Письма в ЖЭТФ, том 52, вып. 1, стр. 681–683 *10 июля 1990 г.*

МАГНИТОПОГЛОЩЕНИЕ В КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ

А.О.Говоров, А.В.Чаплик

Получено точное решение задачи о частотах и интенсивностях линий оптического поглощения системы замагниченных двумерных электронов, удерживаемых в квантовой точке параболическим потенциалом, для произвольного взаимодействия между частицами.

Известная теорема Кона [1] утверждает, что резонанс поглощения однородного высокочастотного электрического поля системой взаимодействующих электронов в магнитном поле наступает на циклотронной частоте независимо от вида взаимодействия, если оно зависит лишь от разности координат частиц. Этот результат был получен для пространственно однородных систем. Недавно Брей и Джонсон [2] показали, что такое же "исключение" взаимодействия имеет место для частиц, движущихся в одномерном параболическом потенциале. Параболическая аппроксимация латерального потенциала одномерных (квантовых проволок) и нульмерных (квантовых точек) микроструктур на основе двумерных систем хорошо подтверждается расчетами [3] и экспериментами [4,5]. В данном сообщении мы рассматриваем квантовую точку в магнитном поле, перпендикулярном плоскости гетерограницы; ограничивающий потенциал имеет вид $V(\vec{\rho}) = m\Omega^2\rho^2/2$, где m – эффективная масса, $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ – расстояние в плоскости от центра квантовой точки. Мы применим метод, который позволяет найти не только точные значения резонансных частот системы N частиц в потенциале $V(\vec{\rho})$ в присутствии магнитного поля, но и интенсивности соответствующих линий, чего не было сделано в [1,2]. При этом становится ясной особенность динамики в параболическом потенциале, из-за которой частоты оптических переходов не зависят от межэлектронного взаимодействия.

Гамильтониан рассматриваемой системы в симметричной калибровке вектор-потенциала $\mathbf{A} = \frac{1}{2}[\mathbf{B}\vec{\rho}]$ запишем в виде ($\hbar = 1$):

$$\hat{\mathcal{H}} = -\frac{1}{2m}\left\{\sum_{k=1}^{N}\left[\partial^2/\partial\vec{\rho}_k^2 + \frac{ieB}{c}\left(x_k\frac{\partial}{\partial y_k} - y_k\frac{\partial}{\partial x_k}\right) - \left(\frac{eB}{2c}\right)^2\rho_k^2\right]\right\} + \frac{m\Omega^2}{2}\sum_R \rho_k^2 + \sum_{j<k} u(\vec{\rho}_j - \vec{\rho}_k) + \hat{H}_{spin}, \tag{1}$$

где B – магнитное поле, $u(\vec{\rho}_j - \vec{\rho}_k)$ – потенциал парного взаимодействия, $\hat{H}_{spin}$ – спиновая часть энергии системы в магнитном поле.

Введем вместо $\vec{\rho}_k$ $(k = 1, 2, \ldots N)$ переменные $\mathbf{R}$ и $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \ldots \mathbf{x}_{N-1}$, позволяющие отделить движение центра масс и нормированные специальным образом (см. [6]):

$$\mathbf{R} = \sum_{k=1}^{N}\vec{\rho}_k/\sqrt{N}, \quad \mathbf{x}_1 = \frac{\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2}{\sqrt{1\cdot 2}}, \quad \mathbf{x}_2 = \frac{\vec{\rho}_1 + \vec{\rho}_2 - 2\vec{\rho}_3}{\sqrt{2\cdot 3}},$$
$$\mathbf{x}_{N-1} = \frac{\vec{\rho}_1 + \vec{\rho}_2 + \ldots - (N-1)\vec{\rho}_N}{\sqrt{(N-1)N}}. \tag{2}$$

Преобразование (2) сохраняет часть гамильтониана $\hat{\mathcal{H}}$, не содержащую взаимодействия $\Sigma u(\rho_j -$

$-\rho_k)$, а в самом этом члене после перехода к новым переменным не содержится зависимости от R. Таким образом:

$$\hat{\mathcal{H}}(\mathbf{R}, \mathbf{x}_1 \ldots \mathbf{x}_{N-1}) = \mathcal{H}_0(\mathbf{R}) + \mathcal{H}'(\mathbf{x}_1 \ldots \mathbf{x}_{N-1}), \tag{3}$$

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = -\frac{1}{2m}\left[\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{ieB}{c}\left(X\frac{\partial}{\partial Y} - Y\frac{\partial}{\partial X}\right)\right] + \frac{m\tilde{\omega}^2 R^2}{2},$$

где комбинированная частота $\tilde{\omega} = \sqrt{\Omega^2 + \omega_c^2/4}$, $\omega_c = \dfrac{eB}{mc}$; X, Y – компоненты вектора $\mathbf{R}$.

Таким образом, координатная часть волновой функции системы имеет вид $\Psi = \psi_{nM}(\mathbf{R}) \cdot \phi(\mathbf{x}_1 \ldots \mathbf{x}_{N-1})$, где ψ_{nM} – решение уравнения Шредингера для двумерного изотропного осциллятора в магнитном поле нормальном к плоскости колебаний, n и M – радиальное и азимутальное квантовые числа, а уровни энергии даются формулой [7]:

$$E_{nM} = (2n + |M| + 1)\tilde{\omega} + \frac{\omega_c}{2}M, \quad n = 0, 1, 2 \ldots; \; M = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots. \tag{4}$$

Заметим, что $\psi_{nM}(\mathbf{R})$ всегда симметрична по всем частицам, поэтому принцип Паули должен удовлетворяться за счет функции ϕ и спинового множителя.

Взаимодействие с электромагнитным полем в дипольном приближении описывается гамильтонианом $H_{int} = e\mathbf{E}(t)\Sigma\vec{\rho}_k = e\mathbf{E}(t)\sqrt{N}\mathbf{R}$, не содержащим переменных $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots \mathbf{x}_{N-1}$ и потому диагональным по квантовым числам функции ϕ. Следовательно, оптическое поглощение рассматриваемой системой N частиц выглядит так же, как поглощение двумерным изотропным осциллятором в поле волны с амплитудой $\sqrt{N}E$. Резонансные частоты равны $\tilde{\omega} + \omega_c/2$ и $\tilde{\omega} - \omega_c/2$ соответственно для переходов $\Delta M = +1$ и $\Delta M = -1$, т.е. волны левой и правой поляризаций поглощаются на разных частотах. Интенсивности обеих линий пропорциональны числу частиц в квантовой точке N, а их зависимости от магнитного поля даются формулами (для сил осцилляторов):

$$J_+ \propto N\,\frac{(\tilde{\omega} + \omega_c/2)}{\tilde{\omega}}, \qquad J_- \propto N\,\frac{(\tilde{\omega} - \omega_c/2)}{\tilde{\omega}}, \tag{5}$$

(матричный элемент координаты $\mathbf{R}$ по функциям $\psi_{nM}(\mathbf{R})$ пропорционален $(m\tilde{\omega})^{-1/2}$. В слабом магнитном поле $\omega_c \ll \Omega$ интенсивности обеих линий, естественно, совпадают, а при $\omega_c \gg \Omega$ имеем асимптотики: $J_+ \sim B^0$, $J_- \sim B^{-2}$.

Как видно из изложенного, особенность параболического потенциала заключается в существовании среди всех собственных мод системы такой, при которой движение происходит без возбуждения внутренних степеней свободы, описываемых координатами $\mathbf{x}_1 \ldots \mathbf{x}_{N-1}$. Если взаимодействие между частицами зависит лишь от разностей $\vec{\rho}_j - \vec{\rho}_k$, то его влияние на данную моду исключается. Замечательно, что именно эта мода обуславливает поглощение длинноволнового электромагнитного излучения (длина волны больше диаметра квантовой точки). В известных нам экспериментах по инфракрасному магнитопоглощению в квантовых точках на InSb [5] отмечена независимость положения пика поглощения от N в согласии с предлагаемой теорией; данные по зависимости интенсивностей от магнитного поля пока не приводятся. Совпадение частоты коллективной моды с одночастичной частотой параболического потенциа-

ла было установлено в работе [8] в рамках классической механики для случая кулоновского взаимодействия между частицами.

Нетрудно также учесть влияние на квантовую точку однородного электрического поля, лежащего в плоскости системы. Пусть, например, поле E направлено по оси y. Тогда волновая функция имеет вид:

$$\Psi = e^{ip_0 X} \psi_{nM}(X, Y + Y_c)\phi(x_1 \ldots x_{N-1}),$$

где $p_0 = -eE\sqrt{N}\omega_c/2\Omega^2$, $Y_c = eE\sqrt{N}/m\Omega^2$. Изменение энергии системы соответствует общему сдвигу всех уровней на величину $\Delta E = -e^2E^2N/2m\Omega^2$. Таким образом, поляризуемость квантовой точки (в ее плоскости) не зависит от магнитного поля и равна N – кратной поляризуемости гармонического осциллятора $e^2/m\Omega^2$.

Литература

1. *Kohn W.* Phys. Rev., 1961, **123**, 1242.
2. *Brey L., Johnson N.* Phys. Rev. B, 1989, **40**, 10647.
3. *Laux S.E. et al.* Surf. Sci., 1988, **196**, 101; *Kumar A. et al.* Phys. Rev. B, 1990, in press.
4. *Alsmeier J. et al.* Phys. Rev. B, 1988, 37, 4314; *Brinkop F. et al.* Phys. Rev. B, 1988, **37**, 6457.
5. *Demel T. et al.* Phys. Rev. B, 1988, **38**, 12732.
6. *Бычков Ю.А. и др.* Письма в ЖЭТФ, 1981, **33**, 152.
7. *Darwin C.G.* Proc. Camb. Phil. Soc., 1931, **27**, 86.
8. *Назин С.С., Шикин В.Б.* ФНТ, 1989, **15**, 227.

Институт физики полупроводников
Сибирского отделения Академии наук СССР

Поступила в редакцию
7 мая 1990 г.