экспериментальных данных (красная линия)

и 76.5 кГц при соответствующих временах измерения в 0.125 и 0.25 мс [37].

Для реализации широкополосной накачки мы использовали шумовую модуляцию частоты накачки в пределах ± 4 МГц при помощи АОМ. Это привело к небольшому (приблизительно 10 %) уширению линии СИ лазера. Такое небольшое уширение, возможно, указывает на то, что однородная ширина линии

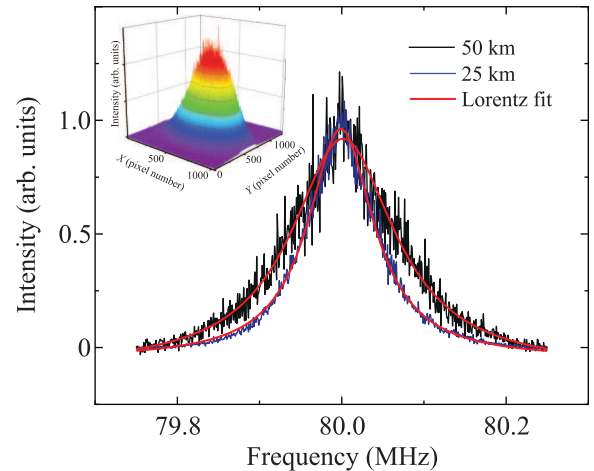


Рис. 4. (Цветной онлайн) Ширина линии СИ лазера, измеренная с использованием волоконно-оптической линии задержки длиной 25 и 50 км, синяя и черная кривые, соответственно. Красные кривые представляют собой аппроксимацию экспериментальных данных контуром Лоренца с FWHM шириной линии 97 и 153 кГц. На вставке показано поперечное распределение интенсивности лазерного луча

на переходе накачки или на СИ переходе превышает 8 МГц.

Закключение. По нашим данным, в настоящей работе впервые получена одномодовая и одночастотная СИ лазерная генерация на РЗИ в твердом теле при непрерывной накачке и без использования специального внешнего резонатора. Проведены исследования свойств СИ лазера. Получена узкая линия СИ лазерной генерации в твердом теле (~ 48 кГц), что более чем на два порядка меньше чем спектральная ширина лазерной накачки при ее частотной шумовой модуляции. Квантовый дифференциальный КПД имел высокое значение ($\sim 84\%$), при этом СИ лазерная генерация характеризовалась низкой пороговой мощностью возбуждения (~ 0.34 мВт). Особенно стоит отметить, что СИ лазер был реализован на телекоммуникационной длине волны (~ 1.5 мкм).

Проведенные исследования открывают путь для дальнейшего сужения спектральной ширины линии СИ лазера путем использования внешнего резонатора в режимах от низкодобротного до высокодобротного и в режиме “подавленного” излучения. Такие исследования будут важным шагом для создания твердотельного стандарта частоты с шириной линии в миллигерцовом диапазоне.

Финансирование работы. Работа выполнена за счет гранта, предоставленного Академией наук Республики Татарстан образовательным организациям высшего образования, научным и иным

организациям на поддержку планов развития кадрового потенциала в части стимулирования их научных и научно-педагогических работников к защите докторских диссертаций и выполнению научно-исследовательских работ (Соглашение #15/2025-ПД-КАИ от 22.12.2025).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. R. H. Dicke, "Coherence in Spontaneous Radiation Processes", *Phys. Rev.* **93**, 99 (1954).
2. F. Haake, M. I. Kolobov, C. Fabre, E. Giacobino, and S. Reynaud, "Superradiant laser", *Phys. Rev. Lett.* **71**, 995 (1993).
3. J. Zhang, T. Shi, J. Miao, D. Yu, and J. Chen, "An extremely bad-cavity laser", *npj Quantum Inf.* **10**, 87 (2024).
4. K. Debnath, Y. Zhang, and K. Mølmer, "Lasing in the superradiant crossover regime", *Phys. Rev. A* **98**, 063837 (2018).
5. A. Bychek, R. Holzinger, and H. Ritsch, "Nanoscale Mirrorless Superradiant Lasing", *Phys. Rev. Lett.* **135**, 143601 (2025).
6. T. Shi, D. Pan, and J. Chen, "An inhibited laser", *Commun. Phys.* **5**, 208 (2022).
7. S. L. Kristensen, E. Bohr, J. Robinson-Tait, T. Zelevinsky, J. W. Thomsen, and J. H. Müller, "Subnatural Linewidth Superradiant Lasing with Cold ^{88}Sr Atoms", *Phys. Rev. Lett.* **130**, 223402 (2023).
8. D. Meiser, J. Ye, D. R. Carlson, and M. J. Holland, "Prospects for a Millihertz-Linewidth Laser", *Phys. Rev. Lett.* **102**, 163601 (2009).
9. M. A. Norcia, M. N. Winchester, J. R. K. Cline, and J. K. Thompson, "Superradiance on the millihertz linewidth strontium clock transition", *Sci. Adv.* **2**, e1601231 (2016).
10. J. T. Reilly, S. B. Jäger, J. Cooper, and M. J. Holland, "Fully Collective Superradiant Lasing with Vanishing Sensitivity to Cavity Length Vibrations", *Phys. Rev. Lett.* **136**, 143803 (2026).
11. S. J. M. Kuppens, M. P. van Exter, and J. P. Woerdman, "Quantum-Limited Linewidth of a Bad-Cavity Laser", *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3815 (1994).
12. M. P. van Exter, S. J. M. Kuppens, and J. P. Woerdman, "Theory for the linewidth of a bad-cavity laser", *Phys. Rev. A* **51**, 809 (1995).
13. A. L. Schawlow and C. H. Townes, "Infrared and Optical Masers", *Phys. Rev.* **112**, 1940 (1958).
14. H. Loughlin and V. Sudhir, "Generalized Schawlow-Townes limit", *Phys. Rev. A* **113**, 043717 (2026).
15. V. V. Kocharovskiy, V. V. Zheleznyakov, E. R. Kocharovskaya, and V. V. Kocharovskiy, "Superradiance: the principles of generation and implementation in lasers", *Phys.-Uspekhi* **60**, 345 (2017).
16. A. D. Ludlow, M. M. Boyd, J. Ye, E. Peik, and P. O. Schmidt, "Optical atomic clocks", *Rev. Mod. Phys.* **87**, 637 (2015).
17. K. Cong, Q. Zhang, Y. Wang, G. T. Noe, A. Belyanin, and J. Kono, "Dicke superradiance in solids [Invited]", *J. Opt. Soc. Am. B* **33**, C80 (2016).
18. A. A. Kalachev and V. V. Samartsev, "Optical superradiance in impurity crystals and its possible applications", *Laser Phys.* **12**(8), 1114 (2002).
19. F. Wang, M. Ren, W. Sun, M. Guo, M. J. Sellars, R. L. Ahlefeldt, J. G. Bartholomew, J. Yao, S. Liu, and M. Zhong, "Nuclear Spins in a Solid Exceeding 10-Hour Coherence Times for Ultra-Long-Term Quantum Storage", *PRX Quantum* **6**, 010302 (2025).
20. F. Auzel, S. Hubert, and D. Meichenin, "Very Low Threshold CW Excitation of Superfluorescence at 2.72 μm in Er^{3+} ", *Europhys. Lett.* **7**, 459 (1988).
21. S. Hubert, D. Meichenin, and F. Auzel, "Thermal behaviour of low temperature coherent emission in $\text{LiYF}_4:\text{Er}^{3+}$ ", *J. Lumin.* **45**, 434 (1990).
22. M. Yin and J.-C. Krupa, "Superfluorescence from NdCl_3 ", *Chem. Phys. Lett.* **314**, 27 (1999).
23. V. A. Zuikov, A. A. Kalachev, V. V. Samartsev, and A. M. Shegeda, "Optical superradiance in a $\text{LaF}_3:\text{Pr}^{3+}$ crystal", *Laser Phys.* **9**(4), 951 (1999).
24. V. A. Zuikov, A. A. Kalachev, V. V. Samartsev, and A. M. Shegeda, "Two-color optical superradiance and other coherent effects in the resonant propagation of a laser pulse in a $\text{LaF}_3:\text{Pr}^{3+}$ crystal", *Laser Phys.* **10**(1), 364 (2000).
25. G. G. Grigoryan, Y. V. Orlov, A. Y. Shashkov, T. G. Yukina, and N. V. Znamenskiy, "Superradiant emission of $\text{LaF}_3:\text{Pr}^{3+}$ in resonator", *Laser Phys.* **17**, 511 (2007).
26. C. Braggio, F. Chiossi, G. Carugno, A. Ortolan, and G. Ruoso, "Spontaneous formation of a macroscopically extended coherent state", *Phys. Rev. Res.* **2**, 033059 (2020).
27. F. Chiossi, C. Braggio, A. Khanbekyan, G. Carugno, A. Ortolan, G. Ruoso, R. Calabrese, A. Di Lieto, L. Tomassetti, and M. Tonelli, "Cascade superfluorescence in $\text{Er}:\text{YLF}$ ", *Phys. Rev. Res.* **3**, 013138 (2021).
28. H. Hara, J. Han, Y. Imai, N. Sasao, A. Yoshimi, K. Yoshimura, M. Yoshimura, and Y. Miyamoto, "Periodic superradiance in an $\text{Er}:\text{YSO}$ crystal", *Phys. Rev. Res.* **6**, 013005 (2024).
29. M. M. Minnegaliev, K. I. Gerasimov, and S. A. Moiseev, "Experimental Study of a Quantum Memory Protocol: Revival of Silenced Echo and Superradiance", *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **89**, 2339 (2025).
30. T. Xie, R. Fukumori, W.-K. Mok, J. Li, J. Choi, and A. Faraon, "Observation of Tunable Superradiant Frequency Combs", *arXiv:2604.14601* (2026).

31. M.N. Popova, S.A. Klimin, S.A. Moiseev, K.I. Gerasimov, M.M. Minnegaliev, E.I. Baibekov, G.S. Shakurov, M. Bettinelli, and M.C. Chou, "Crystal field and hyperfine structure of $^{167}\text{Er}^{3+}$ in $\text{YPO}_4\text{:Er}$ single crystals: High-resolution optical and EPR spectroscopy", *Phys. Rev. B* **99**, 235151 (2019).
32. K.I. Gerasimov, T.N. Sabirov, S.A. Moiseev, E.I. Baibekov, M. Bettinelli, M. Chou, Y.-C. Yen, and M. Popova, "Spectroscopy and photon echo at the Er^{3+} transition with a small inhomogeneous broadening and telecommunication wavelength in a YPO_4 crystal", *Opt. Spectrosc.* **131**(5), 607 (2023).
33. W. Milligan, D. Mullica, G. Beall, and L. Boatner, "Structural investigations of YPO_4 , ScPO_4 , and LuPO_4 ", *Inorganica Chim. Acta* **60**, 39(1982).
34. S. Kobtsev, B. Lev, J. Fortagh, and V. Baraulya, "Powerful narrow-line source of blue light for laser cooling Yb/Er and Dysprosium atoms", in *Solid State Lasers XIX: Technol. Devices*, ed. by W.A. Clarkson, N. Hodgson, and R.K. Shori, (2010), v. 7578, p. 75782F.
35. T. Okoshi, K. Kikuchi, and A. Nakayama, "Novel method for high resolution measurement of laser output spectrum", *Electron. Lett.* **16**(16), 630 (1980).
36. G. Jellison, L. Boatner, and C. Chen, "Spectroscopic refractive indices of metalorthophosphates with the zircon-type structure", *Optical Materials* **15**, 103 (2000).
37. H. Ludvigsen, M. Tossavainen, and M. Kaivola, "Laser linewidth measurements using self-homodyne detection with short delay", *Opt. Commun.* **155**, 180(1998).