Письма в ЖЭТФ, том 124, вып. 11, с. 944 – 949 © 2026 г. 10 декабря

# Комбинационные магнитоосцилляции при туннелировании между слабо разориентированными листами биграфена

*А. Ф. Аминов*[a,c], *Е. Е. Вдовин*[a], *А. А. Соколик*[b,c], *Ю. Н. Ханин*[a], *М. А. Кащенко*[d,e], *К. С. Новоселов*[f], *С. В. Морозов*[a 1)]

[a] *Институт проблем технологии микроэлектроники и особо чистых материалов РАН, 142432 Черноголовка, Россия*

[b] *Институт спектроскопии РАН, 108840 Троицк, Москва, Россия*

[c] *Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", 109028 Москва, Россия*

[d] *Лаборатория физики программируемых функциональных материалов, Центр нейрофизики и нейроморфных технологий, 127495 Москва, Россия*

[e] *Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия*

[f] *Institute for Functional Intelligent Materials, National University of Singapore, 117544 Singapore*

Поступила в редакцию 20 октября 2026 г.
После переработки 27 октября 2026 г.
Принята к публикации 27 октября 2026 г.

Мы представляем результаты экспериментальных и теоретических исследований туннельного магнитотранспорта носителей между двумя листами биграфена, слабо разориентированных ($\theta \approx 0.7^\circ$) относительно друг друга. Благодаря возможности реализации разных режимов туннелирования: как между зонами проводимости, так и между валентной зоной и зоной проводимости, в рамках одного эксперимента были обнаружены экспериментально как осцилляции Шубникова–де Гааза в каждом из слоев с частотами $f_1$ и $f_2$, так и осцилляции с разностными, $f_1 - f_2$, и суммарными, $f_1 + f_2$, комбинационными частотами. При этом максимумы комбинационных осцилляций определяются моментами совпадения лестниц Ландау в границах температурного окна, определяемого распределением Ферми–Дирака. Построена теоретическая модель, дающая хорошее количественное описание наблюдаемых осцилляций и показывающая, что природа комбинационных осцилляций в туннельной проводимости принципиально отлична от латерального случая MISO. В рамках этой модели получен аналог формулы Лифшица–Косевича, объясняющей значительно большую температурную устойчивость комбинационных осцилляций по сравнению с осцилляциями Шубникова–де Гааза.

DOI: 10.7868/S3034576626120060

Магнитоосцилляции латеральной проводимости в полупроводниковых гетероструктурах с двумя заполненными размерными подзонами в квантовой яме, в основе происхождения которых лежат процессы резонансного рассеяния между подзонами в моменты совпадения лестниц Ландау с ростом магнитного поля, уже достаточно давно привлекают исследователей [1–4]. Это обусловлено как возможностью получения новой физической информации (в частности, о процессах и параметрах межподзонного и внутриподзонного рассеяния), так и значительно большей температурной устойчивостью по сравнению с осцилляциями Шубникова–де Гааза (ШдГ) в тех же подзонах [5]. В англоязычной литературе они традиционно называются MISO (*magneto-inter-subband oscillations*), и их частота определяется комбинацией (разностью $f_1 - f_2$) частот осцилляций ШдГ в каждой из подзон. Осцилляции ШдГ с частотами $f_1$ и $f_2$ обусловлены моментами совпадения уровней Ландау (УЛ) в какой-либо из подзон с уровнем Ферми. В графеновых структурах MISO наблюдались только в двух работах в условиях латерального транспорта [6, 7]. Однако до настоящего времени о наблюдении подобного рода комбинационных осцилляций в туннельном транспорте в каких-либо системах не сообщалось.

В данной работе мы представляем результаты экспериментальных и теоретических исследований туннельного магнитотранспорта носителей между двумя листами двуслойного графена (BLG), слабо разориентированных друг относительно друга на угол $\theta \approx 0.7^\circ$. Именно наличие небольшого угла разо-

1) e-mail: morozov.serge@gmail.com

риентировки кристаллических решеток листов BLG позволило нам исследовать туннелирование в условиях сохранения энергии и латеральной компоненты импульса. Благодаря возможности реализации разных режимов туннелирования, как между зонами проводимости, так и между валентной зоной и зоной проводимости, в рамках одного эксперимента были обнаружены экспериментально как осцилляции ШдГ, так и осцилляции с разностными, $f_1 - f_2$, и суммарными, $f_1 + f_2$, комбинационными частотами. При этом максимумы комбинационных осцилляций соответствуют последовательному совпадению лестниц уровней Ландау в границах температурного окна, определяемого распределением Ферми–Дирака. Построена теоретическая модель, дающая хорошее количественное описание наблюдаемых осцилляций и показывающая, что природа комбинационных осцилляций в туннельной проводимости принципиально отлична от латерального случая MISO. Так, для реализации MISO необходимы процессы рассеяния между подзонами с изменением импульса электрона, например, с участием примесей. Тогда как в туннельном транспорте, изучаемом в нашей работе, для формирования как осцилляций ШдГ, так и комбинационных осцилляций процессы рассеяния не требуются. В рамках нашей модели объяснена значительно большая температурная устойчивость комбинационных осцилляций по сравнению с осцилляциями ШдГ.

Исследованные нами образцы представляли собой ван-дер-ваальсовскую гетероструктуру, активная часть которой состояла из двух листов BLG, разделенных туннельным барьером из гексагонального нитрида бора (hBN) толщиной 6 монослоев. Кристаллические решетки двух BLG повернуты относительно друг друга на небольшой угол $\theta \approx 0.7^\circ$. Активные слои структуры размещались на подложке $Si/SiO_2$, затворы к нижнему и верхнему слоям графена были изготовлены из толстого графита и золота, отделенных толстыми ($\sim 40$–$50$ нм) подзатворными диэлектриками из hBN. Наличие двух затворов позволяет независимо управлять концентрациями носителей $n_1^e$, $n_2^e$ в обоих BLG путем приложения затворных напряжений $V_{\rm tg}$ и $V_{\rm bg}$. Измерения равновесной туннельной проводимости между двумя BLG проводились модуляционной методикой при отсутствии межслоевых смещающих напряжений. Более подробно экспериментальный образец был описан в наших работах [8, 9].

Поскольку решетки BLG повернуты относительно друг друга на угол $\theta$, их долины $\mathbf{K}$, $\mathbf{K}'$ в пространстве квазиимпульсов смещены на вектор $\Delta K = 4\pi\theta/3a$, где $a = 2.46\,\text{Å}$ – постоянная решетки (рис. 1c–e). Это смещение раздвигает в импульсном пространстве поверхности Ферми верхнего и нижнего BLG. В отсутствие магнитного поля $B$ при сохранении энергии и параллельной слоям компоненты импульса межслоевое туннелирование разрешено, если поверхности Ферми в двух слоях пересекаются (светло-синие лепестки на карте рис. 1a), и запрещено, когда пересечений нет (что соответствует темной-синей области в центре рис. 1a). Прямые $n_1^e = 0$ и $n_2^e = 0$ на рис. 1a описывают положения точек электронейтральности верхнего и нижнего BLG. Отметим, что любые линии, параллельные линии $n_1^e = 0$ ($n_2^e = 0$), будут отвечать условию $n_1^e = \text{const}$ ($n_2^e = \text{const}$), если пренебрегать нелинейностью квантовых емкостей обоих BLG, а диагонали карты отвечают условиям $n_1^e = n_2^e$ ($n_1^e = -n_2^e$); в случае дырочного допирования BLG мы считаем концентрацию электронов в нем отрицательной.

Приложение квантующего магнитного поля, ортогонального слоям, приводит к формированию УЛ и модификации карты проводимости $G(V_{\rm tg}, V_{\rm bg})$ к виду, представленному на рис. 1b, где каждый "локус" (пятно ромбической формы с повышенной $G$) отражает туннельный переход между определенной парой УЛ в различных BLG (см. схемы параболоидов на рис. 1c–d). Так, точка $(5;3)$ означает, что при $B = 3\,\text{Тл}$ в верхнем слое наполовину заполнен УЛ $N_1 = 5$, а в нижнем $N_2 = 3$. Были измерены магнитоосцилляции во всех локусах вдоль линии, соответствующей переходам с участием УЛ в верхнем слое с номером 5 в интервале номеров $N_2$ от $-7$ до $+7$ для нижнего слоя (красная линия на рис. 1b ). Отметим, что выбор определенного локуса при $B = 3\,\text{Тл}$ с номерами $N_1$ и $N_2$ однозначно задает концентрацию носителей в каждом слое в этой точке карты $G(V_{\rm tg}, V_{\rm bg})$. Аналогичные измерения были сделаны вдоль линий с номерами $N_1 = -7, -2, 3$ в верхнем слое. Наблюдаемое на рис. 1b расщепление УЛ с номерами $N_i = 0, 1$ находится за рамками данной работы, в которой мы сосредоточимся на магнитотуннельной проводимости вдали от линий электронейтральности.

Основным предметом данной работы является изучение зависимостей туннельной проводимости от магнитного поля $G(B)$, которые, как показывают наши эксперименты, обладают многокомпонентной осцилляционной структурой. На рисунке 2 представлены характерные примеры экспериментальных осцилляций, приближенно периодичных как функции $1/B$. Для определения частот осцилляций нами были проведены быстрые преобразования Фурье эксперимен-

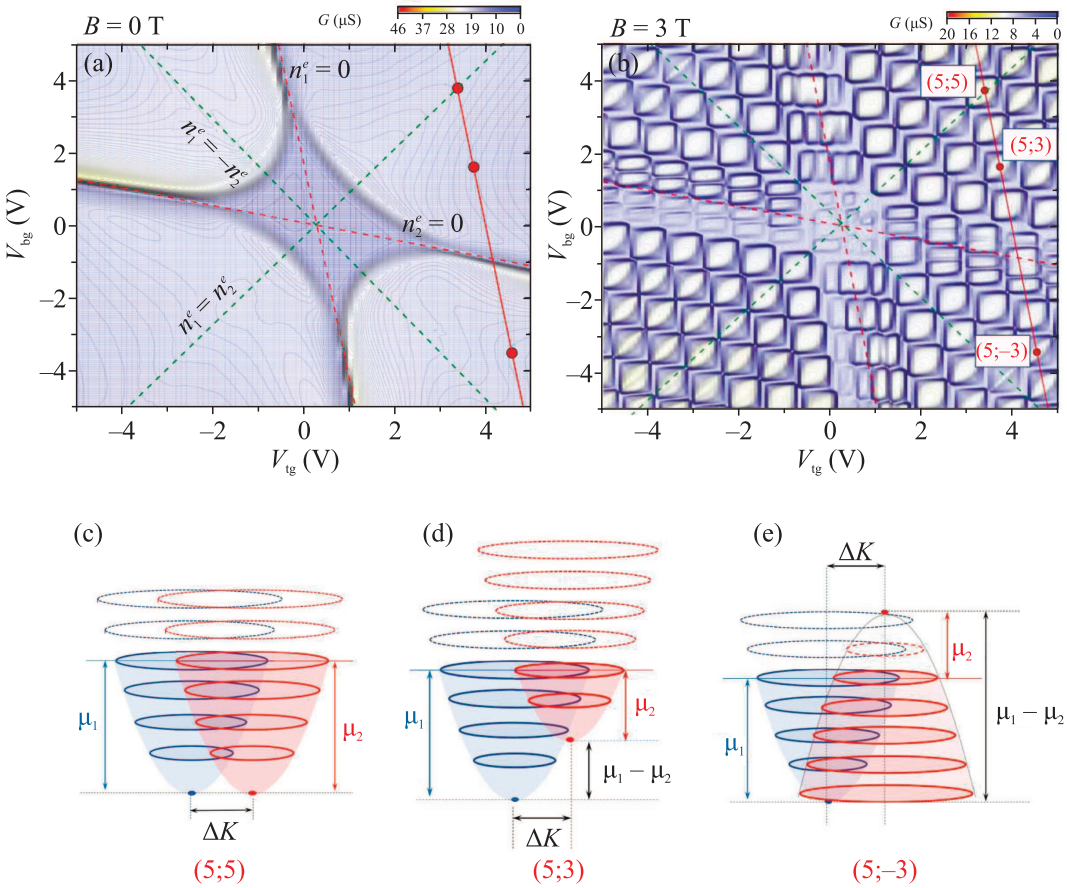



Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Экспериментальная карта туннельной проводимости $G(V_{tg}, V_{bg})$. Пунктирные красные линии $n_1^e = 0$ и $n_2^e = 0$ описывают положения точек электронейтральности верхнего и нижнего BLG. Диагонали карты (пунктирные зеленые линии) отвечают условиям $n_1^e = n_2^e$ и $n_1^e = -n_2^e$. (b) – Карта туннельной проводимости в магнитном поле $B = 3$ Тл. (c)–(d) – Взаимное расположение дисперсионных параболоидов и УЛ двух слоев BLG при $B = 3$ Тл в точках $(5; 5)$, $(5; 3)$ и $(5; -3)$, отмеченных на карте

тальных зависимостей $G(1/B)$, результаты которых представлены на рис. 3.

Для простоты рассмотрения будем сравнивать между собой результаты фурье-анализа для точек на картах рис. 1b с постоянной концентрацией носителей в верхнем слое BLG и разных концентрациях в нижнем слое. Линия, удовлетворяющая этому условию и параллельная линии $n_1^e = 0$, проходит через соответствующие локусы переходов между УЛ. На рисунке 1b проведена красная линия, соответствующая переходам с участием УЛ в верхнем слое с номером 5, которая параллельна пунктирной линии $n_1^e = 0$ (рис. 1a). Результаты фурье-анализа на рис. 3a соответствуют туннелированию между зонами проводимости в разных BLG (рис. 1d), а на рис. 3c – туннелированию между зоной проводимости в одном BLG и валентной зоной в другом (рис. 1e). На спектрах очевидно принципиальное различие полученных гармоник: наряду с осцилляциями ШдГ с частотами $f_1$ и $f_2$ на рис. 3a присутствует осцилляции с частотой $f_1 - f_2$, а на рис. 3c – с частотой $f_1 + f_2$, которые являются главным предметом нашего исследования.

Пики на спектрах, отвечающие осцилляциям ШдГ в каждом слое BLG с частотами $f_{1,2}$, определяются как обратные периоды $[\Delta(1/B)]^{-1}$ на оси $1/B$ и, согласно теории [10], должны быть равны

$$f_{1,2} = mc|\mu_{1,2}|/e\hbar. \qquad (1)$$

Здесь $m$ – эффективная масса носителей заряда в BLG, $\mu_{1,2}$ – отсчитываемые от дираковской точки химические потенциалы в обоих слоях BLG ($\mu_i > 0$ при электронном допировании и $\mu_i < 0$ при дырочном). Если концентрации носителей в обоих BLG (а значит, и химические потенциалы – если пренебрегать их несущественными магнитоосцилляциями) зафиксированы попаданием в центр УЛ $N_{1,2}$, что отвечает определенным локусам на рис. 1b при референсной

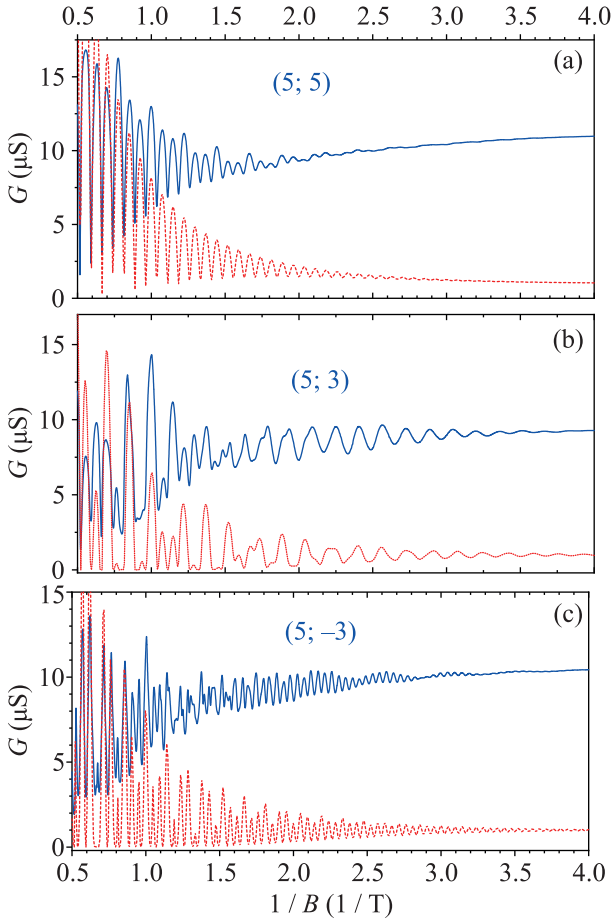



Рис. 2. (Цветной онлайн) Экспериментальные зависимости туннельной проводимости $G$ от $1/B$ (синие кривые) и соответствующие расчетные кривые (красные пунктирные линии) для точек: (a) – (5; 5); (b) – (5; 3) и (c) – (5; −3)

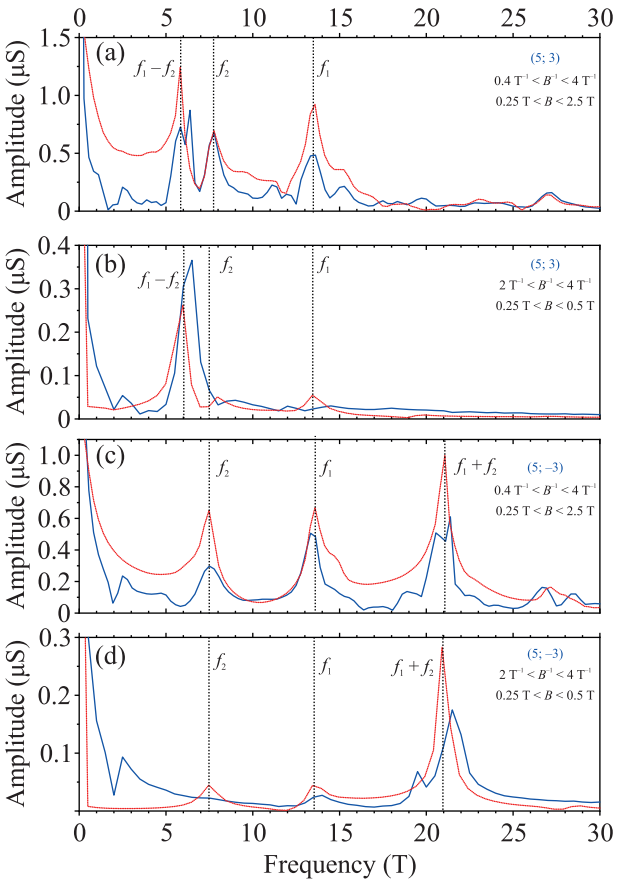



Рис. 3. (Цветной онлайн) Результаты быстрого преобразования Фурье магнитоосцилляций в точках (a), (b) – (5; 3) и (c), (d) – (5; −3). Преобразование на графиках (a), (c) проведено в широком интервале полей 0.25 Тл $< B <$ 2.5 Тл, на графиках (b), (d) – в более узком интервале относительно низких полей 0.25 Тл $< B <$ 0.5 Тл

величине поля $B_{\text{ref}} = 3$ Тл, то $\mu_{1,2}$ равны энергиям УЛ в BLG [11] $E_n = \text{sgn}(n)\hbar\omega_c\sqrt{|n|(|n|-1)}$ с номерами $n = N_{1,2}$, где $\omega_c = eB/mc$ – циклотронная частота. Отсюда получаем $f_i = B_{\text{ref}}\sqrt{|N_i|(|N_i|-1)}$, что согласуется с наблюдаемыми на рис. 3 значениями $f_1 \approx 13.5$, $f_2 \approx 7.5$.

Для описания экспериментальных магнитоосцилляций мы предлагаем относительно простую модель, в которой туннельная проводимость может быть найдена из золотого правила Ферми [9]:

$$G \propto -B\int n'_F(E)dE \times$$

$$\times \sum_{n_1 n_2} M_{n_1 n_2}(E - E_{n_1} + \mu_1)\rho(E - E_{n_2} + \mu_2). \quad (2)$$

Здесь проводится интегрирование по энергиям $E$ всех участвующих в туннелировании электронных состояний в области температурного размывания общего уровня Ферми обоих слоев в меру производной распределения Ферми–Дирака $n_{\text{F}}(E) = [e^{E/T}+1]^{-1}$. Суммирование ведется по номерам УЛ $n_{1,2} = 0, 1, \pm2, \pm3, \ldots$ в каждом слое, при этом плотность состояний каждого уровня имеет гауссов вид $\rho(E) = (\sqrt{2\pi}\Gamma)^{-1}e^{-E^2/2\Gamma^2}$ с энергетической шириной Γ; $M_{n_1 n_2}$ представляет собой квадрат модуля туннельного матричного элемента, а множитель $B$ отвечает за вырождение УЛ.

Положим для простоты, что $M_{n_1 n_2}$ слабо зависит от номеров УЛ (но при этом пропорционален $T_{n_1 n_2} \sim B$ при сохранении постоянных электронных концентраций, как будет показано в последующих статьях с более подробным анализом), все уровни имеют одинаковую ширину, а их энергии $E_n = \text{sgn}(n)\hbar\omega_c\sqrt{|n|(|n|-1)}$ аппроксимируются более простой зависимостью $E_n \approx \hbar\omega_c(n - \frac{1}{2}\text{sgn}(n))$. В этом случае можно воспользоваться формулой суммиро-

вания Пуассона и провести аналитически интегрирование по $E$, получив для туннельной проводимости аналог формулы Лифшица–Косевича [10]:

$$G \propto \frac{B^2}{\omega_c^2} \sum_{k_1=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{+\infty} (-1)^{k_1+k_2} \times$$

$$\times e^{\frac{-(2\pi^2(k_1^2+k_2^2)\Gamma^2}{\hbar^2\omega_c^2}} e^{\frac{2\pi i(k_1|\mu_1|+k_2|\mu_2|)}{\hbar\omega_c}} \times$$

$$\times R\left(\frac{[k_1 + k_2\mathrm{sgn}(\mu_1\mu_2)]T}{\hbar\omega_c}\right), \qquad (3)$$

где $R(x) = 2\pi^2 x/\,\mathrm{sh}(2\pi^2 x)$ при $x \neq 0$ и $R(0) = 1$. В отличие от осцилляций ШдГ, раскладывающихся на один ряд гармоник, здесь получается суммирование по двум номерам гармоник $k_1$ и $k_2$. Каждый член суммы, задаваемый парой $\{k_1, k_2\}$, осциллирует с изменением $B$ как $\cos(2\pi mc[k_1|\mu_1| + k_2|\mu_2|]/e\hbar B) = \cos(2\pi[k_1 f_1 + k_2 f_2]/B)$, т.е. с частотой $f = [\Delta(1/B)]^{-1} = |k_1 f_1 + k_2 f_2|$, представляющей собой комбинацию частот осцилляций ШдГ в каждом слое с целочисленными коэффициентами.

Как видно из формулы (3), каждая гармоника $\{k_1, k_2\}$ затухает с повышением температуры в меру фактора Дингла (первый сомножитель в сумме), поскольку ширина $\Gamma$ растет с увеличением $T$, а также благодаря температурному фактору $R$. Среди основных гармоник с самыми высокими амплитудами можно выделить осцилляции ШдГ в каждом слое с частотами $f_1$ и $f_2$ (при $\{k_1, k_2\} = \{1, 0\}$ или $\{0, 1\}$), а также комбинационные осцилляции с суммарной частотой $f_1 + f_2$ (при $\{k_1, k_2\} = \{1, -\mathrm{sgn}(\mu_1\mu_2)\}$) и осцилляции на разностной частоте $f_1 - f_2$ (при $\{k_1, k_2\} = \{1, -\mathrm{sgn}(\mu_1\mu_2)\}$).

Важный момент здесь в том, что одна из комбинационных осцилляций оказывается необычайно устойчивой по отношению к росту температуры, поскольку из температурной зависимости ее амплитуды выпадает фактор $R$. Это происходит при $k_1 + k_2\mathrm{sgn}(\mu_1\mu_2) = 0$, т.е. для осцилляций с разностной частотой $f_1 - f_2$ при одинаковых знаках допирования обоих BLG (рис. 3a) и для осцилляций с суммарной частотой $f_1 + f_2$ при разных знаках допирования (рис. 3c).

Экспериментально измеренные магнитоосцилляции на рис. 2 и их фурье-образы на рис. 3 были сопоставлены с теоретическими расчетами,показанными красными пунктирными кривыми. Расчеты были проведены на основе формулы (2) при параметрах $\Gamma = 3\,\mathrm{K}$, $T = 4.2\,\mathrm{K}$, $\hbar\omega_c = B\,[\mathrm{Тл}] \times 40.3\,\mathrm{K}$. При этом была учтена слегка осциллирующая зависимость $\mu_i$ от $B$, при которой обеспечиваются фиксированные значения концентраций носителей.

Как видно из формулы (3), в нашей упрощенной модели поведение проводимости определяется только двумя параметрами: $T/\hbar_c$ и $\Gamma/\hbar\omega_c$. Рисунки 3b и d представляют фурье-анализ в ограниченном интервале относительно низких магнитных полей ($0.25\,\mathrm{Тл} < B < 0.5\,\mathrm{Тл}$), а рис. 3a и c — в широком интервале полей ($0.25\,\mathrm{Тл} < B < 2.5\,\mathrm{Тл}$). Как видно из их сравнения, в слабых полях выживают только комбинационные гармоники, а осцилляции ШдГ практически исчезают, что согласуется с предсказаниями нашей теории.

Для полноты картины мы повторили вышеуказанный фурье-анализ экспериментальных осцилляций в широком диапазоне концентраций носителей. На рисунке 4 приведены результаты структуры гармоник в диапазоне номеров УЛ от $-7$ до $+7$ для нижнего слоя BLG при поддержании постоянства концентрации носителей в верхнем слое BLG (вдоль красной линии на рис. 1a, b). Из рисунка 4 явно видно, что наблюдаемые комбинационные гармоники определяются суммой либо разностью частот осцилляций ШдГ $f_1$ и $f_2$.

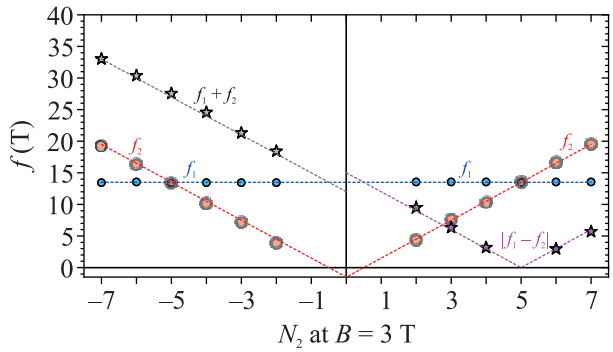



Рис. 4. (Цветной онлайн) Доминирующие частоты, полученные из фурье-анализа магнитоосцилляций в диапазоне индексов уровней Ландау от $-7$ до $+7$ для нижнего слоя BLG при поддержании постоянства концентрации носителей в верхнем слое BLG (вдоль красной линии на рис. 1a, b)

Таким образом, нами экспериментально обнаружен и теоретически описан новый вид магнитоосцилляций в туннельной проводимости между двумя слоями биграфена с частотами, равными сумме либо разности частот осцилляций ШдГ каждого слоя. Формирование таких комбинационных осцилляций обусловлено участием в туннелировании одновременно двух лестниц уровней Ландау из обоих слоев. При этом, если в обоих слоях BLG одинаковый тип проводимости (электронный или дырочный), лестницы Ландау в обоих слоях движутся по энергии сонаправлено с увеличением $B$ и, как следствие, реализуется разностная частота $f_1 - f_2$. Если

же в слоях BLG разный тип проводимости, лестницы Ландау движутся навстречу друг другу и реализуется суммарная частота $f_1 + f_2$. Комбинационные магнитоосцилляции демонстрируют значительно более высокую выживаемость в слабых магнитных полях (или при высоких температурах), чем осцилляции ШдГ каждого слоя, что согласуется с теорией.

Обнаруженные нами комбинационные осцилляции имеют сходство с магнитными межподзонными осцилляциями (MISO) [1], обусловленными резонансным рассеянием электронов между двумя лестницами УЛ в разных подзонах квантовой ямы с участием, например, примесей. MISO также демонстрируют аномальную устойчивость к росту температуры и частоту, равную разности частот осцилляций ШдГ в двух подзонах, т.е. являются формальным аналогом наших разностных комбинационных осцилляций. Однако механизм комбинационных осцилляций принципиально отличен от MISO и не требует рассеяния, например, на примесях, поскольку перекрытие волновых функций УЛ разных слоев BLG обеспечивается наличием межслойного поворота, разрешающего туннелирование с сохранением энергии и импульса.

**Финансирование работы.** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант # 23-12-00115-П). А. Ф. Аминов благодарит Фонд поддержки теоретической физики и математики "БАЗИС".

**Конфликт интересов.** Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. В. М. Поляновский, "Об аномальной температурной зависимости амплитуды квантовых осцилляций магнитосопротивления в квазидвумерных системах", Физика и техника полупроводников **22**, 2230 (1988) [V. Polyanovsky, "Magnetointersubband oscillations of conductivity in a two-dimensional electronic system", Soviet Physics Semiconductors **22**, 1408 (1988)].
2. M. E. Raikh and T. V. Shahbazyan, "Magnetointersubband oscillations of conductivity in a two-dimensional electronic system", Phys. Rev. B **49**, 5531 (1994).
3. D. R. Leadley, R. Fletcher, R. J. Nicholas, F. Tao, C. T. Foxon, and J. J. Harris, "Intersubband resonant scattering in GaAs–$Ga_{1-x}Al_xAs$ heterojunctions", Phys. Rev. B **46**, 12439 (1992).
4. W. Mayer, J. Kanter, J. Shabani, S. Vitkalov, A. K. Bakarov, and A. A. Bykov, "Magnetointersubband resistance oscillations in GaAs quantum wells placed in a tilted magnetic field", Phys. Rev. B **93**, 115309 (2016).
5. V. Leeb and J. Knolle, "Theory of difference-frequency quantum oscillations", Phys. Rev. B **108**, 054202 (2023).
6. I. Y. Phinney, D. A. Bandurin, C. Collignon, I. A. Dmitriev, T. Taniguchi, K. Watanabe, and P. Jarillo-Herrero, "Strong Interminivalley Scattering in Twisted Bilayer Graphene Revealed by High-Temperature Magneto-Oscillations"', Phys. Rev. Lett. **127**, 056802 (2021).
7. Y. Yuan, L. Liu, J. Zhu, J. Dong, Y. Chu, F. Wu, L. Du, K. Watanabe, T. Taniguchi, D. Shi, G. Zhang, and W. Yang, "Interplay of Landau Quantization and Interminivalley Scatterings in a Weakly Coupled Moiré Superlattice", Nano Lett. **24**, 6722 (2024).
8. Е. Е. Вдовин, Ю. Н. Ханин, С. В. Морозов, М. А. Кащенко, А. А. Соколик, К. С. Новоселов, "Проявление послоевой локализации сингулярностей ван Хова в туннелировании между листами двухслойного графена", Письма в ЖЭТФ **120**, 889 (2024) [E. E. Vdovin, Yu. N. Khanin, S. V. Morozov, M. A. Kashchenko, A. A. Sokolik, and K. S. Novoselov, "Manifestation of Layer-by-Layer Localization of van Hove Singularities in Tunneling between Bilayer Graphene Sheets", JETP Lett. **120**, 854 (2024)].
9. A. A. Sokolik, A. F. Aminov, E. E. Vdovin, Yu. N. Khanin, M. A. Kashchenko, D. A. Bandurin, D. A. Ghazaryan, S. V. Morozov, and K. S. Novoselov, "Probing the features of electron dispersion by tunneling between slightly twisted bilayer graphene sheets", Appl. Phys. Lett. **127**, 233101 (2025).
10. J. Hajdu, *The Shubnikov-de Haas Effect: An Introduction to the Theory*, in G. Landwehr and E. I. Rashba (editors), *Landau Level Spectroscopy* (Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1991).
11. E. McCann and M. Koshino, "The electronic properties of bilayer graphene", Rep. Prog. Phys. **76**, 056503 (2013).