Письма в ЖЭТФ, том 124, вып. 8, с. 630 – 636 © 2026 г. 25 октября

Проникновение квантовых вихрей, формируемых волнами на поверхности, в объем сверхтекучего He-II

И. А. Ремизов[+*], *П. Г. Селин*[+*1)], *Е. В. Лебедева*[+], *А. А. Левченко*[+], *Л. П. Межов-Деглин*[+], *А. А. Пельменёв*[*]

[+]*Институт физики твердого тела им. Ю. А. Осипьяна РАН, 142432 Черноголовка, Россия*

[*]*Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Россия*

Поступила в редакцию 11 сентября 2026 г.
После переработки 14 сентября 2026 г.
Принята к публикации 14 сентября 2026 г.

Исследовано проникновение квантовых вихрей в объем сверхтекучего гелия He-II при температурах $T = 1.5\,\mathrm{K}$ и $T = 1.7\,\mathrm{K}$. Установлено, что наибольшая плотность квантовых вихрей, возникающих при взаимодействии двух ортогональных волн, проникающих в объем сверхтекучего гелия, сосредоточена в слое глубиной менее 50 нм, не выходя за пределы вязкого подслоя нормальной компоненты жидкого гелия. Квантовые вихри под поверхностью гелия He-II формируются при распространении волн на поверхности жидкости частотой $f = 49.9\,\mathrm{Гц}$ ($\lambda = 0.2\,\mathrm{см}$) и амплитудой $h = 0.007\,\mathrm{см}$. Генерацию квантовых вихрей регистрировали по отклонению тока инжектированных отрицательных зарядов, движущихся под поверхностью в прижимающем электрическом поле и взаимодействующих с захваченными вихрями зарядами. Глубину расположения двумерного слоя зарядов под поверхностью измеряли вариацией напряженности прижимающего электрического поля.

DOI: 10.7868/S3034576626100187

Введение. Изучение классической и квантовой турбулентности, механизмов формирования и затухания классических и квантовых вихрей в конденсированных системах – одна из актуальных задач в современной гидродинамике.

Квантовые вихри в сверхтекучем гелии-4 представляют собой топологические дефекты [1]. Их особенностью является то, что они не могут "затухнуть" в объеме жидкости, как вихрь в классической жидкости – например, в воде [2] или в нормальном гелии-I, а обязательно должны начинаться и заканчиваться на стенке контейнера или на поверхности жидкости, в некоторых случаях формируя кольцевые структуры [3]. В отличие от классических вихрей циркуляция квантовых вихрей дискретна. Условие квантования в сверхтекучем гелии-4 можно записать в следующем виде:

$$\Gamma = \oint \mathbf{V}_s \mathrm{d}l = 2\pi n\hbar/m_{\mathrm{He}} = \int \boldsymbol{\omega}_s \cdot \mathrm{d}S, \qquad (1)$$

где $\mathbf{V}_s$ – скорость сверхтекучей компоненты, $\boldsymbol{\omega}_s = \mathrm{rot}\,\mathbf{V}_s$ – завихренность сверхтекучей компоненты, $\mathrm{d}l$ – элемент длины контура, $\mathrm{d}S$ – элемент площади контура, n – целое число (как правило $n = 1$), $\hbar$ – постоянная Планка, m_{He} – масса атома гелия. Кор квантового вихря имеет размер $\sim 1\,\text{Å}$.

Исследованию свойств квантовых вихрей посвящено большое число экспериментальных и теоретических работ [см. 4, 5], в том числе стоит отметить работы по генерации квантовых вихрей [6], их структуре [7, 8], формированию квантовой турбулентности [9], взаимодействию вихрей с кластерами [10].

Помимо изучения квантовых вихрей в гелии-4, похожие исследования проводились в сверхтекучем гелии-3. В статьях [11, 12] описаны эксперименты по возбуждению квантовых вихрей волнами, в результате неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, на границе раздела двух фаз ^{3}He-A и ^{3}He-B. При превышении некоторой пороговой скорости в фазе ^{3}He-A (для ^{3}He-B пороговая скорость составляет $\approx 7\,\mathrm{мм/с}$) возникали вихревые структуры, которые выталкивались силой Магнуса в свободную от вихрей фазу ^{3}He-B, образуя при этом гофрированные структуры на границе раздела двух фаз сверхтекучего гелия-3.

В качестве пробных частиц-трассеров для слежения за процессами формирования и движения квантовых вихрей можно использовать инжектированные в жидкий гелий отрицательно заряженные электронные пузырьки ("electron bubbles") радиусом порядка 17 Å при давлении насыщенных паров в жидкости [13]. Известно [14, 15], что при температу-

[1)]e-mail: selin@issp.ac.ru

рах сверхтекучего гелия ниже 1.7 K квантовые вихри в объеме способны захватывать подвижные отрицательно заряженные электронные пузырьки. В отличие от работы [16], где использовались металлические частицы микронного размера, электронные пузырьки позволяют работать на более мелких масштабах порядка нанометров, что позволяет более точно определить глубину залегания квантовых вихрей.

Как показали результаты наших экспериментов [17, 18], нелинейное взаимодействие волн на свободной поверхности жидкости при амплитудах волн выше некоторой пороговой приводит к формированию в объеме не только классических, но и квантовых вихрей. Например, при накачке на частоте $f = 49.9$ Гц при температуре $T = 1.5$ K пороговая амплитуда $h_{\rm thr} = 0.0025$ см, что соответствует скорости течения жидкости в волне выше критического значения, равного ≈ 0.34 см/с. Стоит отметить, что в интервале частот от $20 \div 55$ Гц, в котором проводились данные исследования, критическая скорость рождения квантовых вихрей оказывается постоянной и не зависит от частоты накачки. Измерения значений этих пороговых амплитуд волн на поверхности жидкости позволили нам впоследствии работать с волнами амплитудой выше критической.

Стоит отметить, что в работе [19], помимо квантовых вихрей, возможно формирование структуры, состоящей из классических вихрей, так как доля нормальной компоненты при температуре 1.5 K составляет $\sim 10\,\%$. Очевидно, что при $T = 1.5$ K и выше стоячие волны амплитудой выше некоторой критической порождают в объеме сверхтекучего He-II не только квантовые, но и классические вихри, которые взаимодействуют между собой [20] и с электронными пузырьками, движущимися под влиянием приложенного электрического поля от источника зарядов к составному коллектору.

В данной работе мы исследовали глубину проникновения квантовых вихрей, формируемых поверхностными волнами, в объем жидкости. Обнаружено, что плотность порождаемых волнами квантовых вихрей максимальна в слое глубиной менее 50 нм, в то время как глубина вязкого подслоя в нашем диапазоне частот поверхностных волн составляет порядка 5 мкм, т.е. квантовые вихри формируются внутри вязкого подслоя. Поэтому естественно предположить, что генерируемые волнами квантовые вихри представляют собой полупетли (рождение таких полуколец макроскопическим квантовым туннелированием было рассмотрено в работе [21]), концы которых закреплены на свободной поверхности He-II [16], в отличие от классических вихрей, которые порождаются волнами в нормальной компоненте жидкого гелия или в классических вязких жидкостях, например, воде [22, 23].

Методика эксперимента. Схема экспериментальной ячейки показана на рис. 1 [24]. Она представляет собой параллелепипед с основанием 5×5 см^2 и высотой 3 см, все шесть граней изолированы друг от друга. Источник отрицательных зарядов *1* диаметром 3 мм расположен на грани *Source* ячейки на расстоянии 0.3 см от верхнего края ячейки. На грани *Collectors*, смежной с гранью *Source*, расположен составной приемный коллектор, состоящий из пяти сегментов (обозначенных "-2", "-1", "0", "1" и "2"), каждый размером 0.9×3 см^2. Сегменты используются для регистрации пространственного распределения токов отрицательных зарядов, поступающих от источника *1*. Токи, поступающие на сегменты коллектора, усиливаются пятью независимыми усилителями. Усиленные сигналы считываются АЦП и записываются в компьютер в виде бинарного файла. Высокочастотные шумы удаляются с помощью фильтра FFT.

Экспериментальная ячейка устанавливается в медной камере с оптическим окном диаметром около 11 см. Камера располагается в вакуумной полости оптического криостата, и соединяется медным хладопроводом с гелиевой полостью криостата. Гелий конденсируется непосредственно в камеру из транспортного сосуда Дьюара по линии набора. Во избежание попадания примесей в ячейку, гелий проходит через мелкопористый фильтр. Температура ячейки ниже 2.0 K достигается откачкой паров гелия-4. Температура ячейки измеряется полупроводниковым термометром.

Верхняя грань *Top* экспериментальной ячейки (см. рис. 1) изготовлена из кварцевого стекла толщиной 2 мм, на нижнюю сторону которой напылена полупрозрачная металлическая пленка. Два плунжера *2* размерами $4\times0.3\times0.1$ см^3 располагаются перпендикулярно друг к другу и параллельно граням S_1 и S_2. Плунжеры, погруженные на 1 мм в жидкий гелий, приводятся в движение электромагнитными приводами, на которые подаются синусоидальные сигналы с разностью фаз, равной 90°, с двухканального генератора.

Эксперименты проводились в сверхтекучем гелии при температуре 1.5 и 1.7 K. К верхней грани прикладывалось напряжение $U_{\rm Top}$ от -50 до -80 В, к нижней грани прикладывалось напряжение $U_{\rm Bottom}$, равное -100 В, к боковым граням прикладывались $U_{\rm Collectors} = U_{S_1} = 0$ В, к оставшимся граням были приложены напряжения $U_{\rm Source}$ и U_{S_2}, равные

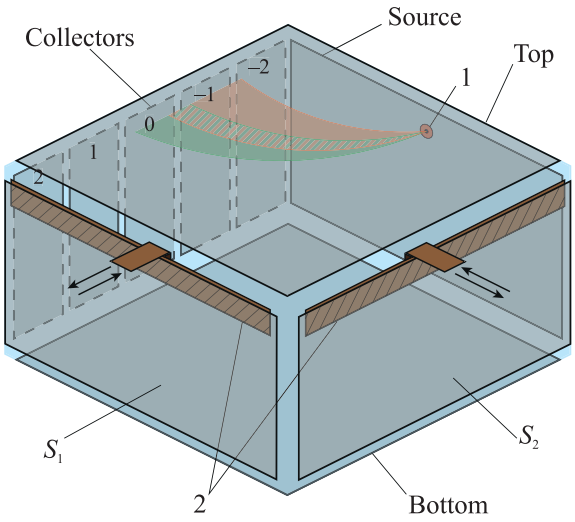

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема экспериментальной ячейки. *1* – источник зарядов; *2* – плунжеры, стрелки рядом указывают направление движения плунжеров. Грань, на которой располагается источник, называется *Source*. Показаны верхняя грань *Top* и нижняя *Bottom*, а также боковые грани, параллельно которым располагаются плунжеры, S_1 и S_2, и грань с 5-ю сегментами коллектора *Collectors*. Схематично показаны каналы движения отрицательных зарядов в отсутствии накачки (зеленый) и при накачке волн (оранжевый)

-100 В. При такой конфигурации электрического поля отрицательные заряды прижимаются к поверхности и при движении от источника зарядов к коллектору формируют квазидвумерный канал [25], показанный на рис. 1 зеленым цветом. Заряды движутся в канале от источника, в основном, к "0"-му сегменту коллектора по криволинейной траектории.

Плунжеры совершают колебания в горизонтальной плоскости ячейки с заданной на генераторе резонансной частотой f и возбуждают нелинейные стоячие волны на поверхности сверхтекучего гелия. Для определения амплитуды волны использовалась методика лазерного луча [26, 27]. Лазерный луч, отражающийся от поверхности жидкого гелия, попадает на фотодетектор, и по величине отклонения луча измеряется максимальная угловая амплитуда, стоячей волны α. Амплитуда волны вычислялась по формуле:

$$\alpha = \arcsin r/2l, \qquad (2)$$

где r – вертикальное отклонение луча, l – расстояние от точки падения луча на поверхность до экрана.

Расстояние z_0 от пучка свободных отрицательных зарядов (электронных пузырьков), прижатых к поверхности, до свободной поверхности можно оценить из формулы равенства сил, действующих на заряженную частицу [28]

$$eE_\perp = \left(\frac{e}{2z_0}\right)^2 \frac{(\varepsilon_l - \varepsilon_g)}{\varepsilon_l(\varepsilon_l + \varepsilon_g)}, \qquad (3)$$

где ε_l и ε_g – коэффициенты проницаемости жидкости и газа, e – заряд электрона, $E_\perp$ – напряженность электрического поля, направленная перпендикулярно поверхности раздела жидкость–пар. Перпендикулярная составляющая $E_\perp$ рассчитывалась для напряжений от -45 до -100 В в среде COMSOL.

Таким образом, при напряжениях,приложенных к верхней грани в диапазоне от -50 до -90 В, расстояние z_0 изменяется в пределах $20 \div 60$ нм [29]. Стоит также отметить,что радиус электронных пузырьков ~ 17 Å заметно меньше (на пару порядков), чем расстояние от центра квазидвумерного слоя (~ 100 нм) до поверхности жидкости, а время жизни электронных пузырьков при данных температурах в этом слое достаточно велико ($\sim$10 с) для достижения стационарного состояния [30].

Результаты и их обсуждение. В экспериментах изучался отклик тока отрицательных зарядов, движущихся под поверхностью сверхтекучего гелия от источника к коллектору, на генерацию поверхностных волн двумя перпендикулярными плунжерами. Пример такого отклика при температуре $T = 1.5$ K приведен на рис. 2. Первоначально в течение 150 с после включения тянущего напряжения

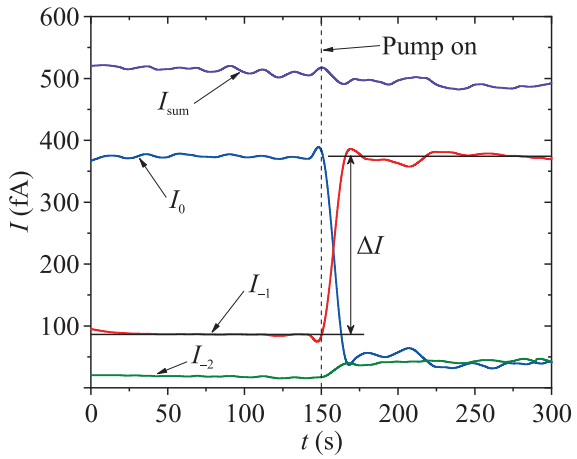

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость от времени токов отрицательных зарядов, приходящих на центральный "0"-ой сегмент I_0, на "-1-й сегмент I_{-1} и на "-2"-ой сегмент I_{-2}, $I_{\rm sum}$ – суммарный ток. Накачка волн плунжерами включается при $t = 150$ с и выключается при $t = 300$ с. Температура $T = 1.5$ K, амплитуда волн накачки $h = 0.007$ см

$U_{\rm Source} = -100$ В наблюдается установившийся режим: ток в основном приходит на "0" и "-1" сегмен-

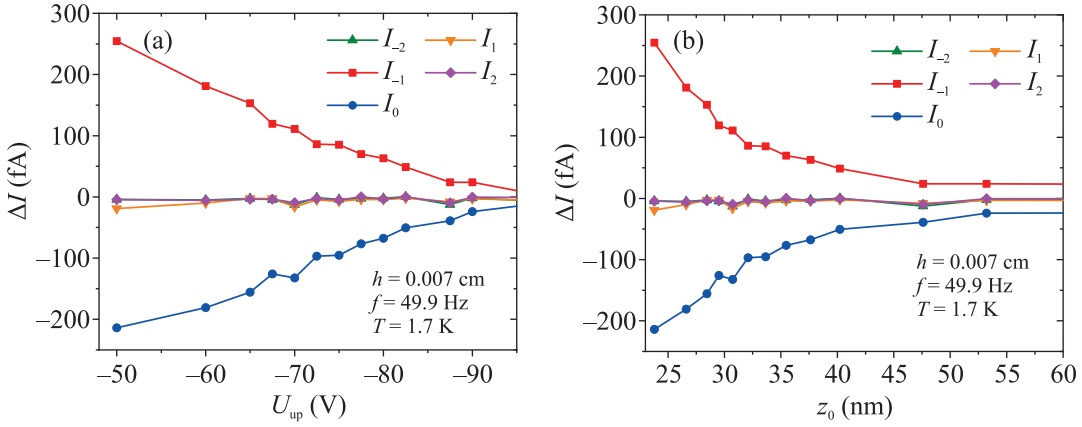

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Амплитуда изменения токов на сегментах коллектора при изменении прижимающего напряжения. (b) – Амплитуда изменения токов как функция глубины расположения квазидвумерного заряженного слоя. Температура $T = 1.7$ K

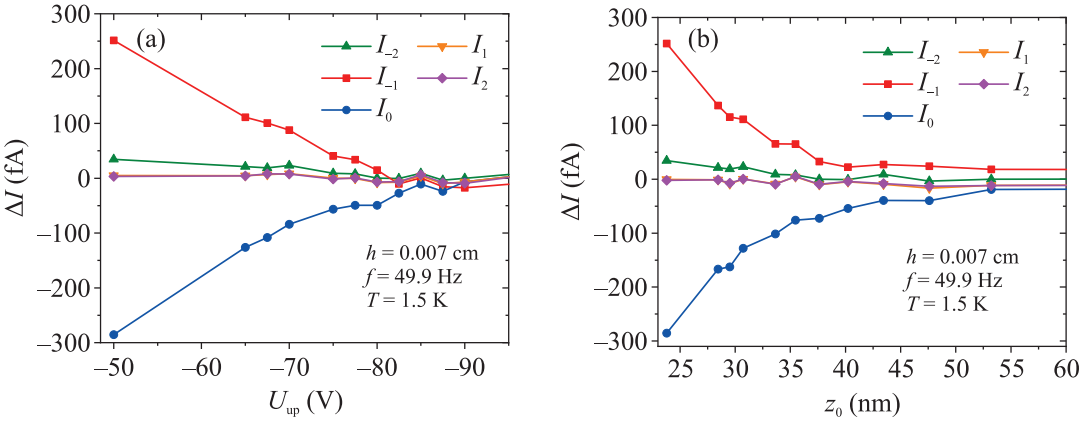

Рис. 4. (Цветной онлайн) (a) – Амплитуда изменения токов на сегментах коллектора при изменении прижимающего напряжения. (b) – Амплитуда изменения токов как функция глубины расположения квазидвумерного заряженного слоя. Температура $T = 1.5$ K

ты. На остальных сегментах регистрируется ток на уровне 20 фА. После включения генерации волн наблюдается значительное перераспределение токов на сегментах: ток на "0"-ом сегменте упал с 400 до 50 фА, а на "−1"-ом сегменте вырос со 100 до 375 фА.

При максимальной накачке на "−2"-ом сегменте ток подрастает до ≈ 40 фА. Ширина канала при больших амплитудах накачки превосходить ширину сегмента коллектора вместе с диэлектрической прослойкой, равную примерно 1 см (что видно по отклику на других сегментах при выключенной накачке).

На рисунке 3 приведена зависимость изменения тока ΔI как функция прижимающего электрического поля $E_\perp = |U_{up} - U_{down}|/d$, полученная при температуре $T = 1.7$ K (рис. 3a). Видно, что наибольшее отклонение наблюдается при больших значениях прижимающего электрического поля. Перестроенная зависимость отклика ΔI от расстояния z_0 от поверхности жидкого гелия приведена на рис. 3b.

На рисунке 4 приведены аналогичные результаты, полученные при температуре $T = 1.5$ K. Прослеживается та же тенденция – чем ближе к поверхности жидкости, тем сильнее влияние генерации квантовых вихрей поверхностными волнами на движение отрицательных зарядов. В эксперименте при максимальной амплитуде волн наблюдается изменение токов зарядов на трех сегментах коллектора, "−1", "0", "−2".

На рисунке 5 приведены в полулогарифмическом масштабе зависимости абсолютных отклонений токов ΔI на "0"-м сегменте при включении накачки волн одинаковых амплитуд при температурах 1.5 и 1.7 K. В сверхтекучем гелии при температурах 1.5 и 1.7 K отклонение ΔI возрастает с уменьшением рас-

стояния z_0 до 50 нм, и зависимость $\Delta I(z_0)$ может быть описана экспонентой.

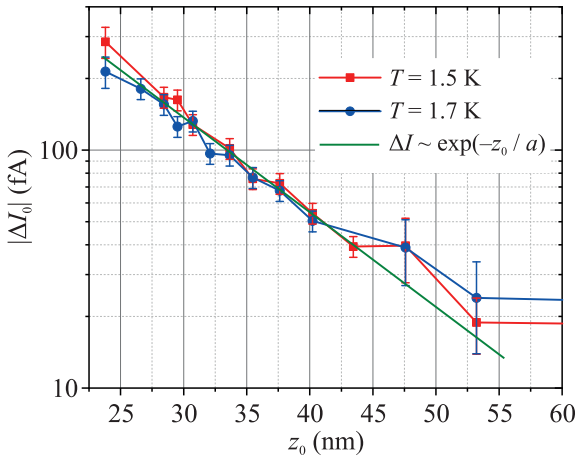

Рис. 5. (Цветной онлайн) Отклонение токов $|\Delta I_0|$ на центральном сегменте коллектора при изменении расстояния от квазидвумерного заряженного слоя до поверхности жидкого гелия z_0. Аппроксимирующая функция $\sim \exp(-z_0/a)$ представлена зеленой прямой. Температуры измерений $T = 1.5$ и 1.7 K

Экспериментальные зависимости при температурах ниже $T < 1.7$ K можно качественно описать экспоненциальной функцией, пропорциональной $\exp(-z_0/a)$, где характерное расстояние a имеет значение около 20 нм. Как видно из рис. 5, большая часть плотности квантовых вихрей ($> 90\,\%$) при $T < 1.7$ K сосредоточена в тонком слое жидкости менее 50 нм.

Стоит отметить, что в классической жидкости вихри формируются в вязком подслое и экспоненциально затухают на глубине порядка длины волны λ [31], что существенно больше глубины вязкого подслоя, а завихренность экспоненциально затухает вглубь по закону $\Omega \sim \exp(\sqrt{2}kz_0)$, где волновой вектор k в наших экспериментах равен $31.4\,\text{см}^{-1}$. Жидкий гелий при температурах выше $T > 2.17$ K является классической жидкостью и описывается в рамках классической гидродинамики. Таким образом, вихри в нормальном гелии будут проникать существенно дальше с характерной глубиной проникновения порядка длины волны $\lambda = 0.2$ см.

Глубина вязкого подслоя на частоте 49.9 Гц под поверхностью жидкого гелия составляет приблизительно $\delta \sim \sqrt{\nu/\omega} \approx 5$ мкм, где ν – коэффициент кинематической вязкости [32], ω – частота волны (тогда как на воде вязкий подслой равен ~ 50 мкм при той же частоте накачки). Таким образом, как показывает эксперимент, генерируемые поверхностными волнами квантовые вихри, которые также могут взаимодействовать между собой, располагаются в узком слое глубиной около 50 нм и, в отличие от классических вихрей в нормальной компоненте жидкого гелия, не выходят за пределы вязкого подслоя.

Если наше рассуждение справедливо, то это позволяет нам прийти к выводу, что плотность квантовых вихрей, рождаемых поверхностными волнами, экспоненциально уменьшается по мере удаления вглубь жидкости. Однако квантовый вихрь не может затухнуть в объеме жидкости как классический вихрь. Он обязан начинаться и заканчиваться на свободной поверхности жидкости либо на стенках ячейки. Поэтому естественно предположить,что квантовый вихрь, который формируется капиллярными волнами амплитудой выше критической, должен начинаться и заканчиваться на поверхности сверхтекучего гелия, т.е. квантовые вихри представляют собой полупетли на свободной поверхности жидкости.

Заключение. Таким образом, эксперименты в данном интервале температур позволяют сделать вывод, что квантовые вихри, генерируемые капиллярными волнами в сверхтекучем гелии при температурах $1.5 \div 1.7$ K, сосредоточены вблизи поверхности в тонком слое жидкости глубиной менее 50 нм, что много меньше вязкого подслоя. Учитывая, что квантовые вихри являются топологическими дефектами, можно также полагать, что вихри представляют собой полупетли, концы которых расположены на свободной поверхности сверхтекучего гелия.

Авторы благодарят участников семинара объединенной лаборатории “Современной гидродинамики”, а также рецензента нашей статьи за обсуждение результатов исследований и полезные замечания.

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках гранта Российского научного фонда # 23-72-30006 “Взаимодействие когерентных структур и флуктуаций в гидродинамических системах”.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. Ch. N. Weiler, T. W. Neely, D. R. Scherer, A. S. Bradley, M. J. Davis, and B. P. Anderson, “Spontaneous vortices in the formation of Bose–Einstein condensates”, Nature **455**, 948 (2008).
2. V. M. Parfenyev, S. V. Filatov, M. Yu. Brazhnikov, S. S. Vergeles, and A. A. Levchenko, “Formation and decay of eddy currents generated by crossed surface waves”, Phys. Rev. Fluids **4**, 114701 (2019).
3. L. Skrbek, “On Grid-Generated Quantum Turbulence”, Entropy **27**, 1054 (2025).
4. R. J. Donnelly and Ch. E. Swanson, “Quantum turbulence”, J. Fluid Mech. **173**, 387 (1986).

5. W. F. Vinen, "Quantum Turbulence: Achievements and Challenges", J. Low Temp. Phys. **161**, 419 (2010).
6. R. Hänninen, M. Tsubota, and W. F. Vinen, "Generation of turbulence by oscillating structures in superfluid helium at very low temperatures", Phys. Rev. B **75**, 064502 (2007).
7. E. J. Yarmchuk and R. E. Packard, "Photographic studies of quantized vortex lines", J. Low Temp. Phys. **46**, 479 (1982).
8. G. A. Williams and R. E. Packard, "Ion trapping on vortex lines in rotating ^{3}He-^{4}He mixtures", J. Low Temp. Phys. **33**, 459 (1978).
9. W. F. Vinen and L. Skrbek, "Quantum turbulence generated by oscillating structures", PNAS **111**, 4699 (2014).
10. D. E. Zmeev, F. Pakpour, P. M. Walmsley, A. I. Golov, W. Guo, D. N. McKinsey, G. G. Ihas, P. V. E. McClintock, S. N. Fisher, and W. F. Vinen, "Excimers He_2^* as Tracers of Quantum Turbulence in ^{4}He in the $T = 0$ Limit", Phys. Rev. Lett. **110**, 175303 (2013).
11. R. Blaauwgeers, V. B. Eltsov, G. Eska, A. P. Finne, R. P. Haley, M. Krusius, J. J. Ruohio, L. Skrbek, and G. E. Volovik, "Shear Flow and Kelvin-Helmholtz Instability in Superfluids", Phys. Rev. Lett. **89**,155301 (2002).
12. G. E. Volovik, "On the Kelvin–Helmholtz Instability in Superfluids", Письма в ЖЭТФ **75**, 418 (2002) [G. E. Volovik, "On the Kelvin–Helmholtz Instability in Superfluids", JETP Lett. **75**, 418 (2002)].
13. A. I. Golov, P. M. Walmsley, and P. A. Tompsett, "Charged Tangles of Quantized Vortices in Superfluid ^{4}He", J. Low Temp. Phys. **161**, 509 (2010).
14. R. L. Douglass, "Mobility of Negative Ions Along Vortices in Rotating Superfluid Helium", Phys. Rev. **174**, 255 (1968).
15. P. M. Walmsley and A. I. Golov, "Rotating quantum turbulence in superfluid ^{4}He in the $T = 0$ limit", Phys. Rev. B **86**, 060518 (2012).
16. P. Moroshkin, P. Leiderer, K. Kono, S. Inui, and M. Tsubota, "Dynamics of the Vortex-Particle Complexes Bound to the Free Surface of Superfluid Helium", Phys. Rev. Lett. **122**, 174502 (2019).
17. М. Р. Султанова, И. А. Ремизов, Л. П. Межов-Деглин, А. А. Левченко, "Генерация квантовых вихрей волнами на поверхности сверхтекучего гелия", Письма в ЖЭТФ **118**, 596 (2023) [M. R. Sultanova, I. A. Remizov, L. P. Mezhov-Deglin, and A. A. Levchenko, "Generation of Quantum Vortices by Waves on the Surface of Superfluid Helium", JETP Lett. **118**, 585 (2023)].
18. П. Г. Селин, И. А. Ремизов, М. Р. Султанова, Е. В. Лебедева, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, "Порог генерации квантовых вихрей волнами на поверхности сверхтекучего He-II", Письма в ЖЭТФ **122**, 165 (2025) [P. G. Selin, I. A. Remizov, M. R. Sultanova, E. V. Lebedeva, A. A. Levchenko, and L. P. Mezhov-Deglin, "Threshold of Generation of Quantum Vortices by Waves on the Surface of Superfluid He-II", JETP Lett. **122**, 178 (2025)].
19. I. A. Remizov, M. R. Sultanova, A. A. Levchenko, and L. P. Mezhov-Deglin, "The interaction between injected charges and a vortex flow in normal and superfluid helium near T_λ", Физика низких температур **47**, 409 (2021) [I. A. Remizov, M. R. Sultanova, A. A. Levchenko, and L. P. Mezhov-Deglin, "The interaction between injected charges and a vortex flow in normal and superfluid helium near T_λ", Low Temp. Phys. **47**, 378 (2021)].
20. P. M. Walmsley and A. I. Golov, "Coexistence of Quantum and Classical Flows in Quantum Turbulence in The $T = 0$ Limit", Phys. Rev. Lett. **118**, 134501 (2017)
21. Г. Е. Воловик, "Квантовомеханическое образование вихрей в сверхтекучей жидкости", Письма в ЖЭТФ **15**, 116 (1972) [G. E. Volovik, "Quantum-mechanical formation of vortices in a superfluid liquid", JETP Lett. **15**, 116 (1972)].
22. S. V. Filatov, V. M. Parfenyev, S. S. Vergeles, M. Yu. Brazhnikov, A. A. Levchenko, and V. V. Lebedev, "Nonlinear Generation of Vorticity by Surface Waves", Phys. Rev. Lett. **116**, 054501 (2016).
23. С. С. Вергелес, А. А. Левченко, В. М. Парфеньев, "Нелинейная генерация течений волнами на поверхности жидкости", УФН **195**, 1199 (2025) [S. S. Vergeles, A. A. Levchenko, and V. M. Parfenyev, "Nonlinear generation of currents by waves on liquid surface", Phys.-Uspekhi **68**, 1131 (2025)].
24. A. A. Levchenko, L. P. Mezhov-Deglin, I. A. Remizov, P. G. Selin, and M. R. Sultanova, "Setup for Studying Vortex Flow on the Surface of a Liquid ^{4}He Layer in Normal and Superfluid States", Instrum. Exp. Tech. **68**, 180 (2025).
25. V. B. Shikin and Yu. P. Monarkha, *Two-dimensional charged systems in helium* (Nauka, Moscow, 1989).
26. M. Yu. Brazhnikov, A. A. Levchenko, and L. P. Mezhov-Deglin, "Excitation and Detection of Nonlinear Waves on a Charged Surface of Liquid Hydrogen", Instrum. Exp. Tech. **45**, 758 (2002).
27. S. V. Filatov, A. A. Levchenko, M. Yu. Brazhnikov, and L. P. Mezhov-Deglin, "A Technique for Registering Wave and Vortex Motions on a Liquid Surface", Instrum. Exp. Tech. **61**, 757 (2018).
28. В. Б. Шикин, "Электроны над поверхностью жидкого гелия", УФН **126**, 690 (1978) [V. B. Shikin, "Electrons above the surface of liquid helium", Sov. Phys.-Uspekhi **21**, 1005 (1978)].
29. L. Skrbek, "Ion Pools Underneath the Surface of Superfluid ^{4}He: A Playground of Classical Two-Dimensional Physics", J. Low Temp. Phys. **212**, 232 (2023).

30. А. М. Дюгаев, П. Д. Григорьев, Е. В. Лебедева, "Взаимодействие отрицательных ионов с поверхностью инертных жидкостей", Письма в ЖЭТФ **89**, 165 (2009) [A. M. Dyugaev, P. D. Grigor'ev, and E. V. Lebedeva, "Interaction of Negative Ions with the Surface of Inert Liquids", JETP Lett. **89**, 145 (2009).
31. S. V. Filatov and A. A. Levchenko, "Penetration of a Vortex Lattice into the Bulk of a Liquid", J. Surf. Invest.: X-Ray, Synchrotron Neutron Tech. **14**, 751 (2020).
32. R. J. Donnelly and C. F. Barenghi, "The Observed Properties of Liquid Helium at the Saturated Vapor Pressure", J. Phys. Chem. Ref. Data **27**, 1217 (1998).