

Усиление генерации аксиального магнитного поля при релятивистском самоканалировании лазерного излучения, распространяющегося вдоль тонких пленок

В. А. Кулешова⁺, А. В. Коржиманов^{*×1)}

⁺Физический факультет и Филиал МГУ имени М. В. Ломоносова в городе Саров, 603185 Саров, Россия

^{*}Институт прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова РАН, 603000 Н. Новгород, Россия

[×]Радиофизический факультет Нижегородского государственного университета имени Н. И. Лобачевского, 603022 Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 18 ноября 2025 г.

После переработки 29 июня 2026 г.

Принята к публикации 5 июля 2026 г.

В рамках стационарной модели релятивистской самофокусировки показано, что добавление тонкого слоя более плотной плазмы на оси распространения циркулярно-поляризованного пучка увеличивает генерируемое им за счет обратного эффекта Фарадея аксиальное магнитное поле более чем в 10 раз по сравнению со случаем однородной плазмы. Величина аксиального поля в этом случае может превышать магнитное поле лазерной волны, что позволяет при потенциально достижимых в ближайшем будущем интенсивностях излучения $\sim 10^{26}$ Вт/см² приблизиться к уровню терагауссовых квазистационарных полей.

DOI: 10.7868/S3034576626080114

1. Введение. Современные источники ультракоротких сверхмощных лазерных импульсов являются одним из наиболее эффективных способов концентрировать энергию, позволяя достигать интенсивности излучения до 10^{23} Вт/см² [1–3]. Проектируемые в данный момент многоканальные системы суммарной мощности 100 и выше петаватт [4] потенциально позволят при оптимальной фокусировке превысить интенсивность 10^{26} Вт/см² [5, 6]. Взаимодействие таких лазерных импульсов с веществом приводит к эффективному ускорению частиц до высоких энергий [7–9], генерации ярких вспышек рентгеновского и гамма-излучения [10, 11], может быть использовано для получения плотных пучков нейтронов [12], позитронов [13, 14], мюонов [15], а также для создания мощных импульсов низкочастотного [16], терагерцового [17] и среднего инфракрасного [18–20] диапазонов.

Одним из направлений исследований в области применения сверхмощных лазерных импульсов является генерация квазистационарных магнитных полей, способных существовать на временах, превышающих длительность импульса. Экспериментально удалось зарегистрировать магнитные поля величины порядка нескольких мегагаусс, возникающих при

облучении лазерными импульсами с энергией в сотни джоулей и выше мишеней с нарушенной вращательной симметрией (микровитков, микрокатушек и т.п.) [21–23]. Такие поля существуют на временах порядка наносекунд в объемах порядка кубического миллиметра. Такие же по величине поля удалось измерить и в прозрачной плазме при распространении в ней циркулярно-поляризованного пикосекундного импульса [24]. На поверхности твердотельных мишеней, облучаемых фемтосекундными импульсами, удавалось измерить поля от нескольких мегагаусс [25] до десятков мегагаусс [26]. При облучении тонких мишеней с их обратной стороны были косвенно зарегистрированы магнитные поля до сотен мегагаусс [27]. Такие поля, как правило, существуют на пикосекундных временах в объемах порядка сотен кубических микрон.

При этом амплитуда магнитного поля в лазерной волне составляет $B = 91,6(I_{18})^{\frac{1}{2}}$ МГс, где I_{18} – интенсивность излучения, выраженная в единицах 10^{18} Вт/см², и таким образом, при характерных для экспериментов интенсивностях уровня 10^{18} – 10^{20} Вт/см² амплитуда магнитного поля в волне составляет сотни мегагаусс, что значительно превышает измеренные значения квазистационарных полей. В связи с этим возникает вопрос, возможно ли орга-

¹⁾e-mail: artem.korzhimanov@ipfran.ru

низовать взаимодействие таким образом, чтобы осциллирующее поле волны и генерируемое квазистационарное поле были одного порядка.

В литературе обсуждается несколько перспективных подходов к генерации магнитных полей при лазерно-плазменном взаимодействии, среди которых можно выделить генерацию азимутальных полей продольными токами ускоренных лазерным импульсом электронов [27, 28] и обратный эффект Фарадея при распространении в плазме циркулярно-поляризованного излучения [29–31] или излучения с орбитальным моментом импульса [32–34]. Сгенерированные поля могут быть также усилены путем имплозии мишени [35], за счет пинчевания возбужденных токов [36] и за счет использования кластерных и наноструктурированных мишеней [37].

Главной особенностью при этом является то, что при интенсивностях излучения выше 10^{18} Вт/см² с длиной волны порядка 1 мкм кинетическая энергия электронов сравнивается с их энергией покоя и их скорость приближается к скорости света. Это приводит к тому, что величина генерируемых полей в оптимальных режимах определяется практически исключительно мощностью лазерного излучения. Действительно, по порядку величины поле, генерируемое релятивистскими токами, можно оценить как $B \sim jL \sim eN_e cL$, где j – характерная плотность индуцированного тока в мишени, L – характерный размер локализации этого тока, e – элементарный заряд, N_e – концентрация электронов, c – скорость света. При этом эффективная генерация токов возможна только в прозрачной плазме, поскольку в непрозрачной плазме аксиальный ток возбуждается неэффективно, а азимутальный локализуется в тонком скин-слое. С учетом релятивистской нелинейности это означает что наиболее эффективно использование плазмы околоритической концентрации: $N_e \sim N_{cr} \sim \sqrt{1 + a_0^2} \pi m_e c^2 / (e^2 \lambda^2) \approx 1.1 a_0 \lambda_{\mu m}^{-2} \times 10^{21}$ см⁻³, где $a_0 = e\lambda / m_e c^2 (2I / \pi c)^{1/2} = \lambda_{\mu m} \sqrt{I_{18} / 1.38}$ – безразмерная амплитуда поля лазерного импульса, m_e – масса электрона, λ – длина волны излучения, $\lambda_{\mu m}$ – длина волны излучения, измеренная в микронах. В случае однородной плазмы в качестве размера L выступает диаметр лазерного пучка w , и, таким образом, генерируемое магнитное поле имеет скейлинг $B \propto a_0 w \propto \sqrt{P}$, где $P = Iw^2$ – мощность лазерного пучка. Таким образом, уменьшение диаметра пучка с целью увеличения интенсивности не приводит к росту генерируемого магнитного поля, поскольку при этом пропорционально падает область локализации индуцируемых токов.

В данной работе мы предлагаем относительно универсальный способ обхода этого ограничения, который заключается в том, чтобы добавить в область взаимодействия тонкий – толщиной порядка скин-слоя – слой плазмы за критической плотности, ориентированный вдоль направления распространения лазерного импульса. Такой слой, с одной стороны, не приводит к существенному изменению оптических свойств среды и отражению лазерного излучения, а с другой – позволяет увеличить количество электронов в области взаимодействия и тем самым увеличить индуцируемые токи и генерируемые квазистационарные поля. В качестве такого слоя может выступать пленка или фольга субмикронной толщины или же проволока или стержень субмикронного диаметра.

Для демонстрации эффекта мы рассмотрим конкретный способ лазерно-плазменной генерации квазистационарного магнитного поля: обратный эффект Фарадея при самоканалировании релятивистски сильного циркулярно-поляризованного лазерного излучения [29]. Несмотря на ограниченность применяемой модели, ее выводы по отношению к влиянию субмикронных уплотненных плазменных слоев на генерацию магнитных полей будут носить достаточно универсальный характер. Нашей целью будет показать, что применение этой идеи позволяет получать квазистационарные магнитные поля величины, сравнимой с осциллирующим магнитным полем лазерной волны, что при интенсивностях порядка 10^{26} Вт/см² позволит достичь полей порядка 1 ТГс. При таких полях магнитная составляющая силы Лоренца, действующая на электроны в атомах, сравнивается с силой внутриатомного электрического поля, что приводит к значительной деформации электронных состояний и спектра излучения атома [38, 39]. Исследование атомов в таких полях представляет интерес для астрофизики и, в частности, для физики компактных звездных объектов, таких как нейтронные звезды [40].

Генерация замагниченной плазмы также интересна с точки зрения исследования астрофизически интересных режимов взаимодействия замагниченных плазменных потоков [41]. Так, сверхмощные лазерные импульсы способны генерировать сильно замагниченную холодную релятивистскую плазму, недоступную другими методами [42, 43].

2. Модель генерации аксиального магнитного поля за счет обратного эффекта Фарадея при релятивистском самоканалировании. Рассмотрим распространение циркулярно-поляризованного релятивистски интенсивного

лазерного импульса в плазме. Как известно, при этом возможно наблюдение эффекта самофокусировки, обусловленного зависимостью диэлектрической проницаемости плазмы от локальной амплитуды волны в силу релятивистской и стрикционной (пондеромоторной) нелинейностей [44–49]. При превышении мощностью лазерного пучка критической мощности самофокусировки $P_c = 2m_e^2 c^5 / e^2 \cdot N_{cr}^0 / N_e \approx 17.4 N_{cr}^0 / N_e$ ГВт, где $N_{cr}^0 = \pi m_e c^2 / e^2 \lambda^2 = 1.1 \lambda_{\mu m}^{-2} \times 10^{21} \text{ см}^{-3}$ – критическая концентрация в линейном режиме, возможно распространение лазерного пучка в квазистационарном режиме, в котором самофокусировка в точности компенсирует дифракционную расходимость, и в пренебрежении потерями диаметр пучка остается неизменным в процессе распространения. Такой режим принято называть самоканалированием.

В одной из простейших моделей поперечная структура лазерного пучка и самосогласованного плазменного канала может быть получена в пренебрежении движением ионов и генерацией гармоник в рамках уравнений холодной гидродинамики и уравнений Максвелла [50, 51]. Известной особенностью таких решений, однако, является их разрывный характер, связанный с пренебрежением давлением электронов, при этом корректная процедура построения решения требует наложения дополнительного условия глобальной квазинейтральности, усложняющее решение дифференциальных уравнений [52, 53]. Альтернативно, проблему разрывных решений можно обойти регуляризацией уравнений путем добавления в уравнения гидродинамики члена, пропорционального градиенту концентрации [54]. Это приводит к повышению порядка решаемой системы дифференциальных уравнений, но обеспечивает гладкость решений [55].

Отметим, что, как будет видно в дальнейшем, нас будут интересовать в том числе решения с двумя пучностями лазерной волны в поперечном направлении. Как было показано в работах [52, 53], в приближении холодной гидродинамики в этом случае возникает также два разрыва электронной плотности, а также свободный параметр – ширина кавитационной области между разрывами, – значение которого может быть произвольным в некотором диапазоне. Наличие такого параметра, а также необходимость сшивать граничными условиями решения нелинейных уравнений в двух областях пространства усложняет применение модели холодной гидродинамики, поэтому в данной работе мы воспользуемся подходом с регуляризацией уравнений, лишенного подобных сложностей.

В плоской двумерной геометрии стационарный лазерно-плазменный канал определяется следующей системой безразмерных уравнений [52, 54, 55]:

$$\frac{d^2 a}{d\xi^2} + a = \alpha \frac{na}{\sqrt{1+a^2}}, \quad (1)$$

$$\frac{df}{d\xi} = \alpha (n_i(\xi) - n), \quad (2)$$

$$\frac{\mu}{n} \frac{dn}{d\xi} + f + \frac{d\sqrt{1+a^2}}{d\xi} = 0, \quad (3)$$

где предполагается, что векторный потенциал электромагнитной волны имеет вид $\mathbf{A} = m_e c^2 / e \cdot a(\xi) \times (\mathbf{x}_0 + i\mathbf{y}_0) \exp\{i(hz - \omega t)\}$, $\xi = \sqrt{k^2 - h^2}x$, $k = \omega/c$, $\mathbf{x}_0$, $\mathbf{y}_0$ – единичные орты соответствующих осей, h – постоянная распространения, ω – частота волны,

$$\alpha = \frac{4\pi e^2 N_0}{m_e (\omega^2 - h^2 c^2)} = \frac{N_0 / N_{cr}^0}{1 - h^2 / k^2},$$

N_0 – некая характерная концентрация частиц в плазме, $n = N_e / N_0$, $n_i = N_i / N_0$ – концентрации электронов и ионов соответственно, причем функция $n_i(\xi)$ считается заданной и характеризует фоновый профиль плотности плазмы, $f = eE_x / (m_e c^2 \sqrt{k^2 - h^2})$ – электростатическое поле разделения зарядов в плазме, μ – регуляризующий параметр, имеющий в нерелятивистском пределе смысл температуры электронов, нормализованной на их энергию покоя. В релятивистском случае параметр μ конкретного физического смысла не имеет, и его введение должно рассматриваться исключительно как математический прием, эквивалентный введению малого параметра при старшей производной.

Уравнение (1) является следствием уравнения Гельмгольца для поперечных мод волновода, уравнение (2) представляет собой закон Гаусса для электростатического поля, и уравнение (3) выражает собой баланс сил, действующих на электроны: силы давления, электростатической силы и пондеромоторной силы. Удобно переписать систему (1)–(3) в виде двух уравнений второго порядка для потенциалов. Для этого введем электростатический потенциал ϕ : $f = -d\phi/d\xi$ и проинтегрируем уравнение (3):

$$n = \exp \frac{\sqrt{1+a^2} - \phi + 1}{\mu}, \quad (4)$$

где константа интегрирования выбрана таким образом, что в области, где потенциалы исчезают $a = \phi = 0$ концентрация $n = 1$. Из этого выражения в явном виде видно, что при $\mu > 0$ величина n всюду неотрицательна. С учетом уравнения (2) и нулевых граничных условий это обеспечивает равенство пол-

ного заряда плазмы нулю в отличие от случая $\mu = 0$. В результате два оставшихся уравнения примут вид:

$$\frac{d^2 a}{d\xi^2} = a \left(\frac{\alpha}{\sqrt{1+a^2}} \exp \frac{\sqrt{1+a^2} - \phi + 1}{\mu} - 1 \right), \quad (5)$$

$$\frac{d^2 \phi}{d\xi^2} = \alpha \left(\exp \frac{\sqrt{1+a^2} - \phi + 1}{\mu} - n_i(\xi) \right). \quad (6)$$

Отметим, что эта система ранее анализировалась для случая продольных мод в работе [55].

Для циркулярно-поляризованного излучения в неоднородной плазме наблюдается эффект генерации продольного (аксиального) квазистационарного магнитного поля за счет обратного эффекта Фарадея [24]. В модели релятивистского самоканалирования величина этого поля может быть определена из следующего уравнения на нулевую гармонику азимутальной проекции векторного потенциала A_φ [29]:

$$\frac{d^2 a_\varphi}{d\xi^2} - \frac{\alpha n}{\sqrt{1+a^2}} a_\varphi = \sqrt{\frac{\alpha N_0}{N_{cr}^0}} \frac{a^2}{2\sqrt{1+a^2}} \frac{d}{d\xi} \frac{n}{\sqrt{1+a^2}}, \quad (7)$$

где $a_\varphi = eA_\varphi/m_e c^2$. Предполагается, что $a_\varphi \ll a$, и это уравнение решается независимо от системы (5)–(6) с функциями $n(\xi)$ и $a(\xi)$, полученными из нее. Величина аксиального магнитного поля может быть вычислена как:

$$B = \frac{m_e c \omega}{e} \sqrt{\frac{N_0}{\alpha N_{cr}^0}} \frac{da_\varphi}{d\xi}, \quad (8)$$

где $B_{rel} = m_e c \omega / e = 107/\lambda_{\mu m}$ МГц.

Отметим, что хотя, как хорошо известно [56–58] и как напрямую следует из уравнения (7), источником магнитного поля при обратном эффекте Фарадея в плазме являются токи, определяемые градиентом величины $n/\sqrt{1+a^2}$, т.е. градиентами лазерного поля и концентрации, а не их величинами, в интересующем нас случае эти токи локализованы в слое толщиной меньше скин-слоя. В этом случае в уравнении (7) можно пренебречь вторым слагаемым, а также неоднородностью величины $a(\xi)$, и тогда поле будет определяться только скачком концентрации и не будет зависеть от деталей ее распределения и локального значения градиента. Влияние профиля плотности плазмы в этом случае будет исключительно опосредованным – через изменение оптических свойств плазмы и, следовательно, величины $a(\xi)$ в месте скачка плотности.

Система уравнений (5)–(7) и является предметом исследования в данной работе. Мы будем рас-

сматривать ее стационарные решения в безграничном пространстве с условием спада всех потенциалов на бесконечности до нуля. В этом случае решения системы определяются двумя параметрами α и N_0/N_{cr}^0 . Известную сложность представляет то, что в физической постановке внешне задаваемым параметром является не величина α , а мощность лазерного импульса, которая при заданной плотности плазмы определяет форму плазменного канала и соответствующую постоянную распространения h , которая уже, в свою очередь, определяет величину α . В связи с этим для построения зависимостей при постоянной мощности излучения мы сначала строили зависимости от параметра α и определяли для каждого полученного решения погонную мощность лазерного пучка:

$$Q = \frac{m_e^2 c^4 \omega}{e^2} \sqrt{\frac{\alpha N_{cr}^0}{N_0}} \int_{-\infty}^{\infty} a^2 d\xi, \quad (9)$$

а затем для нужной погонной мощности проводили процедуру интерполяции. Для численных оценок заметим, что $Q_{rel} = m_e^2 c^4 \omega / e^2 = 54,7/\lambda_{\mu m}$ ГВт/мкм.

Отметим также, что система (5)–(7), вообще говоря, может иметь дискретный спектр решений (мод) [52, 55], но в рамках данного исследования мы ограничились анализом только основной моды – с наименьшей погонной мощностью Q . Поиск такой моды проводился стандартным методом коллокаций с использованием библиотеки *SciPy* [59].

3. Анализ зависимости аксиального магнитного поля от параметров системы. Первым делом была исследована зависимость генерируемого аксиального магнитного поля от мощности лазерного излучения при фиксированной плотности плазмы в случае однородного распределения концентрации ионов $n_i(\xi) \equiv 1$. Результат приведен на рис. 1. Отметим, что при выбранной поляризации лазерного импульса аксиальное магнитное поле на оси пучка имеет отрицательную проекцию на ось z .

Из анализа рис. 1а видно, что решения существуют только при мощности выше некоторой критической и при небольшом превышении этой мощности генерируемое магнитное поле растет относительно быстро, однако затем этот рост заметно затормаживается.

На рисунке 1b–d приведены характерные распределения лазерного поля, концентрации электронов и аксиального магнитного поля в трех случаях: в диапазоне быстрого роста поля, в переходной области и в области медленного роста. Из их анализа видно, что поле растет быстро в том случае, когда не происходит полной кавитации (вытеснения электро-

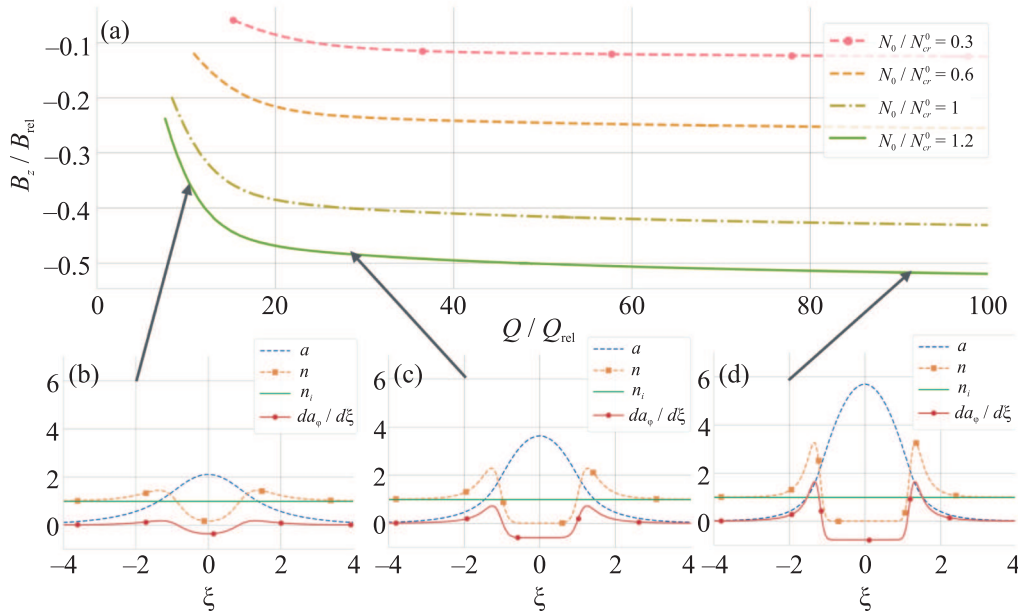


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Зависимость величины аксиального магнитного поля на оси лазерного пучка от его мощности при его самоканалировании в изначально однородной плазме при фиксированной плотности плазмы. (b)–(d) – Распределения лазерного поля, концентрации электронов, ионов и аксиального магнитного поля при $Q/Q_{rel} = 10, 30, 90$ соответственно и $N_0 = 1.2N_{cr}^0$ (отмечены стрелками на вставке (а)). Графики построены для $\mu = 0.03$

нов) плазменного канала. В этой области с ростом мощности амплитуда лазерного поля на оси растет с увеличением мощности, что и приводит к росту магнитного поля. Однако при некоторой мощности происходит полное вытеснение электронов из плазменного канала, в этом случае плазма может поддерживать самофокусировку только за счет увеличения ширины канала, но не за счет увеличения амплитуды поля в нем, в этой области параметров магнитное поле на оси определяется практически исключительно структурой границ канала, которая слабо зависит от мощности, поэтому рост магнитного поля с увеличением мощности излучения останавливается. Такое поведение для магнитного поля на оси пучка наблюдалось ранее и в работе [29], в которой была получена сравнимая величина предельного поля $\sim 0.3B_{rel}N_0/N_{cr}^0$ ($\sim 0.4B_{rel}N_0/N_{cr}^0$ в нашем случае). Количественное отличие объясняется в основном тем, что в нашей работе использовано двумерное приближение, в то время как в работе [29] – трехмерное (азимутально симметричное). Несколько большие, но того же порядка поля ($\sim 0.02B_{rel}$ при $N_0 = 0.02N_{cr}^0$ в режиме полной кавитации) были получены в кинетическом численном моделировании в работе [30]. Отличие, возможно, связано с тем, что в моделировании не происходил выход на стационарный режим самофокусировки из-за слишком короткой трассы распространения излучения. Тем не ме-

нее в этой работе также наблюдалась слабая зависимость величины генерируемых магнитных полей от мощности излучения.

Переход в режим неполной кавитации при заданной мощности излучения можно осуществить увеличением плотности плазмы, что должно приводить к усилению генерируемого магнитного поля. Соответствующая зависимость приведена на рис. 2.

Как видим, с ростом плотности плазмы, действительно, наблюдается рост магнитного поля. Там же показано, как при этом изменяется амплитуда лазерного поля и ширина пучка. Видно, что в относительно плотной плазме ($N_0 > 0.5N_{cr}^0$ при данных параметрах) амплитуда импульса и ширина пучка практически перестают меняться с ростом плотности. Таким образом рост поля обеспечивается в основном увеличением плотности, что увеличивает количество электронов, вовлекаемых в движение лазерным полем, и, соответственно, генерируемые в плазме токи.

Однако имеется существенное ограничение: при некоторой плотности график обрывается, поскольку при больших концентрациях оказывается, что $N_0 > \alpha N_{cr}^0$, и постоянная распространения h становится мнимой, что соответствует затухающей вдоль оси z волне, – плазма становится непрозрачной (закритической). Отметим, что даже в этом пределе генерируемое магнитное поле по величине в несколько раз меньше амплитуды поля лазерного излучения.

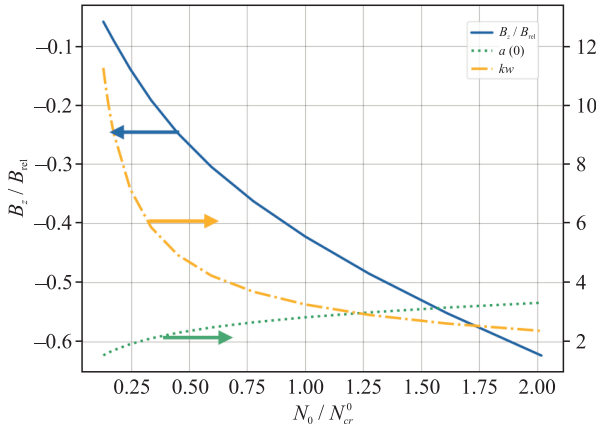


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости величины аксиального магнитного поля на оси лазерного пучка B_z , амплитуды лазерного поля там же $a(0)$ и ширины пучка w по популяции при его самоканализировании в изначально однородной плазме от плотности плазмы при фиксированной погонной мощности $Q = 20Q_{\text{rel}}$. Зависимости построены для $\mu = 0.03$

Таким образом, решения устроены таким образом, что для увеличения амплитуды лазерного поля требуется уменьшать ширину плазменного канала, что требует увеличения плотности плазмы, однако это приводит к кавитации канала и удалению электронов из области наиболее сильного лазерного поля, что ограничивает возбуждаемые в плазме токи и генерируемое магнитное поле. Для преодоления этого противоречия мы предлагаем использовать плазму с профилированной в поперечном направлении плотностью вида:

$$n_i(\xi) = 1 + (n_{\text{peak}} - 1)e^{-\frac{\xi^2}{b^2}}. \quad (10)$$

Величина $n_{\text{peak}} > 1$ характеризует плотность плазмы на оси пучка, а величина b – ширину уплотнения, при этом предполагается, что $b < 1/\sqrt{n_{\text{peak}}}$, так чтобы быть тоньше скин-слоя и не вносить существенных возмущений в поперечную структуру лазерного пучка. В этом случае фоновая плотность плазмы регулирует ширину лазерного пучка, а произведение $n_{\text{peak}}b$ – количество электронов в области сильного поля.

На рисунке 3 приведена зависимость аксиального магнитного поля от n_{peak} для различных ширин уплотнения b при фиксированных плотности фоновой плазмы и мощности излучения. Видно, что при малых $n_{\text{peak}}b$ магнитное поле практически не меняется, что связано с тем, что в этом режиме электронов в уплотнении относительно немного и они выталкиваются пондеромоторным действием поля (рис. 3b). Однако при некотором $n_{\text{peak}}b$ мощности излучения

перестает хватать для выталкивания всех электронов, и на оси пучка образуется пик электронной концентрации, который приводит к генерации магнитного поля, обратной по отношению к первоначальной полярности (рис. 3c). Это поле резко нарастает с ростом количества электронов в уплотнении, однако затем начинает уменьшаться в силу того, что толщина скин-слоя становится меньше ширины уплотнения и происходит вытеснение поля из области пика (рис. 3d). Заметим, что в этом режиме структура поля начинает напоминать структуру второй моды в однородной плазме с двумя максимумами и минимумом на оси пучка. Тем не менее эта мода является основной в том смысле, что она имеет наименьшую мощность Q . Наличие же минимума на оси обусловлено дифракцией на плазменном уплотнении.

Таким образом, имеется оптимум по количеству электронов в уплотнении, при котором достигается максимальное магнитное поле. Причем величина этого поля, как видно из рис. 3, слабо зависит от толщины уплотнения b при достаточно малых его значениях, что, вероятно, связано с тем, что в этом случае b оказывается меньше дебаевского радиуса $\sim \sqrt{\mu/n_{\text{peak}}}$, и поэтому ширина пика в основном определяется параметром μ . Значение оптимума также в основном определяется произведением $n_{\text{peak}}b$ и при рассмотренных параметрах лежит в области $n_{\text{peak}}b \approx 0.35-0.4$.

Интересно также исследовать, как поле в оптимальном режиме зависит от мощности лазерного излучения. Для этого на рис. 4 приведена зависимость генерируемого магнитного поля от погонной мощности излучения при фиксированных параметрах уплотнения. Видно, что зависимости начинают заметно отличаться от случая однородной плазмы только при достаточно большом количестве электронов в уплотнении. При этом для каждой пиковой концентрации максимум генерируемого поля достигается при разной мощности, и этот максимум в оптимальном режиме растет с мощностью практически линейно в отличие от случая однородной плазмы, в которой наблюдалось торможение роста после определенной мощности.

Отметим также, что магнитные поля, получаемые в плазме с уплотнением, в десятки раз превышают поля в однородной плазме и сравнимы по величине с амплитудой лазерного поля: $B/B_{\text{rel}} \approx a(0)$. Несмотря на то, что это формально нарушает применимость нашей модели, в которой пренебрегается обратным влиянием квазистационарного магнитного поля на распределение электронов и интенсивности лазерного пучка, учет такого влияния не должен

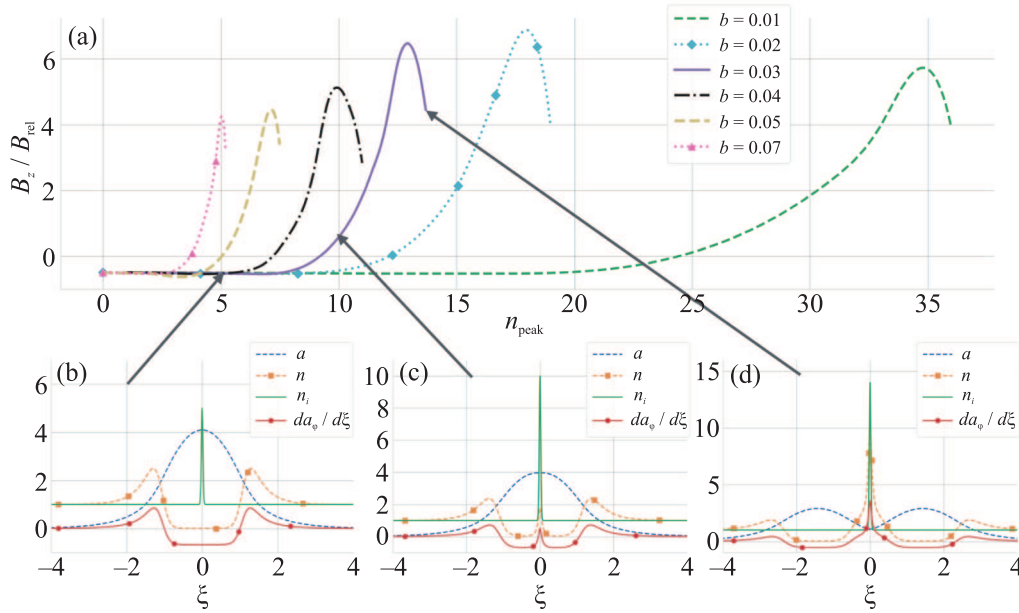


Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Зависимость величины аксиального магнитного поля на оси лазерного пучка B_z при его самоканалировании в плазме с поперечным профилем плотности (10) от пиковой плотности n_{peak} для разных ширины уплотнения b при фиксированных погонной мощности $Q = 40Q_{rel}$ и фоновой концентрации $N_0 = 1,2N_{cr}^0$. (b)–(d) – Примеры распределений лазерного поля, концентрации электронов и ионов и аксиального магнитного поля при $n_{peak} = 5, 10, 14$ соответственно и $b = 0.03$. Зависимости построены для $\mu = 0.03$

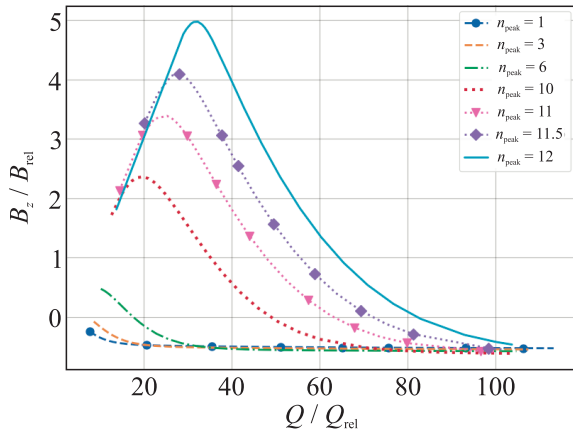


Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость величины аксиального магнитного поля на оси лазерного пучка при его самоканалировании в плазме с поперечным профилем плотности (10) от погонной мощности излучения для ширины уплотнения $b = 0.03$ и разных n_{peak} . Зависимости построены при фоновой концентрации $N_0 = 1,2N_{cr}^0$ и $\mu = 0.03$

сильно повлиять на оценку величины генерируемого поля. Кроме того, модель содержит и ряд других приближений, поэтому ее верификация в любом случае требует сравнения с результатами полностью кинетического численного моделирования.

Обратим также внимание, что, как показано на рис. 5, конкретные значения генерируемого магнитного поля в значительной степени зависят от пара-

метра μ , который хоть и имеет технический характер, но связанный с ним масштаб дебаевского радиуса оказывается того же порядка, что и скин-слой. Попытка уменьшения параметра μ столкнулась с техническими сложностями поиска решений, которые преодолеть не удалось. Тем не менее, следует ожидать в реальности того же порядка члена, связанного с электронным давлением, поскольку $\mu = 0.03$ соответствует температуре порядка $0.03m_e c^2 \approx 15$ кэВ, что сравнимо с характерными температурами, достижимыми в лазерно-плазменных экспериментах за счет столкновений. Таким образом подобная простая модель не позволяет, вообще говоря, определить точные значения генерируемых полей, однако позволяет выявить основные физические механизмы их усиления за счет профилирования плотности плазмы.

4. Численное моделирование. Рассмотренная нами в предыдущем разделе модель позволяет оценить качественное поведение системы в зависимости от параметров, однако из-за целого ряда использованных приближений не позволяет проводить количественные оценки. Для подтверждения ее основного вывода, что при добавлении на ось распространения лазерного пучка тонкого уплотнения с оптимальным количеством электронов в нем возможна генерация квазистационарных магнитных полей величиной, сравнимой с амплитудой лазерного импульса, нами было проведено численное моделирование.

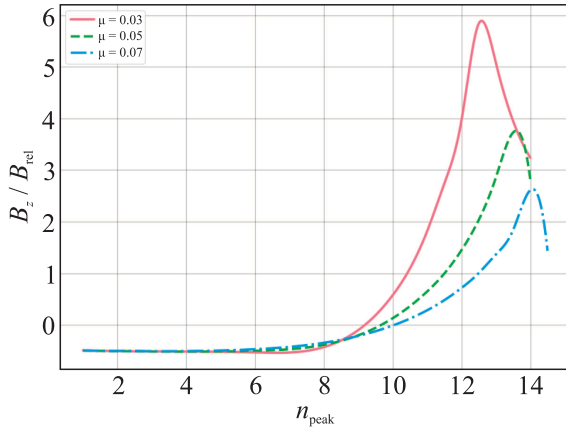


Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость величины аксиального магнитного поля на оси лазерного пучка при его самоканализировании в плазме с поперечным профилем плотности (10) от пиковой плотности при фиксированных погонной мощности $Q = 40Q_{\text{rel}}$, фоновой концентрации $N_0 = 1.2N_{\text{cr}}^0$ и ширине уплотнения $b = 0.03$ при разных значениях параметра μ

Моделирование проводилось полностью кинетическим релятивистским электродинамическим кодом на основе метода частиц в ячейках, реализованном в программном пакете PICADOR [60], в трехмерной геометрии в области размером $30 \times 10 \times 10$ мкм³. Плазма считалась предионизованной и представляла собой цилиндрический слой длиной 20 мкм в продольном направлении и диаметром 10 мкм в поперечном, центрированный в расчетной области. Ионы предполагались подвижными с отношением заряда к массе, равным $e/2m_p$, где m_p — масса протона, что соответствует, например, полностью ионизованным атомам углерода-12.

Лазерный импульс с длиной волны 1 мкм генерировался на левой границе расчетной области и имел гауссов профиль по всем координатам. Его длительность составляла 30 фс по уровню половины интенсивности. Импульс фокусировался в плоскость, расположенную посередине расчетной области (на расстоянии 15 мкм от левой и правой границ), в пятно диаметром 3 мкм по уровню половины интенсивности. Безразмерная амплитуда лазерного импульса в фокусе в отсутствие плазмы равнялась $a_0 = 10$, что соответствует интенсивности 1.37×10^{20} Вт/см².

Плотность фоновой плазмы была фиксирована и соответствовала концентрации электронов, равной $0.05N_{\text{cr}}^0 \approx 5.57 \times 10^{19}$ см⁻³. Таким образом, критическая мощность самофокусировки составляла $P_c \approx 350$ ГВт, а мощность лазерного импульса — $P \approx 120P_c \approx 43$ ТВт.

Уплотнение представляло собой однородный цилиндр, расположенный на оси пучка. Выбор величин

диаметра уплотнения в основном определялся нашими вычислительными возможностями по уменьшению шага сетки по поперечным координатам, в результате он был зафиксирован равным 200 нм при шаге сетки $\Delta y = \Delta z = 40$ нм. Шаг сетки по продольной координате определялся разрешением длины волны лазерного импульса и был выбран равным $\Delta x = 100$ нм. Шаг по времени выбирался из соображений условия устойчивости Куранта и равнялся $\Delta t = 0.067$ фс. Число частиц в ячейке в фоновой плазме составляло 1, а в уплотнении — пропорционально отношению плотности уплотнения и фоновой плазмы (6000 для результатов, приведенных ниже).

Плотность плазмы в уплотнении варьировалась с целью поиска оптимального значения. С ее плавным увеличением продольное магнитное поле на оси системы увеличивалось, но при достижении значений концентрации электронов выше $N_{\text{dens}} \approx 300N_{\text{cr}}^0$ рост практически останавливался, а уплотнение в процессе взаимодействия разрушалось, что мы связываем с тем, что токи в уплотнении достигали столь высокой величины, что электронный радиус Лармора сравнивался с радиусом уплотнения, что и приводило к его разрушению.

На рисунке 6 приведены распределения электронов и двух проекций магнитного поля при $N_{\text{dens}} = 300N_{\text{cr}}^0$ в момент времени, соответствующий прохождению максимума лазерного импульса через центральную плоскость $x = 10$ мкм. Видно, что в плазме под действием излучения образуется кавитационная область, при этом импульс испытывает самофокусировку. Поперечное магнитное поле содержит как осциллирующую компоненту, так и, вблизи оси, квазистатическую, связанную с продольным ускорением электронов. При этом на оси также наблюдается генерация сильного квазистационарного продольного поля, величина которого сравнима и даже превышает величину поперечного поля.

На рисунке 7 приведены поперечные профили концентрации электронов и поперечного и продольного полей вдоль оси y для $z = 0$ и $x = 12$ мкм, где в этот момент времени достигается наибольшее значение сгенерированного квазистационарного аксиального магнитного поля. Как видно, его величина достигает $16B_{\text{rel}} \approx 1.5$ ГГс, что более чем в полтора раза превышает амплитуду поля в лазерном импульсе в отсутствие плазмы. Поперечное поле при этом имеет характерную двугорбую структуру, вызванную вытеснением поля из уплотнения. Отметим, что внутри уплотнения присутствует относительно сильная локализованная мода с поперечным магнитным полем, которую мы связываем с поверхностной

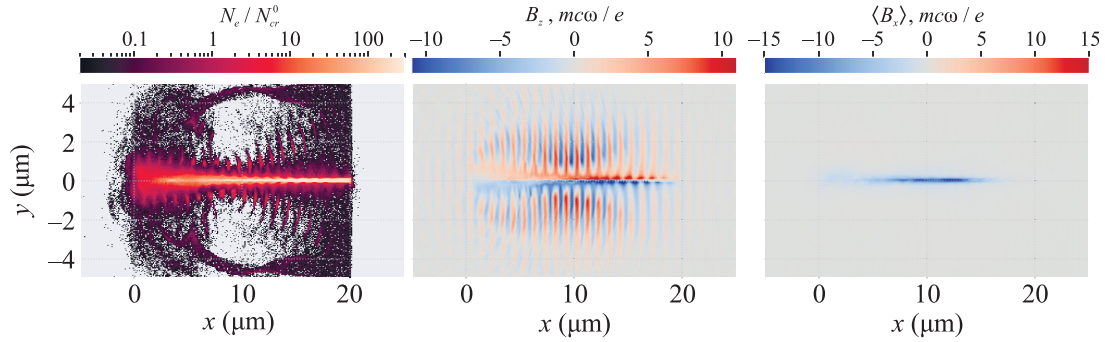


Рис. 6. (Цветной онлайн) Мгновенные снимки двумерных срезов в плоскости $z = 0$ концентрации электронов (слева), поперечной проекции магнитного поля B_z (в центре) и усредненной по периоду лазерного поля продольной проекции магнитного поля B_x (справа), полученные в результате численного моделирования. Показан момент времени, соответствующий прохождению максимума амплитуды импульса центральной плоскости $x = 10$ мкм

волной электронного заряда, возбуждаемой лазерным импульсом и хорошо заметной на рис. 6 (слева). Отметим также, что концентрация электронов в центре распределения даже выше, чем в начале (около $350N_{cr}^0$), что говорит о поджатии электронов, вероятно, пондеромоторным действием лазерного импульса и пинч-эффектом возбужденных в уплотнении токов. При этом значительного разлета ионов в области взаимодействия не наблюдается, несмотря на то, что обратная ионная плазменная частота $f_{pi}^{-1} = 2m_p/(2\pi e^2 \cdot 300N_{cr}^0) \approx 9.1$ фс заметно меньше длительности лазерного импульса.

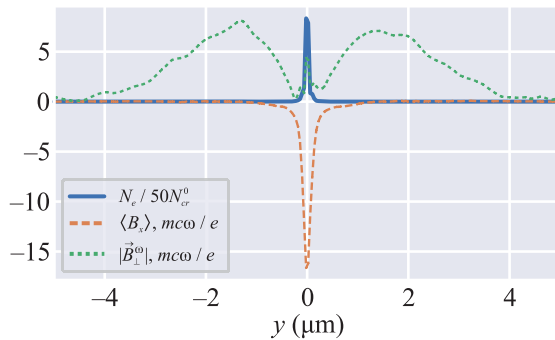


Рис. 7. (Цветной онлайн) Мгновенный снимок одномерного среза $z = 0$, $x = 12$ мкм поперечного распределения концентрации электронов, усредненной по периоду лазерного поля продольной проекции магнитного поля и осциллирующей части поперечной проекции магнитного поля $|\vec{B}_\perp^\omega| = ((B_y - \langle B_y \rangle)^2 + (B_z - \langle B_z \rangle)^2)^{1/2}$, где $\langle \cdot \rangle$ означает усреднение по периоду лазерной волны

Таким образом, реалистичное численное моделирование, учитывающее в полной мере сложный кинетический характер взаимодействия лазерного излучения с плазмой, в том числе с учетом движения ионов, подтверждает, что добавление на оси распро-

странения лазерного импульса тонкого уплотнения оптимальной плотности позволяет сгенерировать в нем квазистационарное магнитное поле величиной, сравнимой с величиной лазерного поля.

5. Заключение. В рамках данной работы нами исследована возможность усиления генерируемого квазистационарного магнитного поля сверхинтенсивными лазерными импульсами при их взаимодействии с плазмой за счет добавления в область взаимодействия относительно тонкого (толщиной порядка величины скин-слоя) плазменного уплотнения. Такое уплотнение не приводит к значительной дифракции излучения, но при этом увеличивает количество электронов в области сильного поля, что позволяет возбуждать большие токи в том же объеме.

Эта идея была проверена на модели генерации магнитного поля посредством обратного эффекта Фарадея в стационарном режиме самоканалирования циркулярно-поляризованного лазерного пучка. Было показано, что в отличие от случая однородной плазмы, в котором рост магнитного поля с увеличением мощности излучения сильно затормаживается после превышения некоторой мощности, в случае плазмы с уплотнением магнитное поле при оптимальном выборе параметров уплотнения продолжает расти непрерывно. При этом величина генерируемого поля оказывается сопоставимой с амплитудой лазерной волны, что в перспективе позволяет для планируемых в будущих проектах интенсивностей излучения порядка 10^{26} Вт/см² ожидать генерации полей порядка терагаусса. При столь высоких интенсивностях, однако, требуется учет дополнительных физических эффектов, в частности, радиационных потерь частиц, рождения электрон-позитронных пар и подвижности ионов, сравнимой с электронами. Это может стать предметом будущих исследований.

В предыдущих исследованиях генерации как аксиальных, так и азимутальных магнитных полей, в том числе с применением лазерных импульсов с орбитальным моментом импульса, генерируемые поля, как правило, получались на порядок и более слабее лазерных [27–34]. Сравнимые величины удавалось продемонстрировать за счет усиления магнитного поля либо путем индуцированной имплозии мишени [35], либо при пинчевании возбужденных токов [36]. Эти подходы могут быть объединены с предлагаемой нами идеей усиления поля и привести к еще более сильным полям. Это, однако, требует дополнительного исследования.

На практике обсуждаемое уплотнение может быть получено путем предионизации с контролируемой задержкой тонких фольг (в двумерной геометрии) или стержней (в трехмерной геометрии) с их последующим разлетом к моменту прихода основного импульса. Так, для получения цилиндрического слоя плотностью $n_{\text{peak}} = 10$, что при $N_0 \approx N_{\text{cr}}^0$ соответствует концентрации электронов $N_e \approx 10^{22} \text{ см}^{-3}$, и толщиной $b = 0.03$, что соответствует приблизительно 30 нм, требуется ионизировать углеродный стержень, концентрация электронов в котором в твердотельном состоянии составляет около $4 \times 10^{23} \text{ см}^{-3}$, диаметром 5 нм. Такие структуры могут быть получены современными методами наноструктурирования.

Финансирование работы. Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект 22-19-00371).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. А. В. Коржиманов, А. А. Гonoskov, Е. А. Хазанов, А. М. Сергеев, “Горизонты петаваттных лазерных комплексов”, *Успехи физических наук* **181**(1), 9 (2011) [A. V. Korzhimanov, A. A. Gonoskov, E. A. Khazanov, and A. M. Sergeev, “Horizons of petawatt laser technology”, *Phys.-Uspekhi* **54**, 9 (2011)].
2. C. Danson, D. Hillier, N. Hopps, and D. Neely, “Petawatt class lasers worldwide”, *High Power Laser Science and Engineering* **3**, e3 (2015).
3. J. W. Yoon, Y. G. Kim, I. W. Choi, J. H. Sung, H. W. Lee, S. K. Lee, and C. H. Nam, “Realization of laser intensity over 10^{23} W/cm^2 ”, *Optica* **8**(5), 630 (2021).
4. E. Khazanov, A. Shaykin, I. Kostyukov et al. (Collaboration), “eXawatt Center for Extreme Light Studies”, *High Power Laser Science and Engineering* **11**, e78 (2023).
5. D. N. Bulanov, E. A. Khazanov, A. A. Shaykin, and A. V. Korzhimanov, “Numerical simulation of coherent summation of laser beams in the presence of nonidealities in the dipole focusing system”, *Appl. Opt.* **64**(2), 239 (2025).
6. A. Sidnev, I. Kostyukov, M. Martyanov, O. Vais, E. Khazanov, M. Starodubtsev, and A. Soloviev, “Optimization of the electric field amplitude in the collision of two counter-propagating femtosecond pulses”, *J. Opt. Soc. Am. B* **42**, 2015 (2025).
7. E. Esarey, C. Schroeder, and W. Leemans, “Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators”, *Rev. Mod. Phys.* **81**(3), 1229 (2009).
8. H. Daido, M. Nishiuchi, and A. S. Pirozhkov, “Review of laser-driven ion sources and their applications”, *Rep. Prog. Phys.* **75**(5), 056401 (2012).
9. A. Macchi, M. Borghesi, and M. Passoni, “Ion acceleration by superintense laser-plasma interaction”, *Rev. Mod. Phys.* **85**(2), 751 (2013).
10. S. Corde, K. Ta Phuoc, G. Lambert, R. Fitour, V. Malka, A. Rousse, A. Beck, and E. Lefebvre, “Femtosecond x rays from laser-plasma accelerators”, *Rev. Mod. Phys.* **85**(1), 1 (2013).
11. F. Albert and A. G. R. Thomas, “Applications of laser wakefield accelerator-based light sources”, *Plasma Phys. Control. Fusion* **58**(10), 103001 (2016).
12. A. Yogo, Y. Arikawa, Y. Abe, S. R. Mirfayzi, T. Hayakawa, K. Mima, and R. Kodama, “Advances in laser-driven neutron sources and applications”, *The European Physical Journal A* **59**, 191 (2023).
13. A. Gonoskov, T. G. Blackburn, M. Marklund, and S. S. Bulanov, “Charged particle motion and radiation in strong electromagnetic fields”, *Rev. Mod. Phys.* **94**, 045001 (2022).
14. И. Ю. Костюков, “Исследования процессов в сверхсильных электромагнитных полях: современное состояние и перспективы”, *Квантовая электроника* **54**(5), 292 (2024) [I. Yu. Kostyukov, “Physics of Extremely Strong Electromagnetic Field: Status and Prospects”, *Bull. Lebedev Phys. Inst.* **51**, S653 (2024)].
15. F. Zhang, L. Deng, Y. Ge et al. (Collaboration), “Proof-of-principle demonstration of muon production with an ultrashort high-intensity laser”, *Nat. Phys.* **21**, 1050 (2025).
16. F. Consoli, V. T. Tikhonchuk, M. Bardon et al. (Collaboration), “Laser produced electromagnetic pulses: Generation, detection and mitigation”, *High Power Laser Science and Engineering* **8**, e22 (2020).
17. A. Gopal, S. Herzer, A. Schmidt, P. Singh, A. Reinhard, W. Ziegler, D. Brömmel, A. Karmakar, P. Gibbon, U. Dillner, T. May, H.-G. Meyer, and G. G. Paulus, “Observation of Gigawatt-Class THz Pulses from a Compact Laser-Driven Particle Accelerator”, *Phys. Rev. Lett.* **111**(7), 074802 (2013).

18. Z. Nie, C.-H. Pai, J. Hua, C. Zhang, Y. Wu, Y. Wan, F. Li, J. Zhang, Z. Cheng, Q. Su, S. Liu, Y. Ma, X. Ning, Y. He, W. Lu, H.-H. Chu, J. Wang, W.B. Mori, and C. Joshi, “Relativistic single-cycle tunable infrared pulses generated from a tailored plasma density structure”, *Nat. Photonics* **12**(8), 489 (2018).
19. N. A. Mikheytev and A. V. Korzhimanov, “Generation of synchronized x-rays and mid-infrared pulses by Doppler-shifting of relativistically intense radiation from near-critical-density plasmas”, *Matter Radiat. Extremes* **8**, 024001 (2023).
20. Z.-Y. Lei, Z.-M. Sheng, S.-M. Weng, M. Chen, and J. Zhang, “Towards the Generation of Petawatt Near-Infrared Few-Cycle Light Pulses via Forward Raman Amplification in Plasma”, *Phys. Rev. Lett.* **134**, 255001 (2025).
21. K. F. F. Law, M. Bailly-Grandvaux, A. Morace, S. Sakata, K. Matsuo, S. Kojima, S. Lee, X. Vaisseau, Y. Arikawa, A. Yogo, K. Kondo, Z. Zhang, C. Bellei, J. Santos, S. Fujioka, and H. Azechi, “Direct measurement of kilo-tesla level magnetic field generated with laser-driven capacitor-coil target by proton deflectometry”, *Appl. Phys. Lett.* **108**, 091104 (2016).
22. J. J. Santos, M. Bailly-Grandvaux, M. Ehret et al. (Collaboration), “Laser-driven strong magnetostatic fields with applications to charged beam transport and magnetized high energy-density physics”, *Phys. Plasmas* **25**(5), 056705 (2018).
23. L. Gao, Y. Zhang, H. Ji, B. K. Russell, G. Pomraning, J. Griff-McMahon, S. Klein, C. Kuranz, and M. Wei, “Record magnetic field generation by short-pulse laserdriven capacitor-coil targets”, *Appl. Phys. Lett.* **127**, 094101 (2025).
24. Z. Najmudin, M. Tatarakis, A. Pukhov, E. L. Clark, R. J. Clarke, A. E. Dangor, J. Faure, V. Malka, D. Neely, M. I. K. Santala, and K. Krushelnick, “Measurements of the Inverse Faraday Effect from Relativistic Laser Interactions with an Underdense Plasma”, *Phys. Rev. Lett.* **87**(21), 215004 (2001).
25. A. Choudhary, L. P. Goswami, C. Aparajit, A. D. Lad, A. Parab, Y. M. Ved, T. Dhalia, A. Das, and G. R. Kumar, “Generation of mega-gauss axial and azimuthal magnetic fields in a solid plasma by ultrahigh intensity, circularly polarized femtosecond laser pulses”, *Fundamental Plasma Physics* **14**, 100088 (2025).
26. W. Schumaker, N. Nakanii, C. McGuffey, C. Zulick, V. Chyvkov, F. Dollar, H. Habara, G. Kalintchenko, A. Maksimchuk, K. A. Tanaka, A. G. R. Thomas, V. Yanovsky, and K. Krushelnick, “Ultrafast Electron Radiography of Magnetic Fields in High-Intensity Laser-Solid Interactions”, *Phys. Rev. Lett.* **110**(1), 015003 (2013).
27. M. Nakatsutsumi, Y. Sentoku, A. Korzhimanov et al. (Collaboration), “Selfgenerated surface magnetic fields inhibit laser-driven sheath acceleration of high-energy protons”, *Nat. Commun.* **9**(1), 280 (2018).
28. A. Pukhov and J. Meyer-ter-Vehn, “Relativistic Magnetic Self-Channeling of Light in Near-Critical Plasma: Three-Dimensional Particle-in-Cell Simulation”, *Phys. Rev. Lett.* **76**(21), 3975 (1996).
29. A. Kim, M. Tushentsov, D. Anderson, and M. Lisak, “Axial Magnetic Fields in Relativistic Self-Focusing Channels”, *Phys. Rev. Lett.* **89**(9), 095003 (2002).
30. N. Naseri, V. Yu. Bychenkov, and W. Rozmus, “Axial magnetic field generation by intense circularly polarized laser pulses in underdense plasmas”, *Phys. Plasmas* **17**(8), 083109 (2010).
31. T. V. Liseykina, S. V. Popruzhenko, and A. Macchi, “Inverse Faraday effect driven by radiation friction”, *New J. Phys.* **18**(7), 072001 (2016).
32. Z. Lécz, I. V. Konoplev, A. Seryi, and A. Andreev, “GigaGauss solenoidal magnetic field inside bubbles excited in under-dense plasma”, *Sci. Rep.* **6**(1), 36139 (2016).
33. R. Nuter, P. Korneev, I. Thiele, and V. Tikhonchuk, “Plasma solenoid driven by a laser beam carrying an orbital angular momentum”, *Phys. Rev. E* **98**(3), 033211 (2018).
34. Y. Shi, A. Arefiev, J. X. Hao, and J. Zheng, “Efficient Generation of Axial Magnetic Field by Multiple Laser Beams with Twisted Pointing Directions”, *Phys. Rev. Lett.* **130**, 155101 (2023).
35. M. Murakami, J. J. Honrubia, K. Weichman, A. V. Arefiev, and S. V. Bulanov, “Generation of megatesla magnetic fields by intense-laser-driven microtube implosions”, *Sci. Rep.* **10**, 16653 (2020).
36. V. Kaymak, A. Pukhov, V. N. Shlyaptsev, and J. J. Rocca, “Nanoscale Ultradense Z-Pinch Formation from Laser-Irradiated Nanowire Arrays”, *Phys. Rev. Lett.* **117**(3), 035004 (2016).
37. A. A. Андреев, Л. А. Литвинов, К. Ю. Платонов, “Генерация сверхсильных магнитных полей интенсивным циркулярно поляризованным лазерным импульсом в наноструктурированных мишенях”, *ЖЭТФ* **167**(2), 172 (2025) [A. A. Andreev, L. A. Litvinov, and K. Yu. Platonov, “Generatsiya sverkhssilnykh magnitnykh poley intensivnym tsirkulyarno polyarizovannym lazernym impulsom v nanostrukturirovannykh mishenyakh”, *JETP* **140**(2) (2026), to be published].
38. М. А. Либерман, В. Йоханссон, “Вещество в сверхсильном магнитном поле и структура поверхности нейтронных звезд”, *Успехи физических наук* **165**(2), 121 (1995) [M. A. Liberman and B. Johansson, “Properties of matter in ultrahigh magnetic fields and the structure of the surface of neutron stars”, *Phys.-Uspekhi* **38**, 117 (1995)].
39. D. Lai, “Matter in strong magnetic fields”, *Rev. Mod. Phys.* **73**(3), 629 (2001).
40. V. S. Beskin, A. Balogh, M. Falanga, and R. A. Treumann, “Magnetic Fields at Largest Universal Strengths: Overview”, *Space Sci. Rev.* **191**, 1 (2015).

41. S. V. Bulanov, T. Zh. Esirkepov, M. Kando, J. Koga, K. Kondo, and G. Korn, "On the problems of relativistic laboratory astrophysics and fundamental physics with super powerful lasers", *Plasma Phys. Rep.* **41**(1), 1 (2015).
42. A. V. Korzhimanov, "Generation of Cold Magnetized Relativistic Plasmas at the Rear of Thin Foils Irradiated by Ultra-High-Intensity Laser Pulses", *Appl. Sci.* **11**(24), 11966 (2021).
43. А. Д. Сладков, А. В. Коржиманов, "Релятивистское магнитное пересоединение в сталкивающихся плазменных облаках, сгенерированных несколькими сверхмощными лазерными импульсами", *Квантовая электроника* **54**(4), 297 (2023) [A. D. Sladkov and A. V. Korzhimanov, "Relativistic Magnetic Reconnection in Colliding Plasma Clouds Generated by Multiple High Power Laser Pulses", *Bull. Lebedev Phys. Inst.* **50**, S878 (2023)].
44. В. И. Таланов, "О Самофокусировке Электромагнитных Волн в Нелинейных Средах", *Известия вузов. Радиофизика* **7**(3), 564 (1964) [V. I. Talanov, "O Samofokusirovke elektromagnitnykh voln d nelineynykh sredakh", *Izvestiya vuzov. Radiofizika* **7**(3), 564 (1964)].
45. А. Г. Литвак, "Волновые Пучки Конечной Амплитуды в Магнитоактивной Плазме", *ЖЭТФ* **57**, 629 (1969) [A. G. Litvak, "Volnovye puchki konechnoy amplitudy v magnitoaktivnoy plazme", *ZhETF* **57**, 629 (1969)].
46. С. Е. Мах, J. Arons, and A. B. Langdon, "Self-Modulation and Self-Focusing of Electromagnetic Waves in Plasmas", *Phys. Rev. Lett.* **33**(4), 209 (1974).
47. В. Ю. Быченков, "Лазерно-плазменная физика высоких энергий при релятивистском самозахвате экстремального света", *Квантовая электроника* **54**(5), 265 (2024) [V. Yu. Bychenkov, "Laser-Plasma High Energy Physics in Relativistic Self-Trapping of Extreme Light", *Bull. Lebedev Phys. Inst.* **51**, S617 (2024)].
48. В. Ю. Быченков, В. Ф. Ковалев, "Самозахват лазерного света для ультрарелятивистских интенсивностей", *Письма в ЖЭТФ* **120**(5–6), 346 (2024) [V. Bychenkov and V. Kovalev, "Self-Trapping of a Laser Beam of Ultrarelativistic Intensities", *JETP Lett.* **120**, 334 (2024)].
49. В. Ф. Ковалев, В. Ю. Быченков, "Самозахват лазерного света релятивистской интенсивности", *ЖЭТФ* **167**(6), 749 (2025) [V. F. Kovalev and V. Yu. Bychenkov, "Samozakhvat lazernogo sveta relyativistskoy intensivnosti", *JETP* **140**(6) (2026), to be published].
50. G.-Z. Sun, E. Ott, Y. C. Lee, and P. Guzdar, "Selffocusing of short intense pulses in plasmas", *Phys. Fluids* **30**(2), 526 (1987).
51. X. L. Chen and R. N. Sudan, "Two-dimensional selffocusing of short intense laser pulse in underdense plasma", *Physics of Fluids B: Plasma Physics* **5**(4), 1336 (1993).
52. F. Cattani, A. Kim, D. Anderson, and M. Lisak, "Multifilament structures in relativistic self-focusing", *Phys. Rev. E* **64**(1), 016412 (2001).
53. A. Kim, M. Tushentsov, F. Cattani, D. Anderson, and M. Lisak, "Axisymmetric relativistic self-channeling of laser light in plasmas", *Phys. Rev. E* **65**(3), 036416 (2002).
54. M. D. Feit, A. M. Komashko, S. L. Musher, A. M. Rubenchik, and S. K. Turitsyn, "Electron cavitation and relativistic self-focusing in underdense plasma", *Phys. Rev. E* **57**(6), 7122 (1998).
55. A. V. Korzhimanov and A. V. Kim, "Plasma-field structures during relativistic laser interaction with overdense plasmas at finite electron temperatures", *The European Physical Journal D* **55**(2), 287 (2009).
56. А. Ш. Абдуллаев и А. А. Фролов, "К Теории Обратного Эффекта Фарадея в Неоднородной Плазме", *Письма в ЖЭТФ* **33**(2), 107, (1981) [A. Sh. Abdullaev and A. A. Frolov, "Theory of inverse Faraday effect in an inhomogeneous plasma", *Soviet JETP Lett.* **33**, 107 (1981)].
57. Л. М. Горбунов, Р. Р. Рамазашвили, "О Магнитном Поле, Генерируемом в Плазме Коротким Лазерным Импульсом, с Круговой Поляризацией", *ЖЭТФ* **114**(3), 849 (1998) [L. M. Gorbunov and R. R. Ramazashvili, "Magnetic field generated in a plasma by a short, circularly polarized laser pulse", *JETP* **87**, 461 (1998)].
58. А. А. Фролов, "Возбуждение Магнитных Полей Лазерным Импульсом Круговой Поляризации в Плазменном Канале", *Физика плазмы* **30**(8), 750 (2004) [A. A. Frolov, "Excitation of magnetic fields by a circularly polarized laser pulse in a plasma channel", *Plasma Phys. Rep.* **30**, 698 (2004)].
59. P. Virtanen, R. Gommers, T. E. Oliphant et al. (Collaboration), "SciPy 1.0: Fundamental algorithms for scientific computing in Python", *Nat. Methods* **17**(3), 261 (2020).
60. I. A. Surmin, S. I. Bastrakov, E. S. Efimenko, A. A. Gonoskov, A. V. Korzhimanov, and I. B. Meyerov, "Particle-in-Cell laser-plasma simulation on Xeon Phi coprocessors", *Comput. Phys. Commun.* **202**, 204 (2016).