Письма в ЖЭТФ, том 52, вып. 2, стр. 717–718 *25 июля 1990 г.*

ОБ ЭНТРОПИИ ВЫБОРА ВАКУУМА ВО ВРЕМЯ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ

Д.Б.Саакян

Рассматривается асимптотическое разложение логарифма статсуммы $\ln Z$ по стремящемуся к бесконечности N – числу узлов решетки. Имеется скачок члена с нулевой степенью при прохождении через точку перехода. В изученных случаях моделей на решетках с топологией тора скачок оказался равным $\ln Q$, где Q – порядок нарушенной группы симметрии.

Среди многих интересных свойств фазовых переходов есть одно общее для большинства переходов (независимо от рода перехода). Это свойство системы самой выбрать вакуум при прохождении через точку перехода.

Поиск проявлений этого свойства и есть суть данной работы.

Напомним, что фазовый переход появляется лишь в пределе бесконечного объема решетки. Поэтому рассматриваем асимптотическое выражение свободной энергии (в единицах температуры):

$$\ln Z = f_0(B) + \ldots f_1(B) + O(1). \tag{1}$$

В принципе в (1) могли быть другие члены (в зависимости от граничных условий) с целыми степенями $N^{1/d}$, а также (в точке перехода второго рода на твердой решетке или для моделей на случайной решетке) члены пропорциональные $\ln N$.

Обычно мы интересуемся поведением $f_0(B)$. Это непрерывная функция по B, а его производные (в зависимости от рода перехода) сингулярны.

Если рассмотреть решенную Онзагером модель Изинга на торе (для конечной решетки (см. [1])), то мы находим, что

$$\lim_{\epsilon_1 \to 0} f_1(B_c + \epsilon_1) - \lim_{\epsilon_2 \to 0} f_1(B_c - \epsilon_2) = \ln 2. \tag{2}$$

Это согласуется с самым простым выражением, которое можно было бы ожидать. Если группа симметрии с порядком Q_2 нарушена до подгруппы с порядком Q_1, то было бы разумно ожидать

$$\Delta f_1(B) = \ln Q_2/Q_1. \tag{2}$$

Численным методом авторов [2] были исследованы модели Потса с $Q = 3$, $Q = 5$ на двумерных решетках до размеров 20 X 20.

В пределах точности нашего численного эксперимента (~ 30% после 100000 итераций) значение разрыва $\Delta f_1(B_c)$ согласовалось соответственно с $\ln 3$ и $\ln 5$ (переходы второго и первого родов).

Аналогичный результат $\ln 2$ был получен также для $d = 3$ модели Изинга (размер решетки до 7^3).

Используя результаты работы [3], аналитически были вычислены значения $f_1(B)$ для модели Изинга на случайной решетке с топологией сферы и тора. Это переходы третьего рода. В случае топологии сферы неожиданным образом эффект исчез:

$$\lim_{\epsilon \to 0} f_1(B_c + \epsilon) - f_1(B_c - \epsilon) = 0, \tag{4}$$

... слу... ...явится

$$\lim_{\epsilon \to 0} f_1(B_c + \epsilon) - f_1(B_c - \epsilon) = \ln 2. \tag{5}$$

В настоящее время вычисляются $f_1(B)$ для моделей Изинга на твердых решетках с топологией сферы и кренделя (численно) и на случайных решетках рода $g = 2,3$.

Интересно было бы исследовать зависимость эффекта от дефектов решетки, вопрос универсальности. Аналогичный эффект можно ожидать и в стохастических явлениях. Во всяком случае, если при удвоении периодов циклов определим Z как максимальное раздувание первоначальной дифференциальной неопределенности, то скачок опять согласуется с (3).

Наконец, эффект мог бы оказаться существенным в случае нарушения локальной группы симметрии. В этой ситуации (спиновые стекла?) может оказаться, что $\ln Q_2/Q_1 \sim N$.

В заключение автор благодарит Г.М.Бабуджяна, Д.В.Булатова, Вл.С.Доценко, С.Г.Матиняна за полезные обсуждения.

Литература

1. *Попов В.М.* Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статфизике. М.: Атомиздат, 1976.
2. *Sogo K., Kimura N.* Phys. Lett., A, 1986, **115**, 221.
3. *Казаков В.А.* Письма в ЖЭТФ, 1986, **44**, 105.

Ереванский физический институт

Поступила в редакцию
1 июня 1990 г.
